BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE
14
70
35

Ex Bibliotheca
majori Coll. Rom.
Societ. Jesu

14-22.E.32

55.6.16.

55
55.
6
a
16.
20

ANTONII MARIAE VICECOMITIS CIVIS PLACENTINI,

Practica Numerorum, & Menſurarum, ac Alluuionis partitionem, inueſtigandi, & vt in Indice ſequenti.



BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

BRIXIAE.

APVD IACOBVM, ET POLYCRETVM de Turlinis Fratres. 1581.

ILLVSTRISSIMO
ET EXCELLENTISSIMO D. D. OCTAVIO FARNESIO Placentiæ, Parmęq; Duci II. Principi opt. clementiſsimoq;

ANTONIVS MARIA VICECOMES Ciuis Placen. S. P. D.

NEMINI mirum eſſe debet Dux Illuſtriſſime, quòd tu cum eorum Principum, quos & bello, & pace florentes, admirata eſt priſca ætas, gloriam adæquaueris; eorum qui nunc vtroque in rerum genere conſpicui ſunt, ſplendorem fulgentibus præclaræ tuę virtutis radijs, vt ſol omnia ſidera obſcuras. Et enim vt taceam tuas regias, quibus nullam parem eloquentiam puto, virtutes fortitudinem in adeundis pro honeſtate periculis, moderationem in ſecundis, conſtantiam in aduerſis, magnanimitatem in arduis, grauitatem in conſilijs, ſeueritatem in ſceleribus compeſcendis, manſuetudinem in ijs, qui humana imbecillitate præuarunt, corrigendis, iuſtitiam in omnibus præcipue, qui tua a Diuina prouidentia poteſtati commiſſi ſunt, mortalibus adiuuandis, quantum doctrina, quantum mathematicis ſcientijs, cum in eas id quod populorum tuorum adminiſtrationi ſupereſt, temporis conferre ſolitus fueris, excellere ab omnibus exiſtimaris? Vnde facile cuiuis compertum eſſe poteſt, quantum ſolertia, quantum ingenij acumine valeas. Mathematicę enim diſciplinæ quanto cęteris humano generi vtiliores, tanto cognitu difficilliores, ſunt, vt autem ad actum & operis experimentum reducantur, difficillimæ omnium homini earum ſtudioſo (id quod tu minime ignoras) videntur. Cui quidem rei, illud ſatis inditio eſſe poteſt, quòd quamuis Buteo, vrnntius. Tartalea, quamplurimiq; alij in hac precipua filoſofiæ parte celeberrimi viri, plurimum operę & ſudoris ad ipſas explicandas contulerint, ſui tamen voti compotes, neutiquam eſſe potuerunt. Hoc experiendi munus, hanc quæ græce πρᾶξις, dicitur actionem, cum ego eſſem aggreſſus, res per ſe obſcuras, adeo dilucide, & perſpicue enodaui, & expreſſi, vt qui paululum dilientię adhibere voluerit, is ſuo (vt aiunt) marte, magnos progreſ-

a 2 ſus

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

ſus facere poſſit. Illud etiam maxima admiratione dignum, & omnium ſapientium aplauſu excipiendum, hactenus ab omnibus fruſtra tentatum, noſtra induſtria primum (abſit inuidia verbo) adiuuante deo inuentum, & diligenter explicatum percipiet. Rationem enim regulamque certiſſimam omnes alluuionum figuras diuidendi, quæ prioribus ſeculis irregulares iccirco dicebantur, quia nulla definita lege, nullis certis regulis, comprehendi poſſe putabantur, proinde ſummis & mathematicis, et iureconſultis magnum negocium exhibebant, excogitauimus, & facto rei periculo docuimus. Has mei ingenij primitias, cum in lucem ad communem omnium vtilitatem edere conſtituiſſem, ſub tuo potiſſimum Dux Illuſtriſſime *nomine apparere volui; nõ quòd noſtra qualiſcunque ſit, in his artibus facultate te indigere exiſtimarem. Sed vt potius mei erga te ſtudij, meaq; in tuam amplitudinem obſeruantiæ, aliquod ſignum, apud omnes, & præſentes, & poſteros, teſtatum relinquerem. Illa etiam cauſa vt tuæ Excellentię; hunc meum laborem nuncuparem, apud me plurimum valuit, quòd magnifici noſtræ patriæ.* Decuriones, *quã ſunt in te obſeruantia, vt hoc facerem maximopere a me contenderant, & hac in re ſingularem benignitatem, mihi præſtiterunt. Vale diuq; ſis fœlix, tu & Excellentiſſ. Margarita coniunx, & Alexander filius: Et nati natorum, & qui naſcentur ab illis, vt tui populi fœlices diu ſint,* Dux opt. *Datum Placen. 4. nonas Martij anno a partu Virginis octuageſimoprimo; ſupra milleſimum quingenteſimum.*

ANTONIVS MARIA VICECOMES, CIVIS PLACEN.

Candidis Lectoribus.

NEmo admiratione capi debet lectores candidiſsimi, ſi ego poſt tot ab inſignibus, & ingenio, & doctrina viris, de eis quæ ad arithmeticam, & geometricam pertinent rationem, acute conſcripta, & in lucem ædita monumenta, aliquod in medium afferre in præſentia auſus fuerim. Non enim hoc a me factum eſt, vt aut popularem auram, quam ſemper in poſtremis habendam cenſui, captarem, aut clarorum auctorum ſplendori tenebras, a quo vitio, tam ſemper, quàm qui maxime abhorrui, offunderem, cornicumque (quod aiunt) oculos configerem. Verum potius ea, qua ipſi impulſi animum ad ſcribendum adiecerunt, cauſa me quoque, vt hoc laboris ſuſciperem impulit. Nam quemadmodum illi non ſolum ſibi, ſed etiam communi omnium vtilitati, ſe natos exiſtimantes, omnes ſui ingenij conatus ad generis humani commodum contulerunt, ſic ego, vt & præſentibus, & poſteris, meam de mortalibus bene merendi voluntatem teſtatam relinquerem. Hanc lucubraciunculam multis, niſi me mea fallit opinio, non mediocrem vtilitatem allaturam, in manibus omnium emittere non ſum veritus. Et ſi enim eos, qui ante me ſcripſerunt, multa ſcitu digna, quamplurimasq; reconditæ doctrinę quæſtiones, maximo ingenij acumine explicaſſe non me præterit, tamen cum ipſi non dij, ſed homines fuerint, quorum pauca ſcire, permulta ignorare proprium eſt, & artium quęlibet quotidiana acceſsione, vix ad perfectionem reducatur, nedum primo ſtatim ſuo ortu abſolui, poſsit, ſpero noſtrum hunc laborem, guſtata ſemel, quæ inde demanat frugifera dulcedine, ſatis veſtro palato facturum. Etenim prę terquam, ꝙ circa numeros, & menſuras alia nonnulla, quæ alij vel neſcio, quo conſilio prętermiſerunt, vel aliud fortaſſe agentes reliquerunt, nobis neceſſario addita comperietis.

Illud

illud etiam cuiuis exploratum eſſe poterit, me nihil aliud ſpectaſſe, quam docendi facilitatem, (quod difficillimum eſt in rebus præſertim ſuâ natura obſcuris) breuitati coniungerem. De alluuionibus verò nominatim ſi veram, artificioſam & nunquam fallentem viam (quod tamen diuinæ munificentiæ acceptum fero) me inueniſſe ſine vlla ambitione gloriabor, id cum meo iure facere poſsim. Cum omnes antea hoc fruſtra tentauerint, nemo mihi vitio vertat, ſed cœleſti numini, quod ſæpenumero pauperes inauditis muneribus, locupletat, eos autem qui ſe theſauros ſapientiæ habere arbitrantur inanes dimittit, immortales mecum gratias agat. ſed ne promiſsis inanibus vos humaniſsimi lectores onerare videar, ad manum vobis liber eſt, an dictis facta reſponderint veſtrum erit iudicium; ſingularum autem rerum capita, quæ animaduerſionem requirunt, vt hac quoque in parte veſtræ intelligentię, & induſtriæ conſuleretur, ſequens index demonſtrabit. valete.

Nicolai a Ferrarijs iureconſ. Placent. ad Authorem.

Quid iuuat heroum ſummo de ſanguine naſci.
Stemmatibus ſi non conuenit ingenium?
Hoc auctor docto lętare volumine, pandis
Stemmatibus tibi quod conuenit ingenium.

Ioannis Mantegarij Complanenſis ad Lectorem Carmen.

Vis numeros, vis menſuras, vis pondera rerum
Scire? Mathematicus quicquid & arte valet?
Vis montes, & plana ſimul, vis rura, paludes,
Metiri? ripas, flumina, ſtagna, lacus?
Inſula præterea poſita eſt quæ flumine in vno
Noſcere cuius ſit, quæris & alluuies?
Hunc eme, quem doctus mira edidit arte libellum
Vicecomes, paruo & tempore cuncta ſcies.

Eiuſdem ad Authorem.

Vt paruæ ille nucis teſta qui clauſit in vna
Illiada, æterno dignus honore fuit.
Sic tu priſcorum dum longa volumina claudis
Paruo opere, æterno, es dignus honore, vale.

Index

INDEX EORVM, QVAE IN HOC VOLVMINE continentur.

Operationes quatuor numerorum integrorum. fol. 9
Operationes quatuor fractorum. 18
Operationes quatuor ineffabilium. 20
Operationes quatuor geometricorum. 26
Operationes quatuor plus & minus. 31
Operationes quatuor plurinomiorum ineffabilium. 35
Operationes quatuor plurinomiorum Geometricorum. 26
Lateris quadrati inueſtigatio. 45
Lateris cubici inueſtigatio. 48
Lateris quadrati quadrati inueſtigatio. 52
Lateris relati inueſtigatio. 55
Lateris quadrati cubi inueſtigatio. 57
Lateris relati ſecundi inueſtigatio. 59
Lateris quadrati quadrati quadrati inueſtigatio. 63
Lateris cubici cubi inueſtigatio. 66
Lateris quadrati relati inueſtigatio. 49
Lateris tertij relati inueſtigatio. 69
Progreſſio cum operationibus ſuis. 76
Proportio cum operationibus. 80
Regula quatuor proportionalium cum quaeſtionibus pluribus ſuper ea fundatis. 84
Concluſiones ſuper lucro. 101
Regula poſitionis. 116
Regula quadraturæ cum ſuis problematibus, & quaeſtionibus. 117
Tractatus calculorum ac librorum. 144
Tractatus menſurarum. 188
Menſuræ linearum. 197
Menſuræ ſuperficierum. 202
De diuiſione ſuperficierum. 225
Alluuionis diuidendæ tractatus. 232
Menſuræ ſolidorum. 269
De aquis ducendis. 281
De ponderibus. 283

Abbreuia-

in hoc volumine vtimur.

N^{o}. valet numerus.
Co. valet coſta, vel radix, & eſt latus quadrati.
Ce. valet cenſus, hoc eſt quadratum, vel eius quadraturam.
Cu. valet cubus. *Cece valet cenſus cenſus.*
Rel. p.^{m} valet relatum primum.
Ce cu. valet cenſus cubi.
Rel. 2.^{m} valet relatum ſecundum.
Ce ce ce. valet cenſus cenſus cenſus.
Cu. cu. valet cubus cubi. *Ce. rel. p.^{i} valet cenſus relati primi.*
Rel. 3.^{m} valet relatum tertium.
Cu ce ce. valet cubus cenſus cenſus.
Rel. 4.^{m} valet relatum quartum.
Ce. Rel. 2.^{i} valet cenſus relati ſecundi.
Ce ce ce ce. valet cenſus cenſus cenſus cenſus.
Rel. 5.^{m} valet relatum quintum. *Ce cu ce. valet cenſus cubi cenſus.*
Rel. 6.^{m} valet relatum ſextum.
Ce ce. Rel. p.^{i} valet cenſus cenſus relati primi.
Cu. Rel. 2.^{i} valet cubus relati ſecundi.
Ce. Rel. 3.^{i} valet cenſus relati tertij.
Rel. 7.^{m} valet Relatum ſeptimum.
Cu ce ce ce. valet cubus cenſus cenſus cenſus.
Rel. 8.^{m} valet relatum octauum.
Ce. Rel. 4.^{i} valet cenſus relati quarti.
Cu cu cu. valet cubus cubi cubi.
Ce ce. Rel. 2.^{i} valet cenſus cenſus relati ſecundi.
Rel. 9.^{m} valet relatum nonum.
p̃. valet plus. *m̃. valet minus.*
℞. valet radix, & eſt coſta quadrati, & intelligitur ſemper quadrata, niſi ſignum aliud oſtendat.
℞ ℞. valet radix radicis.
℞ ℞ ℞. valet radix radicis radicis.
℞. cu. valet radix cubica. *R. rel. valet radix relata.*
℞. ce cu. valet radix cenſus cubi.
D. valet diurnum.
G. granarium. *M. Marſupium.*

ANTONII

IN NOMINE DO. NOSTRI IESV CHRISTI.

ANTONII MARIAE VICECOMITIS
Ciuis Placen.

PRACTICA NVMERORVM ET MENSVRARVM.

NVMERORVM & menſurarum cognitio, quàm latè pateat, quot, quantaſq; vtilitates generi humano afferat, qui ignoret inueniri arbitror neminem. Nihil enim eſt hominibus tam commune, quàm numerus, & menſura. Nihil in rebus gerendis neceſſarium magis, quòdq; magis hominem a belluarum natura ſeiungat, quam numerandi, & menſurandi facultas Circumſpiciamus omnia quæ in admirabili mundi fabrica ſunt, ſingula ſuis numeris, & menſuris conſtant. Certus eſt cælorum numerus, & menſura. Tempus verò, quid eſt aliud, quàm numerus, & menſura motus? Nonne definitis confecta ſunt numero, & menſura, prima rerum omnium principia? Quæ vero ars, aut diſciplina, quę deniq; vlla rectè operandi ratio, ſine numerorum, & menſurarum adiumento, aut inueniri, aut inuenta cognitione percipi, exerceri, ac perfici vnquam potuit? Hoc non latuit Pythagoram, qui numerorum, & menſurarum miſteria ſumma diligentia inueſtigauit, & celebrauit. Huiuſcerei non fuit neſcius Plato, philoſophorum facilè Princeps, qui his ſublatis, fore exiſtimauit, vt genus humanum in denſiſsimas ignorantiæ tenebras prolaberetur. Quare nonnulla de eorum doctrina tractare, & dilucide, & ſub compendio colligere, conſtitui, ex quibus pleraq; hominum commertia pendere videntur. vt de patria mea benemererer, & maximè ijs pro mea

virili ſatisfacerem, quos arithmeticarum, & geometricarum ſub-tilitatum ingenioſa delectat exercitatio. Veniebat enim mihi in mentem hominem non ſibi ſoli, ſed amicis, ſed patriæ, atque adeo omnibus procreatum eſſe; ſed ne nimis longa præfatione tempus conteramus, rem ipſam aggrediamur.

Subiectum arithmeticæ eſt numerus, & per analogiam quatuor ſunt ſubiecta, quantitatis diſcretæ genera, numerus integer, vt 2. fractus, vt $\frac{1}{2}$ ſurdus vt communiter appellatur, qui tamen potius ineffabilis eſt dicendus, vt ℞. 5. & geometricus, vt omnes vulgo algebratici nominati, vt cenſus 2. Eſt autem quantitas diſcreta illa, cuius partes non copulantur ad aliquem terminum communem, qui ſit finis vnius, & principium alterius, vt partes decadis, quinque, & quinque, quæ non copulantur ad aliquem terminum communem. Nam vltima vnitas primi quinarij, non copulatur cum prima vnitate ſecundi quinarij.

Numerus integer vt diffinit Euclides in principio ſeptimi, eſt multitudo ex vnitatibus compoſita. Eius naturalis ſeries dicitur, in qua ſecundum vnitatis additionem fit ipſius computatio. Aſcendit quidem in infinitum, ſed deſcendendo cum peruenit ad vnitatem, amplius deſcendere non poteſt. Nullus enim numerus eſt vnitate minor. Eſt autem vnitas ſecundum eundem Euclidem vbi ſupra, qua vna quæque res vna dicitur, & tamen non eſt numerus, ſed principium, & pars numeri, vt idem diffinit Euclides, cuius hæc ſunt verba. Prima ſimpla numeri pars eſt vnitas, & eſt indiuiſibilis, vt punctus in geometria, & ſonus in muſica, vt affirmat Franchinus Gaſforus c. 2. lib. 1. & inſtans in tempore, vt teſtatur Ariſtoteles in ſexto phiſyca.

Numeri autem figuræ ſunt nouem, & vna priuationis.

Nihil, vnitas, duo, tria, quatuor, quinq;, ſex, ſeptem, octo, nouem.

0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.

Fracti numeri ſunt, qui per binas litteras deſignantur, & habent rationem ad integra conuerſam. Itaquòd medietas dicitur dimidium vnius, tertia pars vnius, quarta & quinta pars vnius, vt $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{5}$. Scio autem quos numeros integros, aut fractos appellamus, quibuſdam videri parum latine dici, magiſque appellandos eſſe ſupra vnitatem, vel monadem quidem ſimpliciter numeros, ipſius autem vnitatis ſectiones, appellandas eſſe particulas, ſcilicet

vnitatis,

vnitatis vel monadis, nullo autem modo numeros, cum infra vnitatem ſint, ac multò minus numeros fractos. Nos autem ne omnia ſimul nouare velle videamur, tantiſper illos cum pleriſq; numeros appellabimus, tum integros, tum fractos, quamdiu meliorem apud vulgus, cui etiam exſcribimus ſortiti fuerint nomenclaturam.

Surdi, ſiue abſurdi, vel irrationales, vt plerique vocant, eo quòd vt inquiunt audiri nequeunt, potius ſunt ineffabiles appellandi, ſicut illos græci ἀριθμοὺς ἀλόγους vocant, ἄλογον enim Græcis, tam ineffabile, quàm abſurdum ſignificat; quemadmodum λόγος tum ſermonem, tum rationem. Hi autem numeri nullo modo ſine ratione, aut abſurdi vocari debent, cum maxima ratione fuerint a ſapientiſſimis arithmeticis excogitati, ſed potius ineffabiles, quoniam mente quidem concipi poſſunt, & maxima cum vtilitate in vſum venire. Et licet aliqui ex eis habeant latera ad numeros effabiles reducibilia, tamen quia numeris ipſis non poſſumus vti in aliquibus operationibus, cum ineffabilibus, niſi ac ſi eſſent ineffabiles, quia diuerſa inter ſe non conueniunt, ideo etiam ipſos ineffabiles appellamus, tamquam numeros qui pronuntiari nequeunt, cum ſine nomine ſint, vt latus quadratum 7. quemadmodum etiam ab Euclide in ipſo ſtatim initio libri decimi, data quædam linea recta, ῥητὴ. ideſt effabilis, vel definita appellatur. & eidem lineæ commenſurabiles, ſiue longitudine, & poteſtate ſimul, ſiue poteſtate vel potentia tantum lineæ ῥηταὶ, quæ autem incommenſurabiles ſunt, lineæ ἄλογοι, ideſt ineffabiles, vel proportionem non habentes. Itemq; quadratum a propoſita linea ῥητὸν, ideſt effabile, & quadrata huic commenſurabilia ῥητὰ. Incommenſurabilia autem ἄλογα dicuntur, quo loco perſpicuum eſt ῥητὸν, & ἄλογον oppoſita eſſe: Quare vt ῥητὸν nullubi apud Græcos, quòd ſciam rationale ſignificat, ſed vel dictum, aut ſententiam, præfixum, conſtitutum, certum, definitum, dicendum, fandum, effabile, & huiuſmodi, ſic etiam ἄλογον, hoc loco neceſſe eſt exaduerſo ſignificare, non irrationale, vel rationis expers, vel auerſum a recta ratione, quemadmodum alibi ſæpius, ſed potius non dicendum, non fandum, vel ineffabile, vel proportionem non habens, quod idem eſt ἀσύμμετρον, ideſt incommenſurabile. vt latus tetragonicum 5. & talium cuius ſignificatum eſt numerus, qui in ſe ductus producat 5. Hic autem

effabilon

non poteſt inueniri. Huius autem duæ ſunt ſpecies. Quidam eſt enim numerus ineffabilis abſolutè, vt latus 5. & ita ſcribitur, ℞. 5. intelligendo latus per hoc ſignum ℞. Alius radix ligata, vt binomium, trinomium, quadrinomium, ac deinceps. vt ℞. 9. p̄. ℞. 16. & eſt 7. nam 7. componitur ex 3. & 4. quorum alter eſt ℞. 9. alter 16. & ſignatur ſic ℞. 9. p̄. ℞. 16. & eſt binomium, quia ex duobus numerorum nominibus conſtat, & ℞. 7. p̄. ℞. 9. p̄. ℞. 4. eſt trinomium, & ℞. 5. p̄. ℞. 6. m̄. ℞. 3. m̄. ℞. 2. dicitur quadrinomium.

Numerus geometricus, ſiue vt vulgo dicitur algebraticus, vel vt quibuſdam doctioribus placet, quadratura a geometra logiſtes ſubſidio quodam mutuata, eſt ille qui ſolum eſt numerus per ſimilitudinem, vt radix, cenſus, cubus, ac deinceps; Comprehendit autem figuras, & ſpecies infinitas, ſed raro duodecimam attingit.

Prima, eſt numerus, & capitur ſecundum diuiſiones lineæ æqualiter factas, ex quibus producuntur quadrata minora tetragoni, vel quadrati, & ſignatur ſic N.

Secunda eſt tota linea lateris tetragoni, vel quadrati, quæ latus tetragonicum, vel coſta appellatur, vel radix, & ſignatur ſic ℞. vel co. Intentio igitur dicentis co. 4. eſt vt capias quatuor radices, ſiue coſtas, alicuius numeri, vt quatuor ℞. ſeu coſtæ 36. ſunt 24. quia ſingula coſta eſt 6. hoc eſt in ſex æquales diuiſiones diuiſa, duæ ſunt 12. tres 18. & quatuor 24.

Tertia eſt quadratum alicuius numeri in ſe ducti. Nam omnis numerus ſeipſum multiplicans, producit numerum quadratum, & etiam cenſus appellatur, & ſignatur ſic ce. & capitur pro tota area, & ſuperficie quadrati, in quadrata minora diuiſa, æqualia toti quadrato, vt numerus 3. eſt latus quadrati 9. & capitur pro linea in tres æquales partes diuiſa, eius quadratum 9. capitur pro ſuperficie totius quadrati, in nouem quadrata minora diuiſa, æqualia toti quadrato. Et qui in ſe multiplicatur, latus quadrati dicitur.

Quarta eſt cubus eſt enim cubus numerus productus ex aliquo numero in ſuum quadratum ducto. vt cubus 3. eſt 27. quia ex ductu 3. in eius quadratum 9. fit 27. & cubus 4. eſt 64. & cubus 5. eſt 125. & ſignatur ſic cu. & capitur pro ſolido æquilatero; & æquiangulo, in cubos minores diuiſo. Secundum diuiſiones æquales lineæ lateris.

Quinta

Quinta eſt quadratum quadrati, vt quadratum 2. eſt 4. & quadratum 4. eſt 16. & ſignatur ſic ce ce. Omnis enim numerus quadratus ſeipſum multiplicans, producit quadratum quadrati eius lateris.

Sexta eſt relatum primum, & eſt numerus productus ex ductu alicuius quadrati numeri in eius lateris cubum, vt quadratum 2. eſt 4. cubus 2. eſt 8. duco 4. in 8. fit 32. relatum primum de 2. & ſignatur ſic Rel. p.^{m}

Septima ſpecies eſt quadratum cubi, vt quadratum 2. eſt 4. cubus 4. eſt 64. & ſignatur ſic ce.cu. vel cuce. quod eſt idem.

Octaua ſpecies eſt relatum ſecundum, & eſt numerus productus ex ductu numeri cubi, in eius lateris cubici quadratum quadrati, vt quadratum quadrati 2. eſt 16. & cubus 2. eſt 8. duco 8. in 16. fit 128. relatum ſecundum de 2. & ſignatur ſic. Rel. 2.^{m}

Nona ſpecies eſt quadratum quadrati quadrati, vt quadratum 2. eſt 4. quadratum 4. eſt 16. & quadratum 16. eſt 256. & ſignatur ſic ce. ce. ce.

Decima ſpecies eſt cubus cubi, vt cubus 2. eſt 8. & cubus 8. eſt 527. & ſignatur ſic cu. cu.

Vndecima ſpecies eſt quadratum relati primi, vt relatum 2. eſt 32. quadratum 32. eſt 1024. eius figura eſt ce. rel.

Duodecima ſpecies eſt relatum tertium, & eſt numerus productus ex ductu numeri cubi, in eius lateris cubici quadratum quadrati quadrati, vt cubus 2. eſt 8. quadratum quadrati quadrati 2. eſt 256. duco 8. in 256. fit 2048. relatum tertium de 2. & ſignatur ſic. Rel. 3.^{m}

Hæ omnes ſpecies ex octauo noni Euclidis trahuntur.

Si fuerint numeri ab vnitate continue proportionales, tertius ab vnitate erit quadratus, ac deinceps vno ſemper intermiſſo. Quartus vero ab unitate cubus, ac deinceps duobus ſemper intermiſſis. Item ſeptimus ab unitate eſt quadratus cubicus, ac deinceps quinque ſemper intermiſſis, quadratus cubicus continuo ſequitur. Numerus ſequens poſt unitatem eſt latus tetragonicum tertij, & latus cubicum quarti, & latus lateris tetragonici quinti, & latus relatum ſexti, ac deinceps.

Numerorum aliqui perfecti appellantur, & ſunt hi qui omnibus ſuis partibus a quibus numerantur ſunt æquales, ut 6. qui nume-

ratur

ratur a 3. 2. & 1. & 28. numeratur a 14. 7. 4. 2. & 1. gignuntur autem cum numeri ex proportione dupla ab unitate iuncti numerum primum effecerint, tunc maximus in aggregatum, producit numerum perfectum, ut 1. 2. 4. 8. 16. aggregant 31. qui eſt numerus primus, igitur 16. ductus in 31. producit 496. numerum perfectum. quamquam alia ratione numerus ternarius poſſit etiam perfectus appellari, ſeu potius omnium numerorum perfectiſſimus; quoniam ſcilicet ab omnibus ſuis partibus ſimul acceptis conflatur. etiam ſi partes ipſe non quotientes ſunt, ſed aliquotæ, quod quidem nulli numerorum conuenire poteſt, cum partes binarij binarium numerum non conficiant: quaternarij uero, & cæterorum omnium numerorum partes omnes ſimul acceptæ, numeros ipſos excedant, & plerunque longe maximo interuallo.

His opponuntur abundantes, & diminuti. Nam abundans dicitur, qui omnibus ſuis partibus a quibus numeratur minor eſt, Diminutus vero qui maior. Nam 12. eſt abundans, quia numeratur a 6. 4. 3. 2. & 1. quorum aggregatum eſt 16. maius 12. Et 10. eſt diminutus, quia numeratur a 5. 2. & 1. quorum aggregatum eſt 8. minus 10.

Diuiduntur autem numeri in pares, ac impares. Proprietas autem paris numeri eſt, ut per ſimilia dimidatur, imparis uero in diſſimilia. Nam ſi diuidis 8. utraque portio, erit par, aut impar, ſi autem diuidis 9. unam partem habebis parem, aliam imparem.

Paris autem tres ſunt ſpecies, pariter par, pariter impar, & impariter par.

Dicitur autem pariter par numerus, qui per continuam ſectionem equalem ad unitatem uenire poteſt, ut 16. in 8. poſt in 4. deinde in 2. & in 1.

Pariter impar eſt cum numerus ſolum ſemel admittit dimidiationem, ut 2. 6. 10. 14. & 18.

Impariter par eſt, qui plures admittit diuiſiones non tamen uſq; ad unitatem patitur dimidiari, ut 12. & 20. nam cum ex 20. ad 5. deueneris, non amplius per æqualia diuiſionem admittit.

Sunt & imparium quidam primi, qui ſola unitate numerantur. ut 3. 5. 7. & 11.

Quidam compoſiti, qui aliquo numero numerantur, ut 9. & 15. & ſimiles. Eſt etiam commune imparibus, ut metiantur alios a ſe

a ſe tantum diſtantes quantum ipſi ab unitate. uſque in infinitum, ut 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27. 29. 31. 33. 35. 37. 39. vt 3. diſtat ab vnitate per 2. numerabit duobus intermiſſis 9. & iterum duobus intermiſſis 15.

Eſt quoddam proprium numeris primis, vt vel in ſe ducti, vel in alijs primos, non reddant numerum alijs præterquam componentibus compoſitum, vt 5. in ſe facit 25. qui ab alio numerari non poteſt, præterquam a 5.

Sunt & numeri compoſiti, qui ad inuicem ſunt primi, vt 10. & 9. nam 2. & 5. numerat 10. & 3. numerat 9. tamen ſunt inuicem primi, quia nullus communis numerator ambos numerat.

Qui autem communi numero numerantur, ſunt compoſiti, vt 15. & 20. qui communiter numerantur a 5. omnes vero qui vnitate tantum differunt, ſunt contra ſe primi, vt 39. & 40. nam contra ſe primi a nullo numero numerantur, excepta ſola vnitate. Sunt & numeri lineares, vt cum ſeriem numerorum per additionem vnitatis intelligimus, vt 2. 3. 4. 5.

Sunt & ſuperficiales numeri, qui multiplicatione duorum laterum coaleſcunt, vt 15. producitur ex 3. & 5.

Sunt & ſolidi, qui trina multiplicatione producuntur, vt 24. producitur ex 4. 3. & 2.

Sunt & numeri cubi, æqualibus conſiſtentes lateribus, quorum generatio fit, ducto latere cuiuslibet quadrati numeri in ſuum quadratum, vt 2. in eius quadratum 4. facit 8. cubum & 3. in eius quadratum 9. facit 27. cubum, & ita de reliquis.

Sunt & numeri trigoni, quadrati, pentagoni, exagoni, eptagoni atque deinceps, ſuperficiales omnes, qui ita vocantur a ſuperficiebus, quas implere poſſunt per vnitates. Nam 1 & 2 facit 3 & eſt triangularis. Quadratus æqualibus lateribus conſiſtens, fit ex ductu cuiuslibet numeri in ſe, vt 4. eſt quadratum de 2.

Pentagoni ſunt, qui commode pentagonum referunt, vt 5. 12. 22. & 35. & fiunt iunctis quibuslibet numeris ab vnitate, duobus intermiſſis, vt 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. iungo 1. & 4. fit 5. intermitto duos a 4. & eſt 7. addo ad 5. fit 12. deinde intermitto duos a 7. & eſt 10. addo ad 12. fit 22. & ita ad 13. fit 35. igitur 5. 12. 22. & 35. ſunt pentagoni. HExagoni vero conſurgunt tribus intermiſſis, HEptagoni quatuor, ac deinceps.

Opera-

Operationes numerorum ſunt ſeptem, numeratio, aggregatio, detractio, multiplicatio, diuiſio, laterum, inueſtigatio, & progreſſio.

Numeratio integrorum eſt proceſſus ſecundum additionem vnitatis, & ei non eſt terminus, ut 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. *&* 10. *fit & numeratio conuerſa, vnitatem verſus, vt* 40. 39. 38. 37. *& ita terminatur ad vnitatem. Nam infra vnitatem deſcendere non licet. Cum numerus excedit decadem, ad idem reuertitur, vt* 1. 2. 3. 4. *poſt decadem* 11. 12. 13. 14. *& poſt* 20. *fit* 21. 22. 23. 24. *Eſt ergo numerus ſimplex, deinde denarius, deinde centenarius, deinde millenarius. Et ſicut ſunt decem vnitates in decade, ita decem decades in centeno, & decem centeni in milleno, & decem milleni in miriade. Cum autem numerus tranſit millenum, reuertitur ad mixtionem cum alijs, vtpote ad decades millium, & centenos millium, ac millenos millium, quæ vulgo milliones appellantur. Et poſt iterum ad decades millionum, & centenos reuertitur. Et ſic in infinitum. Prima littera a parte dextra ſignificat numerum, ſecunda procedendo verſus ſiniſtram decades, tertia, centenos, quarta milliaria, quinta miriades, ſexta centena millia, ſeptima millia millium, vulgo milliones, octaua decades millionum, nona centena millionum, decima millia millionum, vndecima miriades millionum, duodecima centena millionum millionum, decima tertia milliones millionum, decimaquarta decades millionum millionum, & ita res ſemper reuertitur ad idem ſine terminatione. Per exemplo fit ſequens figura vſque ad decem litteras.*

m m m o s
nM. cM. DM. M. cM. DM. M. C. D. n.
6 9 4 3 9 5 4 8 5 7

Hoc eſt ſexmillia nongenta, quadragintatria millionum, nongenta quinquaginta quatuor millia octingenta quinquaginta ſeptem.

Numeratio fractorum fit augendo numeratorem per vnitatem, relinquendo denominatorem in ſuo eſſe, vt $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{6}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{5}{6}$. *& ita fit auctio, vel fit decreſcendo, augendo denominatorem, vt* $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$. *Numerus ſuperior vocatur numerator, vel nominator, inferior vero denominator.*

Numeratio ineffabilium fit augendo litteram quæ eſt a dextra per vnitatem, dimittendo reliquas in ſuo eſſe, vt ℞. 2. ℞. 3. ℞. 4. *&* ℞. 3. p̃. ℞. 7. ℞. 3. p̃. ℞. 8. ℞. 3. p̃. ℞. 9.

Numeri

Numeri geometrici vulgo algebratici, numerantur, vt numeri ſimplices, non variata denominatione, vt 1. co. 2. co. 3. co. 4. co. 1. ce. 2. ce. 3. ce. 4. ce. 1. cu. 2. cu. 3. cu. 4. cu. idem de reliquis.

Aggregatio integrorum eſt duorũ pluriumue numerorum in vnam ſummam collectio, & fit diſpoſitis prius numeris vt in figura, incipiendo a dextra, procedendo verſus ſiniſtram. Vnũ ſub alio, itaut ſi aliqui numeri deficiant, defectus ſit a parte ſiniſtra, vt 273. & 4068. qui a parte ſiniſtra deficiunt, vt in figura. Incipio igitur a dextra, & aggrego omnes litteras exiſtentes in directo, et ſunt 9. 3. 8. & 2. fit 22. depono 2. ſub linea numeros datos a ſumma colligenda diſtinguente, & retineo duas decades, deinde aggrego decades numerorum datorum, & ſunt 5. 7. 6. & 4. fit 22. addo decades 2. retentas, fit 24. depono 4. & ſeruo decades 2. deinde aggrego centenos 7. 2. & 9. fit 18. addo decades 2. ſeruatas, fit 20. depono 0. & ſeruo rurſum decades 2. deinde aggrego millenos 2. 4. & 3. fit 9. addo decades 2. ſeruatas, fit 11. depono 1. & ſeruo decadem, tandem aggrego miriades 5. & 7. fit 12. addo decadem ſeruatam, fit 13. depono vt in figura, fit tota ſumma 131042.

73942.
4068.
273.
52759.
131042.

Cum vero aggregãtur plurimæ quantitates diuerſarum denominationum, quarum ſeries eſt longior, vt facilius, ac citius errata quæ ſæpius accidere ſolent, cognoſci & corrigi valeant. Et ne memoriæ fiat confuſio, ſeruo ordinem, & regulam, vt in figura. Aggrego primo denarios, & ſunt 139. Diuido per 12. quia denarij 12. faciunt ſolidum, exeunt ſolidi 11. & ſuperant denarij 7. Depono in prima linea ſub numeris datis, vt in figura. Deinde aggrego ſolidos, & ſunt 265. diuido per 20. quia ſolidi 20. conficiunt libram. Exeunt libræ 13. & ſuperant ſolidi 5. Depono in ſecunda linea, ſub numeris datis. Deinde aggrego numeros librarum, & ſunt 114. Depono in tertia linea, 4. numerum ſub 3. numero, & 1. decadem ſub 1. decade, & 1. centenum a ſiniſtra. Deinde aggrego decades librarum, & ſunt 115. Depono in quarta linea, vt in figura, decades 5. ſub decadibus 1. & 1. & centenum 1. ſub centeno 1. deinde millenum 1 a ſiniſtra. Deinde aggrego centenos librarum, & ſunt 120. Depono in quinta linea, centenum 0. ſub centenis 1. & 1. & millenos 2. ſub milleno 1. & miriadem 1. a ſiniſtra, nam mirias decem millia ſignificat. Deinde aggrego millenos librarum, & ſunt 118. depono in ſexta linea millenos 8. ſub millenis 2. & 1.

l.	9999	ſ.	19	d.	11
l.	7898	ſ.	18	d.	10
l.	8987	ſ.	17	d.	9
l.	5798	ſ.	18	d.	8
l.	8958	ſ.	16	d.	10
l.	9876	ſ.	19	d.	11
l.	8888	ſ.	18	d.	8
l.	7777	ſ.	15	d.	6
l.	6789	ſ.	18	d.	5
l.	9876	ſ.	19	d.	11
l.	7968	ſ.	18	d.	10
l.	9687	ſ.	18	d.	11
l.	8899	ſ.	15	d.	10
l.	9988	ſ.	18	d.	8
l.	29876	ſ.	19	d.	11
l.		ſ.	11	d.	7
	13	ſ.	5		
	114	ſ.			
	115				
	110				
	118				
	2				
l.	151277	ſ.	16	d.	7

& miriadem 1. ſub miriade 1. & centenum millenorum 1. a ſiniſtra tandem depono miriades 2. ſub miriadibus 1. & 1. in directo, in ſeptima linea. Deinde iterum aggrego omnes numeros in eiſdem ſeptem lineis poſitos, vt in figura, fit tota ſumma l. 151277 ſ. 16 d. 7 Idem etiam obſeruandum in ponderibus & menſuris.

Subtractio integrorum eſt vnius numeri ſecundum alterum diminutio, ex qua tertius procedit numerus, quod reſiduum vocatur, & eſt differentia duorum inter ſe numerorum, & differt ab aggregatione in tribus, primo quia eſt eidem contraria, minuit enim, & illa addit quantitates. Secundo quia aggregatio fit inter quotlibet numeros, ſubtractio ſolum inter duos, tertio quia aggregatio fit minoris cum maiore, & maioris cum minore, detractio autem non fit niſi minoris a maiore. Nam maiorem numerum a minori detrahere omnino impoſſibile eſt, fit autem detractio, vt in figura, a dextra verſus ſiniſtram procedẽdo. Vt volo detrahere 486579. ex 7948723. depono minorem numerum ſub maiori, numerum ſub numero, decadem ſub decade, centenum ſub centeno, ac deinceps. Deinde incipiendo ſemper a dextra aufero 9. a 3. nõ poſſum minuo 2. ſecundam litteram ſuperiorem per vnitatem, & eam addo ad 3. primam fit 13. aufero 9. a 13. reſtat 4. deinde aufero 7. ab 1. qui fuit 2. non poſſum, minuo 7. tertiam ſuperiorem per vnitatem, & eam addo ad 1. qui fuit 2. fit 11. aufero 7. ab 11. reſtat 4. deinde aufero 5. a 6. qui fuit 7. reſtat 1. deinde 6. ab 8. reſtat 2. deinde 8. a 4. non poſſum minuo 9. ſequentem per vnitatem, & eam addo ad 4. fit 14. aufero 8. a 14. reſtat 6. deinde aufero 4. ab 8. qui fuit 9. reſtat 4. deinde 0. a 7. reſtat 7. Vel alio modo demo 9. a 3. non poſſum, addo 10. ad 3. fit 13. demo 9. a 13. reſtat 4. depono 4. ſub linea, deinde addo 10. pro vnitate ad 7. ſecundam litteram numeri inferioris fit 8. & eſt tantum quantum ſi detraxiſſem vnitatem a 2. ſecunda littera numeri ſuperioris, aufero ergo 8. a 2. non poſſum, addo 10. pro vnitate ad 2. fit 12. aufero 8. a 12. reſtat 4. depono ſub 7. deinde addo 10. pro vnitate ad 5. fit 6. aufero a 7. ſuperiori in directo reſtat 1. depono ſub 5. deinde aufero 6. ab 8. reſtat 2. depono ſub 6. deinde aufero 8. a 4. non poſſum addo 10. fit 14. aufero 8. ex 14. reſtat 6. depono ſub 8. deinde addo 10. pro vnitate ad 4. litteram vltimam numeri inferioris, fit 5. aufero a 9. reſtat 4. depono ſub

7948723
486579
7462144

no ſub 4. deinde quia nulla eſt alia littera in detractore, repono 7. & fit numerus inferior 7462144. Eius ſub vera probatio eſt aggregatio. Nam cum recte detraxeris, ſemper ex duobus inferioribus iunctis, fiet ſuperior.

Cum libras ſolidos, & denarios detrahis, operare vt in figura, aufero denarios 9. a 7. non poſſum, addo ſolidum 1. denarijs 7. fiunt denarij 19. aufero 9. a 19. reſtant denarij 10. depono vt in figura, & quia addidi ſolidum 1. ſuperioribus, eum reddo inferioribus ſolidis 17. fiunt ſolidi 18. aufero a 13. non poſſum, addo ergo libram ad ſolidos 13. fiunt ſoldi 33. aufero 18. a 33. reſtant ſolidi 15. depono. Deinde quia addidi libram ad ſolidos 13. eam reddo libris 2. fit 3. & ſic fit ſumma inferior l. 7683. quæ detracta a ſuperioribus, vt in prima figura, reſtat l. 281. ſ. 15. d. 10.

l. 7964	ſ. 13	d. 7
l. 7682	ſ. 17	d. 9
l. 281	ſ. 15	d. 10

Exemplum in menſuris.

pert. 250	*T.* 10	*p.* 8	*vnc.* 6	*p.* 4	*a.* 2
pert. 199	*T.* 12	*p.* 10	*vnc.* 8	*p.* 6	*a.* 4
pert. 50	*T.* 21	*p.* 9	*vnc.* 9	*p.* 9	*a.* 10

Aufero atomos 4. a 2. non poſſum, addo punctum ad atomos 2. fiunt, atomi 14. aufero 4. a 14. reſtant 10. depono, deinde reddo punctum ad puncta 6. fit 7. aufero 7. a 4. non poſſum, addo vnciam ad puncta 4. fit 16. aufero 7. a 16. reſtat 9. depono, deinde reddo vnciam ad vncias 8. fit 9. aufero 9. a 6. non poſſum, addo pedem ad vncias 6. fiunt vnciæ 18. aufero 9. a 18. reſtant vnciæ 9. depono, deinde reddo pedem pedibus 10. fit 11. aufero 11. ab 8. non poſſum, addo tabulam pedibus 8. fiunt pedes 20. aufero 11. a 20. reſtat pedes 9. depono, deinde reddo tabulam tabulis 12. fit 13. aufero a 10. non poſſum, addo perticam ad tabulas 10. fiunt tabulæ 34. demo 13. a 34. reſtant tabulæ 21. depono, deinde reddo perticam perticis 199. fiunt perticæ 200. aufero a 250. reſtant perticæ 50. depono. Idem obſeruetur in ponderibus.

Pro multiplicatione integrorum habendæ ſunt in primis memoriæ multiplicationes ſaltem vſque ad 10. vt in figura.

1 in 1 fit 1	3 in 4 fit 12	6 in 7 fit 42
2 in 2 fit 4	3 in 5 fit 15	6 in 8 fit 48
3 in 3 fit 9	3 in 6 fit 18	6 in 9 fit 54
4 in 4 fit 16	3 in 7 fit 21	7 in 8 fit 56
5 in 5 fit 25	3 in 8 fit 24	7 in 9 fit 63
6 in 6 fit 36	3 in 9 fit 27	8 in 9 fit 72
7 in 7 fit 49	4 in 5 fit 20	
8 in 8 fit 64	4 in 6 fit 24	
9 in 9 fit 81	4 in 7 fit 28	
2 in 3 fit 6	4 in 8 fit 32	
2 in 4 fit 8	4 in 9 fit 36	
2 in 5 fit 10	5 in 6 fit 30	
2 in 6 fit 12	5 in 7 fit 35	
2 in 7 fit 14	5 in 8 fit 40	
2 in 8 fit 16	5 in 9 fit 45	
2 in 9 fit 18		

Multiplicatio eſt aggregatio multiplicati, toties, quoties in multiplicāte eſt vnitas. Detur numerus 7895. multiplicandus per 324. Diſpono numerum quemlibet ſub ſuo compari, numerum ſub numero, decadem ſub decade, ac deinceps. Deinde duco 4. primam litteram numeri inferioris, in omnes litteras numeri ſuperioris, deinde 2. in omnes ſuperiores, tandem 3. ducitur in omnes litteras numeri ſuperioris. Tamen ſemper transferendo decades quæ ſuperſunt in multiplicatione ad numerum ſequentem, tamquam numeros ſimplices, vt duco 4. in 5. fit 20. depono 0. & ſeruo duas decades, deinde duco eundem 4. in 9. ſecundam litteram numeri ſuperioris, fit 36. addo decades 2. ſeruatas, fit 38. depono 8. & ſeruo tres decades, deinde duco eundem 4. in 8. tertiam litteram numeri ſuperioris, fit 32. addo decades 3. ſeruatas fit 35. depono 5. & ſeruo decades 3. tandem duco eundem 4. in 7. quartam litteram numeri ſuperioris, fit 28. addo decades 3. ſeruatas, fit 31. depono, vt in figura, eodem modo procedo ducendo 2. ſecundam litte-

```
   7895
    324
  -----
  31580
 15790
23685
-------
2557980
```

ram numeri inferioris, in omnes litteras numeri ſuperioris, & tandem ducendo 3. vltimam litteram numeri inferioris in eaſdemmet omnes litteras numeri ſuperioris.

Cum autem multiplicas numerum cuius tres primæ litteræ ſint 000. *vt* 25000. *in* 7. *duco ſeorſum* 25. *in* 7. *fit* 175. *antepono* 000. *fit* 175000.

Si vero ducis 173. *in* 20. *duco* 173. *in* 2. *fit* 346. *antepono* 0. *fit* 3460.

At ſi eundem 173. *in* 200. *duco* 173. *in* 2. *fit* 346. *antepono* 00. *fit* 34600.

Si 1730. *in* 20. *duco in primis* 173. *in* 2. *fit* 346. *antepono* 00. *alterum ex parte multiplicandi, alterum ex parte multiplicantis, fit* 34600.

Vel ſi eundem numerum 1730. *in* 200. *duco* 173. *in* 2. *fit* 346. *addo* 000. *fit* 346000. *idem de ſimilibus.*

Si vero ducis 5423. *in* 1304. *ductis ſingulis litteris numeri ſuperioris in* 4. *vnitates multiplicantis, fit* 21692. *& quoniam ſequentem numeri multiplicantis limitem occupat* 0. *pono* 0. *in locum ſecundi numeri, ſub* 9. *deinde duco eodem modo eundem numerum* 5423. *in* 3. *centenos, fit* 16269. *a loco centenorum verſus leuam diſtribuendo quæ poteſtate repreſentant* 1626900. *tādem ducto numero ſuperiori in* 1. *idem reddit numerus* 5423. *a millenis leuorſum ſcribendus, & qui poteſtate repreſentat numerum* 5423000. *ducta demum lineola hi omnes numeri in vnum coaceruentur.* 7071592.

5423
1304
21692
162690
5423
7071592

Numerus in numerum producit numerum vt 7. *in* 8. *fit* 56.

Numerus in decades producit decades, vt 7. *in* 80. *fit* 560.

Numerus in centenos producit centenos, vt 7. *in* 800. *fit* 5600.

Numerus in millenos producit millenos, vt 7. *in* 8000. *fit* 56000

Numerus in miriades producit miriades, vt 7. *in* 80000. *fit* 560000.

Decas in decades producit centenos, vt 70. *in* 80. *fit* 5600.

Decas in centenos producit millenos, vt 70. *in* 800. *fit* 56000.

Decas in millenos pducit miriades, vt 70. *in* 8000. *fit* 560000.

Decas in miriades producit centena millia, vt 70. *in* 80000. *fit* 5600000.

Cētenus in cētenos pducit miriades, vt 700. *in* 800. *fit* 560000.

Centenus

Centenus in millenos producit centena milliariorum, vt 700. *in* 8000. *fit* 5600000.

Centenas in miriades producit milliones, vt 700. *in* 80000. *fit* 56000000.

Millenus in millenos producit milliones, vt 7000. *in* 8000. *fit* 56000000.

Millenus in miriades producit decades millionum, vt 7000. *in* 80000. *fit* 560000000.

Mirias in miriadem producit centena millionum, vt 70000. *in* 80000. *fit* 5600000000. Exemplum.

```
    56789
    12345
   ------
   283945
  227156
 170367
113578
56789
---------
701060205
```

Volo multiplicare 12345. *in* 56789. *diſpono numeros, vt in figura. Deinde duco numerum* 5. *numeri inferioris, in numerum* 9. *numeri ſuperioris producuntur* 45. *depono* 5. *in directo ſub* 5. *&* 9. *& ſeruo decades* 4. *deinde duco eundem numerum* 5. *numeri inferioris, in decades* 8. *numeri ſuperioris, producuntur decades* 40. *addo decades* 4. *ſeruatas, fit* 44. *depono* 4. *in directo ſub* 4. *&* 8. *& ſeruo decades* 4. *deinde duco eundem numerum* 5. *in centenos* 7. *numeri ſuperioris producuntur centeni* 35. *addo* 4. *ſeruatos, fit* 39. *depono* 9. *ſub* 3. *&* 7. *& ſeruo* 3. *pro decadibus, deinde duco eundem* 5. *in millenos* 6. *producuntur milleni* 30. *addo* 3. *ſeruatos, fit* 33. *depono* 3. *ſub* 2. *&* 6. *& ſeruo* 3. *pro decadibus. Demum duco eundem* 5. *in miriades* 5. *producuntur miriades* 25. *addo* 3. *pro decadibus ſeruatis, fit* 28. *depono* 8. *ſub* 1. *&* 5. *&* 2. *a ſiniſtra.*

Deinde eodem ordine duco 4. *decades numeri inferioris in numerum* 9. *numeri ſuperioris, producuntur decades* 36. *depono* 6. *ſub* 4. 4. *&* 8. *& ſeruo* 3. *pro decadibus, deinde duco eaſdem decades* 4. *in decades* 8. *numeri ſuperioris, producuntur centeni* 32. *addo* 3. *ſeruatos fit* 35. *depono* 5. *ſub* 9. 3. *&* 7. *& ſeruo* 3. *pro decadibus*. Deinde *duco eaſdem decades* 4. *in centenos* 7. *fiunt milleni* 28. *addo* 3. *ſeruatos, fit* 31. *depono* 1. *ſub* 3. 2. *&* 6. *& ſeruo* 3. *pro decadibus.*

Deinde *duco eaſdem decades* 4. *in millenos* 6. *producuntur miriades* 24. *addo* 3. *ſeruatos fit* 27. *depono* 7. *ſub* 8. 1. *&* 5. *& ſeruo* 2. *pro decadibus.*

Deinde duco eaſdem decades 4. *in miriades* 5. *producuntur centena millia* 20. *addo* 2. *ſeruatos, fit* 22. *depono.*

Deinde

Deinde duco centenos 3. numeri inferioris, in numerum 9. numeri ſuperioris, producuntur centeni 27. depono 7. ſub 5. 9. 3. & 7. & ſeruo 2. pro decadibus, deinde duco eoſdem centenos 3. in decades 8. producuntur milleni 24. addo 2. ſeruatos, fit 26. depono 6. ſub 1. 2. 3. & 6. & ſeruo 2. pro decadibus. Deinde duco eoſdem centenos 3. in centenos 7. producuntur miriades 21. addo 2. ſeruatos fit 23. depono 3. ſub 7. 8. 1. & 5. & ſeruo 2. pro decadibus. deinde duco eoſdem centenos 3. in millenos 6. producuntur centena millia 18. addo 2. ſeruatos, fit 20. depono 0. ſub 2. & 2. & ſeruo 2. pro decadibus. deinde duco eoſdem centenos 3. in miriades 5. producuntur milliones 15. addo 2. ſeruatos fit 17. depono 7. ſub 2. & 1. a ſiniſtra.

Deinde duco millenos 2. numeri inferioris in numerum 9. numeri ſuperioris, producuntur milleni 18. depono 8. ſub 6. 1. 3. 2. & 6. & ſeruo 1. pro decade, deinde duco eoſdem millenos 2. in decades 8. producuntur miriades 16. addo 1. ſeruatum, fit 17. depono 7. ſub 3. 7. 8. 1. & 5. & ſeruo 1. pro decade, deinde duco eoſdem millenos 2. in centenos 7. producuntur centena millia 14. addo 1. ſeruatum, fit 15. depono 5. ſub 0. 2. & 2. & ſeruo 1. pro decade. deinde duco eoſdem millenos 2. in millenos 6. producuntur milliones 12. addo 1. ſeruatum, fit 13. depono 3. ſub 7. & 2. & ſeruo 1. pro decade. deinde duco eoſdem millenos 2. in miriades 5. producuntur decades millionum 10. addo 1. ſeruatum, fit 11. depono 1. ſub 1. & reliquum 1. a ſiniſtra.

Deinde duco miriadem 1. numeri inferioris in numerum 9. numeri ſuperioris, producuntur miriades 9. depono ſub 7. 3. 7. 8. 1. & 5. deinde duco eandem miriadem 1. in decades 8. producuntur centena millia 8. depono ſub 5. 0. 2. & 2. deinde duco eandem miriadem 1. in centenos 7. producuntur milliones 7. depono ſub 3. 7. & 2. deinde duco eandem miriadem 1. in millenos 6. producuntur decades millionum 6. depono ſub 1. & 1.

Tandem duco eandem miriadem 1. in miriades 5. producuntur centena millionum 5. depono ſub 1. deinde aggrego omnia producta, fit tota ſumma 701060205.

Diuiſio eſt quotientis partis inuentio. Nibil enim eſt aliud quærere quæ pars ſit 7. de 28. quam diuidere 28. per 7. & e contra. Diſpono igitur numeros, vt in figura.

Detur

diuiſor
867 *a exiẽs*
796453|918
7964 *b*
7803
1615
867
7483
6936
547
ſuperatio

Detur numerus 796453. diuidendus per 867. pono 867. diuiſorem ſupra datum numerum diuidendum, deinde conſidero an tres litteræ diuiſoris poſſint ingredi tres vltimas litteras numeri diuidendi, hoc eſt an 796. ſit maior numerus quam 867. diuiſor. & quia eſt minor addo tertiam litteram numeri diuidendi 4. fit 7964. qui eſt maior numerus quam 867. diuiſor, deinde conſidero quoties 867. diuiſor numerat 7964. vel quoties 8. vltima littera diuiſoris numeret 79. litteras numeri diuidendi, cum conditione, quòd reliquæ litteræ diuiſoris poſſint toties ingredi cum ſuperante, quoties 8. numerauit 79. Et quia 8. numerat nouies 79. & ſupereſt 7. qui antepoſitus ad 6. quartam litteram numeri diuidendi facit 76. & 6. ſecunda littera diuiſoris, ingreditur nouies 76. & ſuperant 22. qui antepoſiti ad 4. tertiam litteram numeri diuidendi faciunt 224. & 7. prima littera diuiſoris poteſt ingredi nouies 224. igitur inuento quòd omnes poſſunt ingredi nouies, depono 9. quotientem pro exeunte a dextra, vt in figura, ducta prius lineola a.b. intermedia inter numerum diuidendum, & exeuntem. deinde duco 9. exeuntem in omnes litteras diuiſoris hoc modo 9. in 7. primam litteram diuiſoris, fit 63. depono 3. ſub 4. & ſeruo decades 6. deinde duco eundem 9. in 6. ſecundam diuiſoris litteram, fit 54. addo 6. ſeruatos, fit 60. depono 0. ſub 6. & ſeruo decades 6. tandem duco eundem 9. in 8. vltimam diuiſoris litteram, fit 72. addo 6. ſeruatos fit 78. depono 8. ſub 9. & 7. ſub 7. deinde duco lineam, vt in figura ſub 7803. & eos aufero ex 7964. reſtat 161. quibus addo 5. ſecundam litteram numeri dati, fit 1615.

Deinde explorato modo quo ſupra quòd 867. diuiſor non ingreditur niſi ſemel 1615. repono 1. pro quotiente. prope 9. a dextra, deinde duco eundem 1. in omnes litteras diuiſoris hoc modo 1. in 7. fit 7. depono ſub 5. deinde 1. in 6. fit 6. depono ſub 1. deinde 1. in 8. fit 8. depono ſub 6. deinde ducta prius lineola, aufero 867. ex 1615. hoc modo, aufero 7. a 5. non poſſum, addo 10. ad 5. fit 15. aufero 7. a 15. reſtat 8. deinde addo 1. pro decade ad 6. fit 7. aufero ab 1. non poſſum, addo 10. fit 11. aufero 7. ab 11. reſtat 4. depono. deinde addo 1. ad 8. pro decade mutuata, fit 9. aufero a 16. reſtat 7. depono, & fit totum reſiduum 748. Deinde pro habenda vltima littera exeuntis, addo 3. primam litteram numeri diuidendi ad 748. fit 7483.

Deinde

Deinde conſidero quòd 867. diuiſor poteſt ingredi oĉties 7483. igitur depono 8. pro vltima exeuntis littera, prope 1. a dextra, deinde duco eundem 8. in 7. primam diuiſoris litteram, fit 56. depono 6. ſub 3. & ſeruo decades 5. deinde duco eundem 8. in 6. fit 48. addo decades 5. ſeruatas, fit 53. depono 3. ſub 8. & ſeruo decades 5. tandem duco eundem 8. in 8. vltimam diuiſoris litteram, fit 64. addo decades 5. ſeruatas, fit 69. depono 9. ſub 4. & 6. ſub 7. fit 6936. demò a 7483. hoc modo. Aufero 6. a 3. non poſſum, addo 10. ad 3. fit 13. aufero 6. a 13. reſtat 7. deinde reddo 1. pro decade mutuata ad 3. fit 4. aufero ab 8. reſtat 4. depono, deinde aufero 9. a 4. non poſſum, addo 10. fit 14. aufero 9. a 14. reſtat 5. deinde reddo 1. ad 6. pro decade mutuata, fit 7. aufero 7. a 7. reſtat 0. concludo igitur quòd ex tali diuiſione exit 918. & ſuperant 547. Et ſcias quòd numerus 867. appellatur diuiſor, & 918. exiens. & 796452. diuiſus, & 547. ſuperatio. Et quòd multiplicatio eſt probatio, diuiſionis, & econtra.

Modus diuidendi libras cum ſolidos, & denarijs vt in exemplo.

Incipio a ſiniſtra procedendo verſus dextram, & dico 3. in 4. ingreditur ſemel. pono 1. ſub 4. & ſupereſt vnitas. Antepono ad 3. fit 13. Dico rurſum 3. in 13. ingreditur quater, depono 4. ſub 3. numeri diuidendi, deinde duco 3. in 4. fit 12. aufero 12. a 13. reſtat libra vna, quæ continet ſolidos 20. addo ad alios ſolidos 14. numeri diuidendi, fit 34. dico 3. in ſolidos 34. ingreditur vndecies, depono ſolidos 11. ſub 14. ſupereſt ſolidus vnus, qui continet denarios 12. addo ad denarios 4. fit 16. diuido per 3. exeunt denarij 5. depono ſub 4. ſupereſt denarius vnus, qui in tres partes diuiſus ſic eſt ſcribendus. $\frac{1}{3}$.

per 3
l. 43 ſ. 14 d.4
l. 14 ſ. 11 d.5 $\frac{1}{3}$

Conuerſo modo fit multiplicatio. Incipit enim a dextra, & verſus ſiniſtram procedit. Quam hic pro probatione diuiſionis pono. Duco in primis denarios $5\frac{1}{3}$. in 3. fit 16. qui faciunt ſolidum 1. & denarios 4. depono 4. ſub $5\frac{1}{3}$. & ſeruo ſolidum 1. deinde duco ſolidos 11. in 3. fit 33. addo ſolidum ſeruatum, fiunt ſolidi 34. qui continent libram 1. & ſuperſunt ſolidi 14. quos depono ſub ſolidis 11. & ſeruo libram, deinde duco libras 14. in 3. fit 42. addo libram ſeruatam

per 3
l. 14 ſ. 11 d.5 $\frac{1}{3}$
l. 43 ſ. 14 d.4

tam fit 43. depono, vt in figura. Eodem modo *& ordine procedo in ponderibus, & menſuris.*

Aggregatio fractorum fit ducendo binos denominatores inuicem, & quod fit ponendo pro denominatore, deinde in decuſſim denominatorem vnius in numeratorem alterius, & totum aggregando pro numeratore.

Exemplum.

$\frac{3}{4}$ X $\frac{5}{7}$ $\frac{41}{28}$ reducitur ad $1\frac{13}{28}$

Aggrego $\frac{3}{4}$. *cum* $\frac{5}{7}$. *duco denominatores 4. in 7. fit 28. pono ſub linea pro denominatore, deinde in decuſſim 3. in 7. & 4. in 5. fit 20. & 21. aggrego, fit 41. pono ſupra eandem lineam pro numeratore, reduco ad* $1\frac{13}{28}$ *Quòd ſi ſint plures, aggrego binos & binos, donec compleam, vt* $\frac{2}{3}\ \frac{3}{4}\ \frac{4}{5}\ \frac{5}{6}$ *aggrego prima duo, fit* $\frac{17}{12}$ *reliqua duo* $\frac{49}{30}$. *deinde aggrego* $\frac{17}{12}$. *&* $\frac{49}{30}$. *fit* $\frac{1098}{30}$. *reduco ad* $3\frac{1}{20}$.

3 4
1 X 1
4 3
1
12

Subtractio fractorum fit ducendo denominatores inuicem, quod fit eſt denominator, deinde in decuſſim, denominatorem vnius in numeratorem alterius, minus productum a maiore detrahendo, quod remanet eſt numerator. Vt volo auferre $\frac{1}{4}$. *ex* $\frac{1}{3}$. *duco denominatores 3. in 4. fit 12. pono ſub linea pro denominatore, deinde in decuſſim numeratores in denominatores. 1. in 4. & 1. in 3. fiunt 4. & 3. demo 3. a 4. reſtat 1. pro numeratore pono ſupra eandem lineam, fit* $\frac{1}{12}$ *reſiduum. Ex hoc patet quæ fractio ſit maior, & quantum maior ſuperet minorem, nam ſicut maius productum ſuperat minus, hoc eſt 4. ſuperat 3. ſic* $\frac{1}{3}$. *ſuperat* $\frac{1}{4}$. *in* $\frac{1}{12}$. *Nam vt diffinit Euclides, in principio ſeptimi, omnis pars eſt minor quæ maiorem habet denominationem, maior vero quæ minorem.*

$\frac{2}{5}$ — $\frac{4}{7}$ fit $\frac{8}{35}$

Multiplicatio fractorum fit ducendo denominatores inuicem, & productum ponendo pro denominatore, deinde numeratores & productum ponendo pro numeratore, vt $\frac{2}{5}$. *in* $\frac{4}{7}$. *fit* $\frac{8}{35}$. *&* $\frac{2}{3}$. *in* $\frac{3}{4}$. *fit* $\frac{6}{12}$. *&* $\frac{2}{8}$. *in* $\frac{4}{7}$. *fit* $\frac{8}{56}$.

Diuiſio fractorum fit ducendo numeratorem diuiſoris, in denominatorem diuidendi, quod producitur eſt denominator exeuntis. Deinde denominatorem diuiſoris in numeratorem diuidendi, quod producitur eſt numerator, vt diuido $\frac{3}{4}$. *per* $\frac{2}{3}$ *igitur* $\frac{2}{3}$. *eſt diuiſor. Duco 2. in 4. fit 8. denominator, deinde 3. in 3. fit 9. numerator reduco ad* $1\frac{1}{8}$.

3 X $\frac{3}{4}$
& eſt $1\frac{1}{8}$

Cum integrum ſimplicem cum fracto ſimplici numerare vis, vel denominare, reduco integrum ad fractionem, quia diuerſa inter ſe non

nõn conueniunt. Vt 23 $\frac{7}{19}$. duco 23. in 19. fit 437. addo numeratorem 7. fit 444. pono ſupra lineam pro numeratore, & ſub eadem pono denominatorem eundem 19. fit $\frac{444}{19}$. Idem fit cum ab vtraque parte ſunt integri & fracti. Si vero ab vna parte ſint fracti, & ab alia integri, frango integros, eos ponendo ſupra lineam pro numeratore, & ſub eadem linea ponendo vnitatem pro denominatore, deinde operor cum regulis præmiſſis. Exemplum ſit ab vna parte numerus reductus ad $\frac{444}{19}$. & ab alia 25. frango 25. eos ponendo ſupra lineam pro numeratore, & ſub ea pono 1. pro denominatore, ſic $\frac{25}{1}$. deinde operor vt prius, tam aggregando & detrahendo, quàm multiplicando & diuidendo.

Fit etiam alia operatio in fractis, quæ dicitur reductio, ſeu diminutio, hoc eſt deductio ad minorem denominationem, manente eadẽ quantitate, vt $\frac{18}{24}$. ſunt iidem quod $\frac{3}{4}$. Tamen facilius intelligitur $\frac{3}{4}$. quã $\frac{18}{24}$. quia minoribus comprehenditur numeris. Regula trahitur ex p.ª 7.ⁱ Euclides.

Si a maiore duorum numerorum minor detrahatur donec minus eo ſuperſit, ac deinde de minore ipſum reliquum donec minus eo relinquatur. Itemq; a reliquo primo reliquum ſecundum, quouſque minus eo ſuperſit, atque in huiuſcemodi continua detractione nullus fuerit reliquus, qui ante relictum numeret, vſque ad vnitatem, eos duos numeros contra ſe primos eſſe neceſſe eſt.

Item ex eiuſdem ſecunda cuius hæc ſunt verba.

Propoſitis duobus numeris ad inuicem compoſitis, maximum numerum communem eos numerantem inuenire, vnde manifeſtum eſt. Quia omnis numerus duos numeros numerans, numerat numerum maximum ambos numerantem.

Aufero igitur numeratorem a denominatore, ſi numerator eſt minor, aut econuerſo ſi eſt maior, & quod remanet aufero a minore, & reſiduum a reſiduo, quòd ſi hoc modo faciendo perueneris ad vnitatem, nullus eſt reductor. Si vero perueneris ad nullitatem, talis numerus eſt maximus ambos numerans. Diuido igitur numeratorem & denominatorem per talem numerum, ambos numerantem, exit fractus minor eiuſdem quantitatis. Per hanc igitur operationem ſimul duo inueniuntur, numerus reducibilis, & ille qui non poteſt reduci. Sit in exemplum. *$\frac{24}{96}$. aufero 24. a 96. quoties poſſum, nihil supereſt, auferendo 24. quater, igitur 24. eſt maximus*

numerus ambos numerans. Igitur diuido 24. per 24. exit 1. deinde 96. per 24. exit 4. igitur $\frac{24}{96}$. ſunt $\frac{1}{4}$.

Item $\frac{48}{6}$. aufero 6. a 48. quoties poſſum, poſſum enim octies, & nihil ſupereſt, igitur 6. ambos numerat, diuido igitur 6. per 6. exit 1. & 48. per 6. exit 8. erunt igitur $\frac{8}{1}$. hoc eſt octo integra.

Item habeo $\frac{72}{15}$. demo 15. a 72. quoties poſſum, poſſum enim quater, & ſuperant 12. deinde 12. a 15. reſtant 3. deinde 3. a 12. quater, nihil ſupereſt, igitur 3. eſt numerator ambos numerans; diuido igitur 72. per 3. exit 24. & 15. per 3. exit 5. Igitur minor fractus eſt $\frac{24}{5}$.

Item habeo $\frac{27}{74}$. aufero 27. a 74. quoties poſſum, poſſum enim bis, reſtat 20. deinde 20. a 27. reſtat 7. deinde 7. a 20. quoties poſſum, poſſum enim bis, & reſtat 6. deinde 6. a 7. reſtat vnitas, igitur non poſſum reduci, quia ſunt contra ſe primi.

Multiplicatio ineffabilis ſimplicis in ſe, producit numerũ, vt quadro ℞. 7. fit 7. quadro ℞. 5. fit 5. cubo ℞. cu. 2. fit 2. Duco ℞. ce ce. 2. in ſe. fit 2. duco ℞. rel. 2. in ſe, fit 2. ac deinceps. Nam ſemper productum eſt numerus producentis.

Cum vero ducitur in alium eiuſdem naturæ, producitur ℞. producti, vt ℞. 2. in ℞. 3. fit ℞. 6. & ℞. 5. in ℞. 7. fit ℞. 35. & ℞. cu. 2. in ℞. cu. 6. fit ℞. cu. 12. Et ℞. ce ce 2. in ℞. ce ce 3. fit ℞. ce ce 6. Et ℞. rel. 2. in ℞. rel. 3. fit ℞. rel. 6.

Si vero ſunt diuerſæ naturæ ad eandem naturam in primis reducuntur, ſubinde vt prius multiplicantur, vt duco ℞. 2. in ℞. cu. 3. quadro ℞. cu. 3. fit ℞. cu ce. 9. & cubo ℞. 2. fit ℞. cu ce 8. deinde duco 8. in 9. fit ℞. cu ce 72.

Item duco ℞. cu. 3. in ℞. ce ce 2. reduco ℞. cu 3. ad ce ce, fit ℞. cu ce ce 81. deinde cubo ℞. ce ce 2. fit ℞. cu ce ce 8. duco 8. in 81. fit ℞. cu ce ce 648.

Cum numerus ducitur in radicem, vel radix in numerum, reduco numerum ad naturam radicis, vel radicem ad numerum, quando eſt effabilis, vt duco ℞. 2. in 3. quadro 3. fit 9. quadro ℞. 2. fit 2. duco 2. in 9. fit 18. & ℞. 18. eſt tale productum.

Item duco ℞. cu. 2. in 3. cubo 3. fit 27. cubo ℞. cu 2. fit 2. duco 2. in 27. fit 54. & ℞. cu 54. eſt tale productum.

Item duco ℞. ce ce 2. in 3. duco ℞. ce ce 2. in ſe, fit 2. & ce ce 3. eſt 81. duco 2. in 81. producitur ℞. ce ce 162.

Item

Item duco ℞. rel. 2. in 3. relato vtrumq; fiunt 2. & 283. duco inuicem fit ℞. rel. 486. idem de rel. quis.

Scias quòd quando ℞. eſt ineffabilis, non debet reduci ad numerum, niſi finita tota operatione, aliter in maximum potes incidere errorem, vt patet ex ſequenti exemplo. Vt duco ℞. 7. in 1000. per numerum radici propinquum, hoc eſt $2\frac{3}{4}$. producitur 2750. Si vero ducis ℞. 7. in quadratum 1000. & producti accipias latus, tale productum erit 2645. $\frac{3975}{5290}$. igitur error in priori producto cognoſcitur in 104. $\frac{1315}{5290}$. quod, fit quia numerus eſt ſemper incommenſurabilis omni quantitati ineffabili.

Diuiſio ineffabilium fit cum regulis ſequentibus.

Cum diuidis radices, per æquales radices, eiuſdem naturæ exit 1. vt diuido ℞. 2. per ℞. 2. exit 1.

Item diuido ℞. cu 2. per ℞. cu 2. exit 1. idem de reliquis.

Cum diuidis maiorem per minorem, eiuſdem naturæ, quadro vtramque, deinde maius quadratum per minus diuido, exiens eſt radicis quæſitæ quadratum, vt diuido ℞. 24. per ℞. 3. quadro vtramq;, fiunt 24. & 3. diuido 24. per 3. exit 8. igitur ℞. 8. eſt exiens.

Item diuido ℞. cu. 24. per ℞. cu 3. cubo vtramque, fiunt 24. & 3. diuido 24. per 3. exit 8. igitur ℞. cu 8. eſt exiens.

Item diuido ℞. ce ce 24. per ℞. ce ce 3. duco vtramque in ſe, fiunt 24. & 3. diuido 24. per 3. exit 8. igitur ℞. ce ce 8. eſt exiens.

Item diuido ℞. rel. 24. per ℞. rel. 3. duco vtramque in ſe fiunt 24. & 3. diuido 24. per 3. exit 8. igitur ℞. rel. 8. eſt exiens.

Probatio fit quadrando, cubando ac deinceps.

Scias quòd quando ex diuiſione radicum quadratarum exit numerus quadratus, talis numerus eſt communicans, vel commenſurabilis in longitudine.

Cum diuidis radicem per numerum reduco vtrumque ad vnam naturam, hoc modo. Vt diuido ℞. 12. per 2. quadro vtrumque, fit 12. & 4. diuido 12. per 4. exit 3. igitur ℞. 3. eſt exiens.

Probatio fit ducendo ℞. 3. in 2. producitur ℞. 12.

Item diuido ℞. cu 12. per 2. cubo vtrumq; fit 12. & 8. diuido 12. per 8. exit $1\frac{1}{2}$. igitur ℞. cu. $1\frac{1}{2}$. eſt exiens.

Item diuido ℞. ce ce 12. per 2. duco ℞. ce ce 12. in ſe, fit 12. & 2. in ce ce reduco fit 16. diuido 12. per 16. exit $\frac{3}{4}$. igitur ℞. ce ce $\frac{3}{4}$. eſt exiens.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

Item

Item diuido ℞.rel.12.per 2.capio relatum vtriuſque, & ſunt 12. & 32.diuido 12.per 32.exit $\frac{3}{8}$. igitur ℞.rel. $\frac{3}{8}$.eſt exiens.

Cum numerus diuiditur per radicem, reduco eos ad vnam naturam, vt diuido 4.per ℞. 5. quadro vtrumque, fiunt 16.& 5. diuido 16.per 5.exit $3\frac{1}{5}$. igitur ℞. $3\frac{1}{5}$. eſt exiens.

Item diuido 4.per ℞.cu 5.cubo vtrumque, fiunt 64.& 5. diuido 64.per 5.exit $12\frac{4}{5}$. igitur ℞. $12\frac{4}{5}$. eſt exiens.

Item diuido 4.per ℞.ce ce 5. reduco vtrumque ad ce ce, fiunt 256. & 5. diuido 256. per 5.exit 51.$\frac{1}{5}$. igitur ℞. ce ce $51\frac{1}{5}$. eſt exiens.

Cum diuidis diuerſas naturas radicum, reduc eas ad vnam naturam, vt diuido ℞. cu 3. per ℞.ce ce 2.reduco eas ad ℞.cu ce ce 81.& ℞. cu ce ce 8. diuido 81. per 8. exit ℞. cu ce ce $10\frac{1}{8}$.

Pro aggregationis ineffabilium intelligentia, ſciendum eſt quòd radicum aliquæ ſunt communicantes, vel commenſurabiles inter ſe, aliquę vero incommēſurabiles cõmunicantes ſunt ex 19.ª & 20.ª x.ⁱ Euclidis, quæ inter ſe ducta producunt quantitatē effabilem, vel ex quarum diuiſione exit quantitas effabilis, vt ℞.3.communicat cum ℞.12. quia ſi diuidis ℞.12.per ℞.3.exit ℞.4.cuius latus 2. eſt effabile.

Item diuido ℞. 3.per ℞. 12. exit ℞.$\frac{1}{4}$. cuius latus eſt $\frac{1}{2}$ effabile.

Item ℞.cu 4. communicat cum ℞.cu 108. quia ſi diuidis ℞. cu 108. per ℞.cu 4. exit ℞.cu 27. cuius latus cubicum eſt 3. effabile. Scias quòd ſi ex diuiſione maioris per minorem exit quantitas effabilis, idem ſemper fiet diuidendo maiorem per minorem, licet exiens ſit fractus.

Cum aggregantur radices æquales eiuſdem naturæ, operetur vt in ſequentibus exemplis. vt,

Aggrego ℞. 3. cum ℞. 3. duplo ℞.3. hoc eſt duco per quadratura 2.& eſt 4.fit 12.igitur ℞.12.eſt tale aggregatum.

Item aggrego ℞. cu 3. cum ℞.cu 3.duco alteram earum in cubum 2. & eſt 8. fit 24. igitur ℞. cu 24. eſt aggregatum idem de reliquis.

Cum radices inæquales tamen communicantes aggregātur operatio duabus regulis abſoluitur.

Prima regula eſt communis omni generi radicum, & eſt talis. Conſidero quoties minor numerat maiorem, diuidendo maiorem per minorem, exit ſemper quantitas effabilis. Et quia conſtat quòd aggregatum maioris cum minore continet radicem minorem per vnitatem plus exeuntē, ideo ducendo radicem minorem, in exeuntem plus.

1.pro-

1. producetur ſummæ dictarum duarum radicum communicantium.

Exemplum.

Aggrego R. 5. cum R. 80. diuido 80. per 5. exit R. 16. cuius latus eſt effabilis, & eſt 4. ideo R. 80. continet quater R. 5. igitur aggregatum harum radicum eſt quintuplum R. 5. hoc eſt 4. p̃ 1. ideo ducendo R. 5. per 4. p̃ 1. hoc eſt per 5. producetur aggregatum R. 5. cum R 80. vt duco R. 5. per 5. hoc eſt per quadratum 5. quod eſt 25. fit R. 125. ſumma quæſita.

Item aggrego R. 8. cum R. 98. diuido 98. per 8. exit $12\frac{1}{4}$. cuius latus eſt effabile, & eſt $3\frac{1}{2}$. igitur aggregatum tale eſt $3\frac{1}{2}$. p̃ 1. quod eſt $4\frac{1}{2}$. duco igitur R. 8. in $4\frac{1}{2}$. reducendo $4\frac{1}{2}$. ad quadratum $20\frac{1}{4}$. fit ſumma R. 162.

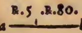
Item aggrego R. cu 2. cum R. cu 54. diuido 54. per 2. exit R. cu 27. cuius latus cubicum eſt 3. effabile, igitur hæ radices ſunt communicantes, igitur tale aggregatum eſt 3. p̃ 1. R. cu 2. hoc eſt 4. duco igitur R. cu. 2. in cubum 4. quod eſt 64. fit R. cu 128. aggregatum ex R. cu 2. cum R. cu 27.

Item aggrego R. cece 3. cum R. cece 48. diuido 48. per 3. exit R. cece 16. & eſt 2. latus effabile, addo 1. fit 3. duco in R. cece 3. minorem, fit aggregatum R. cece 243.

Item aggrego R. rel. 4. cum R. rel. 128. fit R. rel. 972. idem iudicium de reliquis.

Secunda regula ab omnibus frequentata, pro radicibus quadratis, trahitur ex quarta ſecundi Euclidis, cuius hæc ſunt verba.

Si fuerit linea in duas partes diuiſa, illud quod fit ex ductu totius in ſeipſam æquum eſt ijs, quæ ex ductu vtriuſque partis in ſeipſam, & alterius in alteram bis, ex hoc manifeſtum eſt, quòd in omni quadrato duæ ſuperficies quas diameter ſecat per medium ambæ ſunt quadrata. Aggrego igitur cum hac regula R 5. cum R. 80. & eſt tota linea a. b. quadro R. 5. fit 5. quadro R. 80. fit 80. duco 5. in 80. fit 400. quorum R. eſt 20. duplo fit 40. aggrego 5. 80. & 40. fit 125. & eſt quadratum æquale quadrato lineæ a. b. ſed quia non quæro quadratum talis lineæ, imo lineam ſimplicem, ſummo latus 125. ſed quia eſt ineffabile, ſic profertur R. 125. tanta eſt linea a. b. & tantum eſt aggregatum R. 5. cum R. 80.



Item aggrego R. 8. cum R. 98. quadro vtramq; , fit 8. & 98. aggrego, fit 106. duco 8. in 98. fit 784. latus eſt 28 duplo fit 56. addo ad

ad 106. fit 162. igitur ℞. 162. eſt aggregatum ℞. 8. cum ℞. 98.

Item aggrego ℞.cu 2. cū ℞.cu 54. cōmunicantes, cubo vtramque, fiunt 2.& 54. aggrego fit 56. ſeruo deinde duco quadratum 2. in 54. fit 216 ſumma effabilis, nā eius ℞.cu. eſt 6. triplo fit 18. addo ad 56. ſeruatos, fit 74. ſeruo, deinde quadro ℞.cu. 54. fit 2916. duco in ℞.cu. 2. fit ℞. cu. 5832. quorum latus cubicum eſt 18. triplo, fit 54. aggrego cum 74. ſeruatis, fit aggregatum ℞. cu. 2. cum ℞.cu. 54. ℞.cu. 128.

Item aggrego ℞. ce ce 3. cum ℞. ce ce 48. ſumo cece vtriuſque, & ſunt 3. & 48. aggrego, fit 51. ſeruo deinde duco in decuſſim cubum 3. & eſt 27. in 48. & cubum 48. & eſt. 110592. in 3. fiunt 1296. & 331776. quorumlaterum latera cece ſunt 6. & 24. aggrego, fit 30. quadruplo, fit 120. addo 51. ſeruatos, fit 171. ſeruo. deinde duco quadratum 3. in quadratum 48. fit 20736. cuius latus lateris eſt 12. quorum ſextuplum eſt 72. addo ad 171. ſeruatos, fit 243. igitur ℞ cece 243. eſt aggregatum.

Item aggrego ℞. rel. 4. cum ℞. rel. 128. fit 132. ſeruo, deinde duco quadratum quadrati vtriuſque in alteram, vnum productum erit ℞. rel. 8. reliquum ℞. rel. 64 aggrego fit 72. duco 72. in 5. fit 360. addo ad 132. ſeruatos fit 492. ſeruo, deinde duco cubum 4. in quadratum 128. & cubum 128. in quadratum 4. fiunt 16. & 32. aggrego fit 48. decuplo 48. fit 480. addo ad 492. ſeruatos, fit 972. igitur ℞. rel. 972. eſt aggregatum ℞. rel. 4. cum ℞. rel. 128.

Cum aggregantur radices non communicantes, & numerus cum radice, quæ non poſſunt aggregari cum vno ſolo nomine ob incommenſurabilitatem, tūc eas aggrego cum termino plus. Vt aggrego ℞. 5. cum ℞. 3. profero ſic ℞. 5. p̃. ℞. 3. quod eſt binomium.

Item aggrego ℞. cu 7. cum ℞. cu 5. fit ℞. cu 7. p̃. ℞. cu 5. & vocatur binomium cubum.

Item aggrego ℞. ce ce 8. cum ℞. ce ce 6. fit ℞. ce ce 8. p̃. ℞. ce ce 6. quod quidam binomium ce ce dicunt, alij ℞ ℞. 8. p̃. ℞ ℞. 6.

Item aggrego ℞. rel. 12. cum ℞. rel. 10. fit ℞. rel. 12. p̃. ℞. rel. 10. & dicitur binomium relatum.

Item aggrego ℞. 20. cum ℞. 3. fit ℞. 20. p̃. ℞. 3.

Item ℞. 12. cum 8. fit 8. p̃ ℞. 12. proferendo ſemper prius maiorem quantitatem, nam 8. eſt maior quantitas quam ℞. 12. quia maius habet quadratum. Nam quadratum 8. eſt 64. & quadratum ℞. 12. eſt 12. igitur 8. eſt maior quantitas.

Item

Item aggrego R. cu. 5. cum 4. fit 4. p̄. R. cu. 5.

Item aggrego R. cu. 30. cum 3. fit R: cu. 30. p̄. 3.

Item aggrego R R. 7. cum 6. fit 6. p̄. R R. 7.

Item aggrego R. rel. 10. cum 8. fit 8. p̄. R. rel. 10.

Item aggrego R. 15. R. 7. R. 5. & R. 2. fit R. 15. p̄. R. 7. p̄. R. 5. p̄. R. 2. quod eſt quadrinomium.

Cum aggregantur radices diuerſæ naturæ non communicantes, aggrego eas cum plus, vel ad vnam naturam eas reduco, vt aggrego R. 3. cum R. cu. 10. quadro cubam, & cubo quadratam, fiunt duæ radices vnius naturæ, R. cu ce. 100. p̄. R. cuce. 27.

Subtractio ineffabilium fit cum regulis ſequentibus.

Cum ſubtrahitur æqualis ab æquali remanet 0. vt aufero R. 9. ex R. 9. reſtat 0.

Cum ſubtrahitur minor a maiori communicantibus conſidero in primis quoties minor numerat maiorem diuidendo maiorem per minorem. Deinde duco radicē minorē in exeuntem minus 1. producitur quod reſtat ex ſubtractione radicis minoris a maiori. Vt aufero R. 5. ex R. 125. diuido 125. per 5. exit R. 25. & eſt 5. igitur R. 125. continet quinquies R. 5. duco igitur R. 5. in 5. minus 1. hoc eſt 4. producitur id quod reſtat ex detractione R. 5. a R. 125. Duco igitur R. 5. in 4. hoc modo, quadro 4. fit 16. duco 5. in 16. fit 80. & R. 80. eſt reſiduum talis ſubtractionis.

Item aufero R. 8. ex R. 162. Diuido 162. per 8. exit R. $20\frac{1}{4}$. & eſt $4\frac{1}{2}$. aufero 1. a $4\frac{1}{2}$. reſtat $3\frac{1}{2}$. duco R. 8. minorem in quadratum $3\frac{1}{2}$. quod eſt $12\frac{1}{4}$. fit 98. igitur R. 98. eſt reſiduum talis ſubtractionis.

Item aufero R. cu. 2. ex R. cu. 128. diuido 128. per 2. exit R. cu. 64. & eſt 4. aufero 1. reſtat 3. duco R. cu. 2. in 3. hoc eſt in cubum 3. qui eſt 27. fit R. cu. 54. tantum eſt reſiduum talis ſubtractionis.

Item aufero R R. 3. ex R R. 243. diuido 243. per 3. exit R R. 81. & eſt 3. aufero 1. reſtat 2. duco R R. 3. in 2. hoc eſt in quadratum quadrati 2. quod eſt 16. fit 48. igitur R R. 48. eſt tale reſiduum.

Item aufero R. rel. 4. ex R. rel. 972. diuido 972. per 4. exit R. rel. 243. & eſt 3. aufero 1. reſtat 2. duco R. rel. 4. in 2. hoc eſt in relatum

2. quod eſt 32. fit ℞. rel. 128. reſiduum talis ſubtractionis.

Secunda regula ab omnibus frequetata trahitur ex quarta ſecundi Euclidis, vt aufero ℞. 5. ex ℞. 125. aggrego quadrata, fit 130. ſeruo deinde duco 5. in 125. fit 625. latus eſt 25. duplo fit 50. aufero a 130. ſeruatis, reſtat 80. igitur ℞. 80. eſt reſiduum queſitum.

Item aufero ℞. 8. ex ℞. 162. aggrego quadrata fit 170. ſeruo. deinde duco 8. in 162. fit 1296. latus eſt 36. duplo, fit 72. aufero 72. a 170. reſtat 98. igitur ℞. 98. eſt reſiduum quaſitum.

Cum ſubtrahitur minus a maiori incommenſurabilibus. id fit cum termino minus. Vt aufero ℞. 3. ex ℞. 5. fit ℞. 5. m̃. ℞. 3. & dicitur reſiduum vel recisum.

Item aufero ℞. cu. 5. ex ℞. cu. 7. reſtat ℞. cu. 7. m̃. ℞. cu. 5. & vocatur reſiduum cubum.

Item aufero ℞ ℞. 6. ex ℞ ℞. 8. reſtat ℞ ℞. 8. m̃. ℞ ℞. 6. & vocatur recisum cece.

Item aufero ℞. rel. 10. ex ℞. rel. 12. reſtat ℞. rel. 12. m̃. ℞. rel. 10. & vocatur reſiduum relatum.

Item aufero ℞. 7. a 4. reſtat 4. m̃. ℞. 7.
Item aufero 5. a ℞. 37. reſtat ℞. 37. m̃. 5.
Item aufero ℞. 20. a 10. reſtat 10. m̃. ℞. 20.
Item aufero ℞. cu. 5. ex 4. reſtat 4. m̃. ℞. cu. 5.
Item aufero 3. ex ℞. cu. 30. reſtat ℞. cu. 30. m̃. 3.
Item aufero ℞ ℞. 12. a 4. reſtat 4. m̃. ℞ ℞. 12.
Item aufero 3. ex ℞ ℞. 120. reſtat ℞ ℞. 120. m̃. 3.
Item aufero ℞. rel. 8. ex 5. reſtat 5. m̃. ℞. rel. 8.
Item aufero 2 ex ℞. rel. 130. reſtat ℞. rel. 130. m̃. 2.

Cum ſubtrahuntur radices diuerſæ naturæ, reducuntur prius ad vnam naturam, vt aufero ℞. 3. ex ℞. cu. 10. quadro cubam, & cubo quadratam, fiunt ℞. ce cu. 27. & ℞. ce cu. 100. deinde operor vt prius.

Aggregatio numerorum geometricorum, ſeu quadraturæ, fit vt ſequitur, aut enim ſunt eiuſdem naturæ, aut diuerſæ.

Numeri quadraturæ eiuſdem naturæ aggregantur, vt numeri ſimplices, quia ſicut aggregatum 5. 7. & 9. ſimplicium eſt 21. ita 5.

co. 7.

co. 7. co. & 9. co. ſunt 21. co.

Numeri vero quadraturæ diuerſæ naturæ, aggregantur cum termino plus, in forma binomij, & plurinomij, vt quantitates non communicantes, vt aggrego 5. co. cum 9. fit 5. co. p̃. 9.

Item 3. co. cum 4. ce. fit 3. co. p̃. 4. ce.

Item 3. co. 4. ce. & 12. fit 3. co. p̃. 4. ce. p. 12. quod eſt trinomium quadraturæ, idem de reliquis.

Subtractio numerorum quadraturæ eiuſdem naturæ, non difert a ſubtractione numerorum ſimplicium. Nam ſicut ex ſubtractione ſimplicium 5. ex 9. reſtat 4. ſic 5. co. ex 9. co. reſtat 4. co. & 7. ce. ex 12. ce. reſtat 5. ce.

Cum vero ſunt diuerſæ naturæ, ſubtrahuntur cum termino minus, tamquam non communicantes in forma reſidui. vt aufero 7. ex 5. co. reſtat 5. co. m̃. 7.

Item 13. co. ex 9. ce. reſtat 9. ce. m̃. 13. co.

Pro multiplicatione numerorum quadraturæ, oportet in primis habere memoriæ producta ex eorum multiplicatione, vt

Numerus in numerum producit numerum.

Numerus in co. producit co.

Numerus in ce. producit ce.

Numerus in cu. producit cu, ac deinceps.

co. in co. producit ce.

co. in ce. producit cu.

co. in cu. producit ce ce. ac deinceps.

ce. in ce. producit ce ce.

ce. in cu. producit relatum primum.

cu. in cu. producit ce cu.

cu. in cece. producit relatum ſecundum.

Numeri geometrice proportionales.		Numeri continue progreſſionales.
0	n.^{s}	0
2	co.	1
4	ce	2
8	cu.	3
16	ce ce.	4
32	Rel. p.^{m}	5
64	ce cu.	6
128	Rel. 2.^{m}	7
356	cecece.	8
512	cu cu.	9
1024	ce. Rel. p.^{i}	10
2048	Rel. 3.^{m}	11
4096	cu ce ce	12
8192	Rel. 4.^{m}	13
16384	ce Rel. 2.^{i}	14
32768	cu Rel. p.^{i}	15
65536	ce ce ce ce	16
131072	Rel. 2.^{m}	17
262144	cu cu ce.	18
524288	Rel. 6.^{m}	19
1048576	ce ce. Rel. p.^{i}	20
2097152	cu. Rel. 2.^{i}	21
4194304	ce. Rel. 3.^{i}	22
8388608	Rel. 7.^{m}	23
16777216	cu ce ce ce.	24
33554432	Rel. 8.^{m}	25
67108864	ce. Rel. 4.^{i}	26
134217728	cu cu cu.	27
268435456	ce ce. Rel. 2.^{i}	28
536870912	Rel. 9.^{m}	29

Exempla 7. nu.^{i} in 6. nu.^{os} producunt 42. nu.^{os} 8. nu.^{i} in 9. co. producũt 72. co. 5. co. in 3. co. producunt 15. ce. 8. co. in 9. ce. producunt 72. cu. 6. co. in 8. cu. producunt 48. ce ce. 3. ce. in 7. cu. producunt 21. Rel. p.^{a} 12. cu. in 7. ce ce. producunt 84. Rel. 2.^{a} 3. cu. in 6. cu. producunt 18, ce cu.

Pro his explicatur hæc figura, vt facilius talia producta memoriæ retineantur. aſſignando cuilibet gradui duos numeros a fronte, & tergo, vel a dextra, & ſiniſtra.

Numerus a dextra, ſeruat progreſſionẽ continuam naturalem.

Numerus a ſiniſtra, ſeruat proportionalitatem geometricam, ſecundum naturam numerorum quadraturæ. Nam a dextra n.^{o} aſſignatur 0. co. 1. ce. 2. cu. 3. ac deinceps vſque ad 29.

A ſiniſtra vero n.^{o} aſſignatur 0. co. 2. ce. 4. cu. 8. ac deinceps geometrice procedendo vſque ad gradus 30. Pro quorum intelligentia dico, quòd multiplicationi geometricarum proportionum reſpondet aggregatio arithmetica, & diuiſionis ſubtractio. Vt duco ce. 2. in rel. p.^{i} 5. aggrego ſignum ce. a dextra quod eſt 2. cũ ſigno Rel. p.^{i} a dextra quod eſt 5. fit 7. qui eſt numerus a dextra Rel. 2.^{i} igitur ex ductu ce. 2. in rel. p.^{a} 5. producuntur Rel. 2.^{a} 10.

Item

Item duco cu. 4. in ce ce. 7. aggrego 3. numerum cu. a dextra, cum 4. numero ce ce. a dextra fit 7. numerus a dextra Rel. 2ⁱ. igitur ex ductu cu. 4. in ce ce. 7. prodocuntur Rel. 2ⁱ. 28.

Exemplum diuiſionis. Diuido Rel. 2ᵐ per rel. pᵐ auſero 5. numerum a dextra Rel. pⁱ. ex 7. numero a dextra Rel. 2ⁱ. reſtat 2. numerus a dextra ce. igitur ex diuiſione Rel. 2ⁱ. per Rel. pᵐ exit ce. cuius numerus a dextra eſt 2.

Diuiſio numerorum quadraturæ, eſt contraria multiplicationi, & quia cognita operatione multiplicationis, facilis eſt cognitio operationis diuiſionis, ideo ſubijciam duntaxat ſequentia exempla, quæ ex figura præmiſſa facile intelliges, vt

Diuido numerum per numerum, exit numerus.
co. per numerum, exit co.
ce. per numerum exit ce.
cu. per numerum exit cu. idem de reliquis.
Item co. per co. exit numerus.
ce. per co. exit co.
cu. per co. exit ce.
ce ce. per co. exit cu.
Item ce. per ce. exit numerus.
cu. per ce exit co.
Item cu. per cu. exit numerus.
ce ce. per cu. exit co.
Item diuido 18. numeros per 3. nᵒˢ exeunt 6. nⁱ.
Item 15. co. per 5. nᵒˢ exeunt 3. co.
Item 12. co. per 3. co. exeunt 4. nⁱ.
Item 24. ce. per 6. nᵒˢ exeunt 4. ce.
Item 28. ce. per 4. co exeunt 7. co.
Item 30. ce. per 5. ce. exeunt 6. nⁱ.
Item 32. cu. per 2. nᵒˢ exeunt 16. cu.
Item 36. cu. per 12. co. exeunt 3. ce.
Item 40. cu. per 5. ce. exeunt 8. co.
Item 42. cu. per 7. cu. exeunt 6. nⁱ.
Item 28. cece. per 4. nᵒˢ exeunt 7. ce ce.
Item 30. cece. per 5. co. exeunt 6. cu.
Item 18. cece. per 6. ce. exeunt 3. co.
Item 20. cece. per 4. cu. exeunt 5. co.

Item

Item 12. ce ce. per 6. ce ce, exeunt 2. n^{i}

Item 24. Rel. p^{a} per 3. n^{os} exeunt 8. Rel. p^{a}

Item 32. Rel. p^{a} per 8. co. exeunt 4. ce ce.

Item 8. Rel. p^{a} per 2. ce. exeunt 4. cu.

Cum diuidis minores per maiores, exeuntia debent ſcribi in forma fractorum. Vt diuido 12. numeros per 3. co. licet exeant 4. tamen huic 4. non poteſt dari nomen quadraturæ conueniens, nam ſi dixero 4. eſſe numerum, & cum duxero per 3. co. diuiſorem producentur 12. co. non autem 12. n^{i} igitur oportet talem diuiſionem proferre in forma fractorum, ponendo diuidendum ſupra lineam, & 3. co. diuiſorem infra, proferendo quòd exeunt 12. n^{i}. eſimi trium coſtarum. ſub hac forma $\frac{12.\ n^{i}.\ \text{eſimi}}{3.\ \text{co.}}$

Item diuido 18. co. per. 6. ce. exeunt $\frac{18.\ \text{co. eſimi}}{6.\ \text{ce.}}$ hoc eſt ſex cenſuum.

Item diuido 10. ce. per 3. cu. exeunt $\frac{10\ \text{ce. eſimi}}{3.\ \text{cu.}}$ trium cuborum.

Item diuido 12. n^{os} per 5. co. exeunt $\frac{12\ n^{i}.\ \text{eſimi}}{5.\ \text{co.}}$ quinque coſtarum.

Item diuido 6. cu. per 2. rel. exeunt $\frac{6.\ \text{cu. eſimi}}{2.\ \text{rel.}}$ duorum relatorum.

Item diuido 3. Rel. p^{a} per 2. ce cu. exeunt $\frac{3.\ \text{rel. eſima}}{2.\ \text{ce. cu.}}$ duorum cenſuum cuborum.

Item diuido 26. co. per 6. ce. exeunt $\frac{26.\ \text{co eſimi}}{6.\ \text{ce.}}$ ſex cenſuum.

Itē diuido 18. cu. per 2. ce ce. exeunt $\frac{18.\ \text{cu. eſimi}}{2.\ \text{ce. ce.}}$ duorum cenſuum cenſuum.

Item diuido 17. co. per 6. cu. exeunt $\frac{17.\ \text{co. eſimi}}{6.\ \text{cu.}}$ ſex cuborum.

Modus inueſtigandi latus omni numero quadraturæ ſecundū ſuam naturam. Nam quando n^{o} ce. eſt quadratus, radix diſcreta eſt co. Exemplum. R. 4. ce. eſt 2. co. quia ex ductu 2. co. in ſe producuntur 4. ce.

Item R. 9. ce. eſt 3. co. & R. 36. ce. eſt 6. co. & R. cu. 8. cu. eſt 2. co. & R. cu. 27. cu. eſt 3. quod patet quadrando 3. co. & 6. co. & cubando 3. co. & 2. co.

Cum vero talis numerus non eſt quadratus, tunc non habet radicem diſcretam, ſed ineffabilem.

Nam

Nam latus 3. ce. non poteſt inueſtigari cum numero aliquo, igitur profertur ſic R. 3. ce. & ℞. 5. ce. & ℞. cu. 10. & R. cu. 20. exceptis co. a quarum numero tam quadrato, quàm non, nulla poteſt inueſtigari radix, quia nullus inuenitur quadratura numerus, qui in ſe ductus, producat co. & ob id ſemper ſcribitur R. 4. co. & R. 9. co. & eo minus quando talis numerus eſt ineffabilis. Vt ℞. 5. co.

Exempla R. 4. ce. eſt 2. co. ℞. 9. ce. eſt 3. co. ℞. 36. ce. eſt 6. co. R. 3. ce ce. eſt 3. ce. R. 5. ce ce. eſt 5. ce. R. cu. 8. cu. eſt 2. co. R. cu. 27. cu. eſt 3. co. R. cu. 10. cu. eſt R. cu. 10. cu. R. cu. 20. cu. eſt ℞. cu. 20. cu. R. ce ce. 16. ce ce. eſt 2. co. R. ce ce. 25. ce ce. eſt R. 5. ce. R. ce ce. 14. ce ce. eſt R. ce ce. 14. ce ce. R. rel. 32. rel. eſt 2. co. R. rel. 81. rel. eſt 3. co. R. rel. 12. rel. eſt R. rel. 12. rel. R. ce cu. 64. ce cu. eſt 2. co. R. ce. cu. 36. ce. cu. eſt R. cu. 6. cu. R. ce cu. 27. ce cu. eſt R. 3. ce. R. ce cu. 12. ce cu. eſt R. ce cu. 12. ce cu. R. 4. co. eſt R. 4. co. & ℞. 9. co. eſt R. 9. co.

Pro aggregatione plus & minus oportet habere memoria has regulas.

p̃. cum p̃. additur & fit p̃. m̃. cum m̃. additur & fit m̃. p̃. cum m̃, & m̃ cum p̃. minuitur, & fit illud quod ſuperat ex detractione minoris a maiori, ſiue ſit ſupra, ſiue infra, ſiue plus, ſiue minus.

Animaduertendo quod omnes quantitates non habentes ſignum, intelliguntur habere ſignum p̃.

Pro intelligentia ſubijciam ſequentia exempla quantitatum effabilium, in forma binomiorum & reciſorum, ex quibus facile ſuis locis vera binomia plurinomia, & reciſa intelligentur.

Exemplum.

Aggrego 10. p̃. 4. cum 8. p̃. 3. aggrego in primis p̃. 3. cum p̃. 4. fit p̃. 7. depono. deinde 8. cum 10. fit 18. igitur aggregatum eſt 18. p̃. 7. hoc eſt 25. quod ſic probatur 10. p̃. 4. eſt 14. & 8. p̃. 3. eſt 11. aggrego 14. & 11. fit 25.

10	p̃.	4.
8.	p̃.	3.
18.	p̃.	7.

Item aggrego 12. m̃. 5. cum 13. m̃. 2. aggrego primo m̃. 5. cum m̃. 2. fit m̃. 7. deinde 13. & 12. fit 25. igitur tale aggregatum eſt 25. m̃. 7. hoc eſt 18. Nam 12. m̃. 5. eſt 7. & 13. m̃. 2. eſt 11. aggrego 11. & 7. fit 18.

12.	m̃.	5.
13.	m̃.	2.
25.	m̃.	7.

Item aggrego 9. p̃. 3. cum 8. m̃. 4. aufero 3. minorem ſuperiorem a 4. maiori inferiori, reſtat m̃. 1. quia m̃. ſuperat, deinde aggrego 9. & 8. fit 17. igitur totum aggregatum eſt 17. m̃. 1. hoc eſt

9	p̃.	3.
8	m̃.	4.
17.	m̃.	1.

16. & ſic eſt vera regula, quòd ſcilicet p̃. cum m̃. minuitur, & fit illud quod ſuperat, ſiue ſit p̃. ſiue m̃.

Sequuntur alia exempla huius tertiæ regulæ, pluribus modis variata.

16	p̃	5
14	m̃	5
30		

Aggrego 16. p̃. 5. cum 14. m̃. 5. aufero p̃. 5. a m̃. 5. reſtat 0. aggrego 14. & 16. fit 30. aggregatum.

15	m̃	6
13	p̃	9
28	p̃	3

Item aggrego 15. m̃. 6. cum 13. p̃. 9. aufero m̃. 6. a p̃. 9. reſtat p̃. 3. quia p̃. ſuperat, deinde aggrego 15. & 13. fit 28. igitur tale aggregatum eſt 28. p̃. 3. hoc eſt 31.

10	m̃	3
10	p̃	3
20		

Item aggrego 10. m̃. 3. cum 10. p̃. 3. aufero p̃. 3. a m̃. 3. reſtat 0. deinde aggrego 10. cum 10. fit 20.

7	p̃	5
12	m̃	4
19	p̃	1

Item aggrego 7. p̃. 5. cum 12. m̃. 4. aufero m̃. 4. a p̃. 5. reſtat p̃. 1, quia p̃. ſuperat. deinde aggrego 12. cum 7. fit 19. igitur tale aggregatum eſt 19. p̃. 1. hoc eſt 20.

13		
9	m̃	4
22	m̃	4

Item aggrego 13. cum 9. m̃. 4. aufero 0. a m̃. 4. reſtat m̃. 4. quia m̃. ſuperat, deinde aggrego 13. cum 9. fit 22. igitur tale aggregatum eſt 22. m̃. 4. hoc eſt 18.

Pro ſubtractione p̃. & m̃. habendæ ſunt memoriæ hæ regulæ.

p̃. cum p̃. & m̃. cum m̃. ſubtrahuntur.

p̃. cum m̃. & m̃. cum p̃. aggregantur.

Hæc operatio eſt reliquis difficilior. ideo accuratius ſcrutanda. Nam quatuordecim modis abſoluitur.

Aut enim ſubtrahitur p̃. minus a p̃. maiori. aut p̃. maius a p̃. minori, aut m̃. maius a m̃. minori, aut m̃ minus a m̃. maiori, aut p̃. a p̃ æquali, aut m̃. a m̃. æquali, aut p̃. maius a m̃. minori, aut p̃. minus a m̃. maiori, aut p̃. a m̃. æquali. Aut minus maius a p̃. minori. aut m̃. minus a p̃. maiori. aut m̃. a minus æquali. Aut p̃. & m̃. a p̃ aut p̃. & p̃. a p̃.

Primus modus	p̃. minus a p̃. maiori	ſubtrahuntur, & reſtat p̃.
2	m̃. maius a m̃. minori	
3	p̃. maius a p̃. minori	ſubtrahuntur, & reſtat m̃.
4	m̃. minus a m̃. maiori	
5	p̃. a p̃.	æqualibus ſubtrahuntur, & reſtat 0.
6	m̃. a m̃.	
7	p̃. maius a m̃. minori	aggregantur, & fit m̃.
8	p̃. minus a m̃. maiori	
9	p̃. a minus æquali	

Decimus

Decimus modus	*m̃. maius a p̃. minori*	*aggregantur, & fit p̃.*
11	*m̃. minus a p̃. maiori*	
12	*m̃. a p̃. æquali*	
13	*p̃. & m̃. a p̃.*	*additur o cum p̃. vel m̃. & operatur, vt ſupra.*
14	*p̃. & p̃. a p̃.*	

Exemplum primi modi, ex 20. p̃, 5 aufero 7. p̃. 2. aufero in primis p̃. 2. a p̃. 5. reſtat p̃. 3. deinde 7. a 20. reſtat 13. & ſunt p̃. quia nullum habent ſignum, igitur, tale reſiduum eſt 13. p̃. 3. hoc eſt 16. ex quo verificatur regula, quòd p̃. a p̃. ſubtrahitur.

Exemplum ſecundi modi, ex 25. m̃. 4. aufero 18. m̃. 7. aufero primo m̃. 4. ſuperius a m̃. 7. inferiori, reſtat p̃. 3, deinde 18, a 25, reſtat 7. igitur tale reſiduum eſt 7. p̃. 3. hoc eſt 10.

Exemplum tertij modi, ex 18. p̃. 2. aufero 12 p̃. 6 aufero primo p̃. 2 a p̃. 6 reſtat m̃. 4, deinde 12 a 18, reſtat 6, igitur reſiduum eſt 6 m̃. 4. hoc eſt 2.

Exemplum quarti modi, ex 19 m̃. 5, aufero 14 m̃ 3. aufero primo m̃. 3 a m̃. 5, reſtat m̃. 2. deinde 14 a 19. reſtat 5, igitur reſiduum eſt 5 m̃. 2 hoc eſt 3.

Exemplum ſecundi modi, ex 17 p̃. 5. aufero 9 p̃. 5 aufero primo p̃. 5 a p̃. 5. reſtat o. deinde 9 a 17. reſtat 8 reſiduum.

Exemplum ſexti modi, ex 15 m̃. 3 aufero 10 m̃. 3, aufero primo m̃. 3 a m̃. 3. reſtat o, deinde 10. a 15. reſtat 5.

Exemplum ſeptimi modi, ex 25 m̃. 3 aufero 7 p̃. 5, aggrego p̃. 5 cum m̃. 3, fit m̃. 8. deinde aufero 7 a 25. reſtat 18. igitur reſiduum eſt 18 m̃. 8, hoc eſt 10.

Exemplum octaui modi, ex 28 m̃. 7 aufero 13 p̃. 5, aggrego primo m̃. 7 cum p̃. 5, fit m̃. 12, deinde aufero 13 a 28, reſtat 15, igitur reſiduum eſt 15 m̃. 12, hoc eſt 3.

Exemplum noni modi, ex 26. m̃. 3, aufero 12 p̃. 3. aggrego primo p̃. 3 cum m̃. 3, fit m̃. 6, deinde aufero 12 a 26. reſtat 14, igitur reſiduum eſt 14 m̃. 6, hoc eſt 8.

Exemplum decimi modi, ex 26 p̃. 2, aufero 17 m̃. 5, aggrego primo p̃. 2, cum m̃. 5, fit p̃. 7, deinde aufero 17 a 26, reſtat 9. igitur reſiduum eſt 9 p̃. 7, hoc eſt 16.

Exemplum vndecimi modi, ex 19 p̃. 5, aufero 15 m̃. 3, aggrego primo p̃. 5 cum m̃. 3, fit p̃. 8, deinde aufero 15 a 19, reſtat 4, igitur reſiduum eſt 4 p̃. 8, hoc eſt 12.

20 p̃ 5
7 p̃ 2
13 p̃ 3

25 m̃ 4
18 m̃ 7
7 p̃ 3

18 p̃ 2
12 p̃ 6
6 m̃ 4

19 m̃ 5
14 m̃ 3
5 m̃ 2

17 p̃ 5
9 p̃ 5
8 p̃ o

15 m̃ 3
10 m̃ 3
5 m̃ o

25 m̃ 3
7 p̃ 5
18 m̃ 8

28 m̃ 7
18 p̃ 5
15 m̃ 12

26 m̃ 3
12 p̃ 3
14 m̃ 6

26 p̃ 2
17 m̃ 5
9 p̃ 7

19 p̃ 5
15 m̃ 3
4 p̃ 8

18 p̃ 4
13 m̃ 4
5 p̃ 8

Exemplum duodecimi modi, ex 18 p̃. 4, aufero 13 m̃. 4, aggrego primo p̃. 4 cum m̃. 4, fit p̃. 8, deinde aufero 13 a 18, reſtat 5, igitur reſiduum eſt 5 p̃. 8, hoc eſt 13.

20 p̃ 0
12 m̃ 5
8 p̃ 5

Exemplum decimitertij modi, ex p̃. 20, aufero 12 m̃. 5, addo 0. ad p̃. 20, cum ſigno p̃. vel m̃. quod vtroque modo ſeruit, cum additur p̃. 0. aggrego p̃. 0. cum m̃. 5, fit p̃. 5, deinde aufero 12 a 20, reſtat 8. igitur reſiduum eſt 8 p̃. 5, hoc eſt 13.

20 m̃. 0
12 m̃ 5
8 p̃ 5

Cum vero additur m̃. 0. aufero m̃. 0. a p̃. 5, reſtat p̃. 5, deinde 12 a 20, reſtat 8, igitur vtroque modo reſiduum eſt 8 p̃. 5.

Exemplum decimiquarti modi, ex p̃. 20, aufero 12 p̃. 5, addo 0 ad 20, cum ſigno p̃. vel m̃. & primo cum p̃. aufero p̃. 0 a p̃. 5, reſtat m̃. 5, deinde 12 a 20, reſtat 8, igitur reſiduum eſt 8 m̃. 5, hoc eſt 3.

20 p̃ 0
12 p̃ 5
8 m̃ 5

Cum autem additur m̃. 0. aggrego m̃. 0. cum p̃. 5, fit m̃. 5, deinde aufero 12 a 20, reſtat 8, vt prius.

20 m̃ 0
12 p̃ 5
8 m̃ 5

Pro multiplicatione p̃. & m̃. ſcire in primis oportet has regulas.

Omne p̃. in p̃. ductum, & m̃. in m̃. producit p̃.

Omne p̃. in m̃ & m̃. in p̃. producit m̃.

Pro intelligentia huius operationis ſufficient exempla ſequentia, quantitatum effabilium, in forma binomiorum, & reciſorum, ex quibus etiam vera binomia de quibus in ſequentibus, facilius intelligentur, vt duco 8. p̃. 4. in 6. duco primo p̃. 4 in 6, fit p̃. 24, quia ambo ſunt p̃. licet 6. nullum habeat ſignum, deinde duco 8. in 6, fit 48, igitur productum tale eſt binomium 48 p̃. 24, hoc eſt 72.

8 p̃ 4
6
48 p̃ 24

Item duco 9 m̃. 2 in 8 m̃. 3, duco in primis m̃. 2 in m̃. 3, fit p̃. 6, deinde in decuſſim m̃. 3 in p̃. 9, & m̃. 2 in p̃. 8, fiunt 27, & 16, aggrego, fit 43, depono vt in figura cum ſigno m̃. quia p̃. in m̃. & econtra producit m̃. tandem duco 8 in 9, fit 72, igitur tale productum eſt trinomium 72 m̃. 43 p̃. 6, & eſt 35, quod etiam producit 8 m̃. 3, hoc eſt 5, in 9 m̃. 2, hoc eſt 7, igitur vera eſt regula, quòd m̃. in m̃. producit p̃. quod durum eſt credere.

9 m̃ 2
8 m̃ 3
72 m̃ 43 p̃ 6

15 m̃ 3
7
105 m̃ 21

Item duco 15 m̃. 3 in 7, duco in primis 7 in m̃. 3, fit m̃. 21, deinde 7 in 15, fit 105, igitur tale productum eſt binomium 105 m̃. 21. hoc eſt 84.

9 p̃ 4
8 m̃ 3
72 p̃ 5 m̃ 12

Item duco 9 p̃. 4 in 8 m̃. 3, duco primo m̃. 3 in p̃. 4, fit m̃. 12, deinde in decuſſim m̃. 3. in 9, & p̃. 4 in 8, fit m̃. 27, & p̃. 32, aggrego cum tertia regula detrahendo maiorem a minori, fit p̃. 5, deinde

inde duco 8 in 9, fit 72, igitur productum eſt trinomium 72 p̃.5 m̃. 12, hoc eſt 65.

Pro diuiſione p̃. & m̃. ſeruandæ ſunt regulæ ſequentes.

Cum diuiditur p̃. per p̃. & m̃. per m̃. exit p̃.

Cum diuiditur p̃. per m̃ & m̃. per p̃. exit m̃.

Hæc pauca exempla, in hac operatione ſufficient. vt

Diuido p̃. 16 per p̃. 2, exit p̃. 8, & per p̃. 8, exit p̃. 2.

Diuido m̃. 16 per m̃. 2, exit p̃. 8, & per m̃. 8, exit p̃. 2.

Diuido m̃. 16 per p̃. 2, exit m̃. 8, & per p̃. 8, exit m̃. 2.

Aggregatio binomiorum, plurinomiorum, & reciſorum, fit cum regulis ſequentibus.

Cum aggregatur quantitas vnius nominis, cum qualibet ſpecie binomij vel reciſi, qui vni nomini communicet. Aggrego eam cum nomine communicante, ſecundum eorum naturam cum regulis tamen p̃. & m̃.

Exemplum. Aggrego 4 cum ℞. 20 p̃. 3, quia 4 communicat cum 3, nam ambo ſunt numeri, eos aggrego, & fit p̃.7, addo ad ℞. 20, fit ℞. 20 p̃ 7.

℞ 20 p̃ 3	
	4
℞ 20 p̃ 7	

Item aggrego reciſum ℞ 20 m̃.3 cum 4, aggrego primo m̃. 3 cum 4, fit p̃. 1, addo ad ℞. 20, fit ℞. 20 p̃. 1.

Item aggrego ℞. 5 cum binomio ℞. 20 p̃.3, aggrego primo ℞.20 cum ℞. 5, fit ℞. 45, addo p̃. 3, fit ℞. 45 p̃. 3.

Item aggrego ℞. 5 cum reciſo ℞. 20 m̃. 3, fit ℞. 45 m̃. 3.

Item aggrego ℞. 27 cum 10 p̃. ℞. 3, aggrego ℞. 27 cum ℞. 3, fit p̃ ℞. 48, addo 10, fit 10 p̃. ℞. 48.

Item aggrego reciſum 10 m̃. ℞. 3 cum ℞. 27, aggrego primo ℞. 27 cum m̃. ℞. 3, fit p̃. ℞. 12, quia p̃. cum m̃. minuitur addo 10, fit 10 p̃. ℞. 12.

Si vero talis quantitas vnius nominis non communicet alicui nomini, binomij vel reciſi, neceſſario reſultat trinomium, vel quantitas proferenda per tria nomina, vt aggrego ℞. 7 cum 6 p̃ ℞. 5, quia ℞. 7 non communicat alicui nomini binomij, aggregatum ſic erit proferendum 6 p̃ ℞. 5 p̃. ℞. 7, vel 6 p̃. ℞. 7 p̃ ℞. 5.

Item aggrego ℞. 7 cum reciſo 6 m̃. ℞. 5, ſic profero aggregatum 6 m̃ ℞. 5 p̃. ℞ 7, vel 6 p̃. ℞. 7 m̃ ℞. 5.

Item aggrego ℞. 7 cum ℞. 32 m̃. ℞. 7, fit ℞. 32.

Ex R. 20 p̄. 7, aufero 4, aufero primo p̄. 4 a p̄. 7, reſtat 3, addo ad 20, fit reſiduum R. 20 p̄. 3.

Item ex R. 20 p̄. 1, aufero 4, aufero primo p̄. 4 a p̄. 1, reſtat m̄. 3, addo ad 20, fit reſiduum R. 20 m̄ 3.

Item ex R. 45 p̄. 3, aufero R. 5, aufero primo R. 5 ex R. 45, communicante. Reſtat R. 20, addo p̄. 3, fit reſiduum R. 20 p̄. 3.

Item ex 10 p̄. R. 48, aufero R. 27, aufero primo R. 27, ex ℞. 48. communicante, reſtat p̄. R. 3, addo 10, fit reſiduum 10 p̄. R. 3.

Si quantitas ſolius nominis non communicet alicui nomini binomij, vel receſi, neceſſario reſiduum erit trinomiale. vt

Ex ℞. 50 p̄. R. 10, aufero 6, qui non communicat alicui nomini binomij, fit reſiduum R. 50 p̄. R. 10 m̄. 6.

Item ex R. 19. m̄. R. 3, aufero R. 2. Reſtat R. 19 m̄. ℞. 3. m̄. R. 2.

Item ex 12 p̄. R. 48, aufero 5 p̄. R. 3, aufero primo R. 3 ex R. 48, communicante, reſtat p̄. R. 27, deinde 5 a 12, reſtat 7, igitur reſiduum erit 7 m̄. R. 27.

Item ex 12 m̄ ℞. 12, aufero 5 p̄. R. 3, aufero primo p̄. R. 3 a m̄. R. 12, reſtat m̄. R. 27, deinde 5, ex 12, reſtat 7, igitur tale reſiduum eſt 7 m̄. R. 27.

Item ex 12 p̄. R. 12, aufero 5 m̄. R. 3, aufero primo m̄. R. 3 a p̄. R. 12, reſtat p̄. R. 27, deinde 5, ex 12, reſtat 7, igitur reſiduum eſt 7 p̄. R. 27.

Item ex R. 180 p̄. 6, aufero R. 80 m̄. 3, aufero primo m̄. 3 a p̄. 6, reſtat p̄. 9, deinde R. 80 a R. 180. reſtat R. 20. addo ad p̄. 9, reſiduum eſt R. 20. p̄. 9. vel 9 p̄. R. 20, quia maius nomen precedere debet.

Item ex R. 45, aufero R. 5 p̄ 3, aufero primo R. 5, ex R. 45, reſtat R. 20. deinde quia 3, non communicat R. 20, aufero 3, ex R. 20, fit reſiduum R. 20 m̄. 3.

Item ex R. 45, aufero 3 m̄. R. 5, aufero in primis m̄. R. 5, ex p̄. R. 45, deinde 3, cum m̄. quia non communicat, reſiduum erit R. 20 m̄. 3.

Si vero vnum ſolum nomen vnius, vni ſoli nomini alterius binomiorum, vel receſorum communicet, aufero communicans a communicante, cum regulis p̄. & m̄. vt.

Ex 20

Ex 20 p̄. ℞. 7, *aufero* 8 p̄. R. 5. *Reſtat* 12. p̄. R. 7 p̄. R. 5.
Item ex 20 m̄ ℞. 7, *aufero* 8 m̄ ℞. 5. *Reſtat* 12 m̄. R. 7 m̄. ℞. 5.
Item ex 20 p̄. R. 7, *aufero* 8 m̄. ℞. 5. *Reſtat* 12 p̄. R. 7 m̄. R. 5.
Item ex 20 m̄. ℞. 7, *aufero* 8 p̄. ℞. 5. *Reſtat* 12 m̄. ℞. 7 p̄. R. 5.
Item ex ℞. 15 p̄ ℞ 6, *aufero* ℞. 10 p̄. ℞. 6. *Reſtat* ℞. 15 m̄. R. 10.
Item ex ℞. 24 m̄ 2, *aufero* ℞. 10 m̄. 2. *Reſtat* R. 24 m̄ R. 10.

Non communicantia autem ſubtraho cum termino minus, ea proferendo cum quatuor nominibus. vt

Ex ℞ 24 p̄. ℞. 14, *aufero* R. 7 p̄. 2. *Reſtat* ℞. 24 p̄. R. 14 m̄. R. 7 p̄. ℞. 2.

Item ex R. 24 m̄. R. 14, *aufero* R. 7 p̄. 2. *Reſtat* R. 24 m̄. R. 14 m̄. R. 7 p̄. 2. *Et licet* R. 7 p̄. 2, *ſit maior quam* ℞. 24 m̄. R. 14, *& maior a minori non poſſit auferi, maxime in quantitatibus communicantibus, tamen aliquando toleratur in operatione ineffabiliū abuſiue, vſque ad finem operationis.*

Item ex R. 24 p̄. ℞. 14, *aufero* R. 7 m̄. 2. *Reſtat* R. 24 p̄. R. 14 m̄. R. 7. m̄. 2.

Multiplicatio binomiorum, plurinomiorum, & reciſorum facilis eſt, modo regulæ ineffabilium, & p̄. & m̄. obſeruentur, ideo exempla ſequentia quantitatum, tam effabilium, quàm ineffabilium ſufficiunt. vt

Duco R. 20 p̄. 2 *in* 9, *fit* R. 1620 p̄. 18.
Item duco R. 20 m̄. 2 *in* 9, *fit* R. 1620 m̄. 18.
Item duco 10 p̄. R. 5 m̄. R. 3 *in* 4, *fit* 40 p̄. R. 80 *in* R. 48.
Item duco R. *cu.* 128 p̄. 3 *in* 2, *fit* R. *cu.* 1024 p̄. 6.
Item duco R. *cu.* 128 m̄. 3 *in* 2, *fit* R. *cu.* 1024 m̄. 6.
Item duco R R. 7 p̄. R R. 3 *in* 2, *fit* R R. 112 p̄. R R. 48.
Item duco R. *rel.* 10 m̄. R. *rel.* 5 *in* 3, *fit* R. *rel.* 2430 m̄. R. *rel.* 1215.
Item duco 12 p̄. R. 10 *in* R. 5, *fit* R. 720 p̄. R. 50.
Item duco 12 m̄ R. 10 *in* R. 5, *fit* R. 720 m̄ R. 50.
Item duco R. 40 p̄. 3 *in* R. 10, *fit* 20 p̄. R. 90.
Item duco 6 p̄. R. *cu.* 2 *in* ℞. *cu.* 3, *fit* R. *cu.* 648 p̄. R. *cu.* 6.
Item duco 6 m̄. R. *cu.* 2 *in* R. *cu.* 3, *fit* ℞. *cu.* 648 m̄. R. *cu.* 6.

Modus quadrandi quodlibet genus binomij trahitur ex 4ª 2ⁱ

Euclidis,

Euclidis, nam binomium ſumitur pro linea in duas partes diuiſa, quæ duæ diuiſiones ſunt duo binomij nomina. Igitur quadratum duorum nominum, additum ad duplum producti vnius nominis in aliud erit quadratum binomij, vt quadro 5 p̄. R. 3 quadro primo 5, fit 25, deinde p̄. R. 3, fit p̄. 3, addo ad 25, fit 28, quadratum duorum nominum, deinde duco p̄. 5 in p̄. R. 3, fit p̄. R. 75, pro ductu vnus nominis in aliud, duplo fit p̄. R. 300, addo ad 28, fit 28 p̄. R. 300.

5 p̄ R 3
5 p̄ R 3
28 p̄ R 300

Item duco R. 10 p̄. 2 in R. 10 p̄. 2, fit 14 p̄. R. 160.

Item duco R. 7 p̄. R. 3 in R. 7 p̄. R. 3, fit ℞. 10 p̄. R. 84.

Poteſt etiam quadrari in decuſſim, vt duco p̄. R. 3 in p̄. R. 3, fit p̄. 3, depono, deinde in decuſſim p̄. R. 3 in p̄. 5, fit p̄. R. 75, depono, deinde p̄. R. 3 in p̄. 5 in decuſſim, fit p̄. R. 75, depono tandem 5 in 5, fit 25, depono, & quia 25 communicat cum p̄. 3, quia ſunt numeri, eos reduco ad vnum nomen, hoc eſt 28. deinde aggrego p̄. R. 75, cum plus ℞. 75, fit p̄. R. 300.

5 p̄ R 3
5 p̄ R 3
25 p̄ R 75 p̄ R 75 p̄ 3

Poteſt etiam quadrari per ſcacherium, vt in figura, vt duco p̄. R. 3. in p̄. R. 3, fit p̄. 3, depono. Deinde p̄. R. 3. in 5, fit p̄. R. 75, depono, deinde 5 in p̄. R. 3, fit p̄. R. 75. depono tandem 5 in 5, fit 25. depono. deinde aggrego, fit ſumma 28 p̄. R. 300.

5 p̄ R 3
5 p̄ R 3
p̄ R 75 p̄ 3
25 p̄ R 75
25 p̄ R 300 p̄ 3.
& eſt 28 p̄ R 300

Item duco 2 p̄. ℞. cu. 3 in 2 p̄. R. cu. 3, fit 4 p̄. R. cu. 192. p̄. R. cu. 9.

Item duco R R. 5 p̄. ℞ R. 3 in R R. 5 p̄. R ℞. 3, fit R R. 25 p̄. R R. 240. p̄. R R. 9, hoc eſt R. 5 p̄. R R. 240 p̄. R. 3.

Modus quadrandi quodlibet genus reſidui trahitur ex 35 xi Euclidis, vbi Campanus talem præmonſtrat doctrinam ſequentium, ſi aliqua linea in duo inæqualia diuidatur, quadrata ambarum ſectionum pariter accepta, tanto amplius ſunt duplo ſuperficiei, vnius earum in alteram, quantum eſt quadratum eius lineæ, qua maior excedit minorem. Nam omne reſiduum formatur ex linea in duas partes inæquales diuiſa, & ſubtrahendo partem minorem a maiori pars remanens eſt quantitas reſidui, igitur ſi a ſumma quadratorum duorum nominum reſidui ſubtrahatur duplum producti vnius nominis in aliud pars remanens eſt quadratum reſidui, vt

Duco 10 m̄. R. 5 in 10 m̄. R. 5, fit 105 m̄ R. 2000.

Item duco R. 8 m̄. R. 3 in 8 m̄. R. 3, fit 11 m̄. R. 96.

Item duco R. cu. 4. m̄. R. cu. 2 in R. cu. 4. m̄. R. cu. 2, fit R. cu. 16 m̄. 4 p̄. R. cu. 4.

Item

Item duco ℞℞. 6 m̃. ℞℞. 2 *in* ℞℞. 6 m̃. ℞℞. 2, *fit* ℞℞. 36 m̃. ℞℞. 192 p̃. ℞℞. 4.

Item duco ℞. *rel.* 3 m̃. ℞. *rel.* $\frac{1}{2}$. *in* ℞. *rel.* 3 m̃. ℞. *rel.* $\frac{1}{2}$. *fit* ℞. *rel.* 9. m̃. ℞. *rel.* 48 p̃. ℞. *rel.* $\frac{1}{4}$.

Cum ducitur quodlibet genus binomij, vel reciſi, in binomium, vel reciſum diuerſum, operatio poteſt duobus modis abſolui, in decuſſim, & per ſcacherium. vt

4 p̃ ℞ 3
5 p̃ ℞ 2
20 p̃ ℞ 32 p̃ ℞ 75 p̃ ℞ 6

Duco 4 p̃. ℞. 3 *in* 5 p̃. ℞. 2, *duco primo* p̃. ℞. 3 *in* p̃. ℞. 2, *fit* p̃. ℞. 6, *deinde in decuſſim* p̃. ℞. 2 *in* 4, *fit* p̃. ℞. 32, & p̃. ℞. 3 *in* p̃. 5, *fit* p̃. ℞. 75, *depono diſtinctæ, quia non communicant. Tandem duco* 4 *in* 5, *fit* 20, *igitur productum eſt* 20, p̃. ℞. 32 p̃. ℞. 75 p̃. ℞. 6.

In ſequenti vero quadrinomio, vbi ſunt aliqua nomina communicantia, fit in primis eorum aggregatio, reducendo quadrinomium ad minora nomina. vt

Duco ℞. 24 p̃. 3 *in* ℞. 6 p̃. 2, *fit* 12 p̃. ℞. 54 p̃. ℞. 96 p̃. 6, *quadrinomium aggrego* 6, & 12, *communicantia, quia ſunt numeri, fit* 18 p̃. ℞. 54. p̃. ℞. 96, *quod eſt trinomium, deinde aggrego* ℞. 54. *cum* ℞. 96, *communicantes in longitudine, quia ex ductu* 54 *in* 96, *fit* 5184 *numerus quadratus cuius latus eſt* 72, *fit* ℞. 299, & *ſic trinomium reducitur ad binomium* 18 p̃. ℞. 299.

Item duco ℞. *cu.* 7 p̃. ℞. *cu.* 3 *in* ℞. *cu.* 5. p̃. ℞. *cu.* 2, *fit* ℞. *cu.* 35 p̃. ℞. *cu.* 5 p̃. ℞. *cu.* 14 p̃. ℞. *cu.* 6.

Item duco ℞℞. 20 p̃. ℞℞. 3 *in* ℞℞. 6 p̃. ℞℞. 5, *fit* ℞℞. 120, p̃. ℞℞. 18 p̃. ℞℞, 100. p̃. ℞℞. 15.

Si vero binomia, & plurinomia ſunt diuerſa naturæ, ad vnam naturam in primis reducuntur, vt prius, deinde operatur.

Vt duco ℞. 5 p̃. ℞. 2 *in* ℞. *cu.* 4 p̃. ℞. *cu.* 3. *reduco hæc duo binomia, ad binomia cuba quadrata* ℞. *cu ce.* 125 p̃. ℞. *cu ce.* 8, & ℞. *cu ce.* 16 p̃. ℞. *cu ce* 9, *duco inuicem, fit* ℞. *cu ce.* 2000 p̃. ℞. *cu ce* 128 p̃. ℞. *cu ce* 1125 p̃. ℞. *cu ce* 72.

Cum ducitur reciſum in aliud reciſum diuerſum, fiat vt in exemplis ſequentibus. vt

Duco 5 m̃. ℞. 2 *in* 4 m̃. ℞. 3, *fit* 20 m̃. ℞. 32 m̃. ℞. 75 p̃. ℞ 6.

Item duco ℞. 24 m̃. 3 *in* ℞. 6 m̃. 2, *fit* 12 m̃. ℞. 54 m̃. ℞. 96 p̃. 6 *hoc eſt* 18 m̃. ℞. 54 m̃. ℞. 96, *hoc eſt* 18 m̃. ℞. 294, *reducendo ſemper aggregatum ad minora nomina.*

Item

Item duco R. cu. 7 m̃. R. cu. 3. in R. cu. 5 m̃. R. cu. 2, fit R. cu. 35 m̃. R. cu. 15 m̃. R. cu. 14 p̃. R. cu. 6.

Item duco RR. 20 m̃. RR. 3. in RR. 6 m̃. RR. 5, fit RR. 120 m̃. RR. 18 m̃. RR. 100 p̃. RR. 15.

Item duco R. ce cu. 125 m̃. R. ce cu. 8 in R. cecu. 16 m̃. R. ce cu. 9, fit R. ce cu. 2000 m̃. R. ce cu. 128 m̃. R. ce cu. 1125 p̃. R. ce cu. 72.

Modus ducendi binomium in reciſum. vt

Duco 7 p̃. R. 3 in 5 m̃. R. 2, duco in primis m̃. R. 2 in p̃. R. 3, fit m̃. R. 6. deinde in decuſſim m̃. R. 2 in p̃. 7, fit m̃. R. 28, & p̃. R. 3 in p̃. 5, fit p̃. R. 75, tandem 5 in 7, fit 35.

Et quia ibi non ſunt aliqua nomina communicantia tale aggregatum profertur per quadrinomium 35 p̃. R. 75. m̃. R. 98 m̃. R. 6.

Item duco R. 63. m̃. 3 in R. 7 p̃. 2, duco primo p̃. 2 in m̃. 3, fit m̃. 6. deinde in decuſſim p̃. 2 in p̃. R. 63, fit p̃. R. 252, & m̃. 3 in p̃. R. 7. fit m̃. R. 63, tandem 7 in R. 63, fit R. 441, & quia R. 441. eſt 21, aggrego cum m̃. 6, fit 15. deinde quia m̃. R. 63, communicat cum p̃. R. 252, eas aggrego ſubtrahendo per regulas p̃. & m̃, fit p̃. R. 63, addo ad 15, fit 15 p̃. R. 63. & ita hæc binomia, & reciſa producunt quadrinomium, quod ad trinomium reducitur, deinde ad binomium.

Item duco R. 90 p̃. 5 in 8 m̃. R. 10, fit R. 5760 p̃. 40 m̃. R. 900 m̃. R. 250. hoc eſt R. 5760 p̃. 10 m̃. ℞. 250, hoc eſt ℞. 3610 p̃. 10, auferendo R. 900, quæ eſt 30, ex 40. & auferendo R. 250, ex R. 5760, commenſurabilibus, quia ex ductu vnius in alterum producitur 1440000. numerus quadratus.

Item duco R. 240 p̃. R. 10 in R. 90 m̃. R. 15, fit R. 21600 p̃. R. 900 m̃. R. 3600 m̃ R. 150, hoc eſt R. 21600 p̃. 30 m̃. 60 m̃. R. 150, hoc eſt R. 21600 m̃. 30 m̃. R. 150, hoc eſt ℞. 18150 m̃. 30. & hoc modo quadrinomium reducitur ad binomium.

Scias quòd ex ductu binomij quadrati in reſiduum quadratum eiſdem nominibus compoſitũ producitur ſemper numerus effabilis. vt

Duco 6 p̃. R. 2 in 6 m̃. R. 2, fit 36 p̃. R. 72 m̃. R. 72 m̃. 2. aggrego 36, & m̃. 2, cum regulis p̃. & m̃, fit 34. deinde p̃. R. 72, & m̃. R. 72, fit 0. igitur tale productum eſt 34.

Nota aliam breuiorem regulam in ſimilibus binomijs, & reciſis, aufero quadratum minoris a quadrato maioris, quod reſtat eſt pro-

ductum repetatur in exemplum 6 p̃. R. 2 in 6 m̃. R. 2. quadro 6, fit 36, quadro R. 2, fit 2, aufero 2 a 36. reſtat 34 productum.

Item duco R. 18 p̃. 3 in R. 18 m̃ 3, quadro R. 18, fit 18, quadro 3, fit 9, aufero 9 a 18. Reſtat 9.

Item duco R. 32 m̃. R. 10 in R. 32 p̃. R. 10, quadro R. 32, fit 32, quadro R. 10, fit 10, aufero 10 a 32. Reſtat 22.

Item duco R. 7 m̃. R. 5 in R. 7 m̃. R. 5, quadro R. 7, fit 7, quadro R. 5, fit 5, aufero 5 a 7. reſtat 2.

Cum multiplicantur trinomia, vel plurinomia, in quodlibet genus binomiorum, vel reciſorum, vel plurinomiorum commodior operatio fit per modum ſcacherij minuendo nomina producta ſecundum quantitates communicantes, vt

Duco 10 p̃. R. 6 p̃. R. 2 in 5 p̃. R. 3. diſpono vt in figura.

10	p̃ R	6	p̃ R	2				
5	p̃ R	3						
	p̃ R	300	p̃ R	18	p̃ R	6		
50	p̃ R	150	p̃ R	50				
50	p̃ R	300	p̃ R	150	p̃ R	128	p̃ R	6

Duco p̃. R. 3. binomij in p̃. R. 2 trinomij, fit p̃. R. 6, depono. deinde p̃. R. 3, binomij in p̃. R. 6 trinomij, fit p̃. R. 18, depono, deinde p̃. R. 3, binomij in 10 trinomij, fit p̃. R. 300, depono, deinde 5 binomij in p̃. R. 2 trinomij, fit p̃. R. 50. depono, ſub p̃. R. 18 in directo, deinde 5 binomij in p̃. R. 6 trinomij, fit p̃. R. 150, depono ſub p̃. R. 300, tandem 5 binomij in 10 trinomij, fit 50 depono a ſiniſtra, vt in figura, deinde aggrego, vt in figura, quia nulla in eis ſunt nomina communicantia.

Eodem modo procedo ducendo plurinomium cum reciſo, vt

Duco 10 p̃. R. 6 p̃. R. 2 in 5 m̃. R. 3. duco primo m̃. R. 3 reciſi in tria nomina trinomij, producuntur m̃. R. 300 m̃. R. 18 m̃. R. 6. deinde 5 binomij in eadem tria nomina trinomij, producuntur 50 p̃. R. 150 p̃. R. 50, collocanda p̃. R. 50, ſub m̃. R. 18, & p̃. R. 150, ſub m̃. R. 300, & 50 a ſiniſtra aggrego, fit ſumma 50 p̃. R. 150 p̃. R. 50 m̃. R. 300 m̃. R. 18 m̃. R. 6.

Item duco R. cu. 12 p̃. R. cu. 9 m̃. 2 in R. cu. 6 m̃. R. cu. 3, fit productum

ductum ex R. *cu.* 3 *in tria nomina trinomij*, m. R. *cu.* 36 m. R. *cu.* 27 p. R *cu.* 24, *productum vero* R. *cu.* 6 *in eadem tria nomina trinomij eſt* R. *cu.* 72 p. R. *cu.* 54 m. R. *cu.* 48, *quæ aggregata faciunt* R. *cu.* 72 p. R. *cu.* 54 m. R. *cu.* 48 m. R. *cu.* 36 m. 3 p. R. *cu.* 24.

Item duco		RR 10	p RR	7	m RR	5		
In		RR 8	p RR	3	m RR	2		
fit		RR 20	m RR	14	p RR	10		
	p RR 30	p RR 21	m RR 15					
RR 80 p RR 56 m RR 40								

fit ſũma RR 80 p. RR 56 m RR 40 p RR 30 p RR 21 m RR 15 m RR 20 m RR 14 m RR 10

Diuiſio binomiorum, plurinomiorum, & reciſorum eſt conuerſa multiplicationi, cognita igitur operatione multiplicationis, facilis eſt operatio diuiſionis.

Sufficiunt enim ſequentia exempla. vt

Diuido R. 1620 p. 18 *per* 9, *diuido primo* p. 18 *per* 9, *exit* 2. *deinde quadro* 9, *fit* 81, *Diuido* R. 1620 *per* 81, *exit* 20. *igitur tale reſiduum eſt* R. 20 p. 2.

R 1620	p	18
per		9
exit R 20	p	2

Item R. 1620 m. 18 *per* 9, *exit* R. 20 m. 2.

Item diuido 40 p. R. 80 m. R. 48 *per* 4, *exit* 10 p. R. 5 m. R. 3.

Item diuido R. *cu.* 1024 p. 6 *per* 2, *exit* R. *cu.* 128 p. 3.

Item diuido R. *cu.* 1024 m. 6 *per* 2, *exit* R. *cu.* 128 m. 3.

Item diuido R R. 112 p. R R. 48 *per* 2, *exit* R R. 7 p. R R. 3.

Item diuido R. *rel.* 2430 m. R. *rel.* 1215 *per* 3, *exit* R. *rel.* 10 m. R. *rel.* 5.

Item diuido R. 720 p. R. 50 *per* R. 5, *exit* R. 144 p. R. 10.

Item diuido R. 720 m. R. 50 *per* R. 5, *exit* R. 144 m. R. 10.

Item diuido 20 p. R. 90 *per* R. 10, *exit* R. 40 p. R. 9, *& eſt* 7.

Item diuido R. *cu.* 648 p. R. *cu.* 6 *per* R. *cu.* 3, *exit* R. *cu.* 216 p. R. *cu.* 2, *& eſt* 6 p. R. *cu.* 2.

Item diuido R R. 30 *m̃.* 2 *per* R R. 3, *exit* R R. 10 *m̃.* R R. 5 $\frac{1}{3}$.

Item diuido R. *rel.* 240 *p̃.* R. *rel.* 15 *m̃.* 2 *per* R. *rel.* 3, *exit* R. *rel.* 80 *p̃.* R. *rel.* 5 *m̃.* R. *rel.* 10 $\frac{2}{3}$.

Pro aggregatione binomiorum plurinomiorum, & reciſorum numerorum quadraturæ obſeruentur regulæ p̃. & m̃. in reliquis fiat, vt in ſequentibus exemplis.

Aggrego 13 *p̃* 7 *co. cum* 12 *p̃.* 3 *co. fit* 25 *p̃.* 10 *co.*

Aggrego 5 *ce. p̃* 3 *cum* 2 *ce. p̃* 2, *fit* 7 *ce. p̃* 5.

Aggrego 9 *cu. p̃.* 8 *co. cum* 3 *cu. p̃* 6 *co, fit* 12 *cu. p̃.* 14 *co.*

Aggrego 10 *m̃.* 8 *co. cum* 13 *m̃.* 5 *co. fit* 23 *m̃.* 13 *co.*

Aggrego 12 *p̃.* 12 *ce. cum* 8 *m̃.* 5 *ce. fit* 20 *p̃.* 7 *ce.*

Aggrego 7 *cu. m̃.* 6 *co. cum* 5 *cu. p̃.* 4 *co. fit* 12 *cu. m̃.* 2 *co.*

Aggrego 5 *cu. p̃.* 3 *co. cum* 3 *cu. p̃.* 2 *ce. fit* 8 *cu. p̃.* 2 *ce. p̃.* 3 *co.*

Aggrego 3 *rel. p̃.* 5 *ce. cum* 2 *cu. p̃.* 3 *co. fit* 3 *rel. p̃.* 2 *cu. p̃.* 5 *ce. p̃.* 3 *co.*

Aggrego 3 *cu ce. m̃.* 3 *co. cum* 5 *cu. m̃.* 7 *ce. fit* 3 *cu. ce p̃.* 5 *cu. m̃.* 7 *ce. m̃.* 3 *co.*

Aggrego 3 *rel. m̃.* 7, *cum* 2 *cu. m̃.* 2 *co. fit* 3 *rel. p̃.* 2 *cu. p̃.* 2 *co. m̃.* 7.

Pro eorum ſubtractione operetur, vt in exemplis, cum regulis p̃. & m̃.

Ex 7 *co. p̃.* 10, *aufero* 3 *co. p̃.* 4. *Reſtat* 4 *co. p̃.* 6.

Ex 9 *co. p̃.* 5, *aufero* 7 *co. m̃.* 3. *Reſtat* 2 *co. p̃.* 8.

Ex 7 *ce. p̃.* 2 *co. m̃.* 2, *aufero* 2 *ce. m̃.* 3 *co. p̃.* 7. *Reſtat* 5 *ce. p̃.* 5 *co. m̃.* 9.

Ex 7 *cu. m̃.* 3 *co. aufero* 2 *cu. m̃.* 5 *co. Reſtat* 5 *cu. p̃.* 2 *co.*

Ex 20 *rel. m̃.* 2 *ce. p̃.* 3 *co. aufero* 12 *rel. m̃.* 8 *ce. p̃.* 7 *co. Reſtat* 8 *rel. p̃.* 6 *ce. m̃.* 4 *co.*

Ex 13 *ce cu. m̃* 8 *co. aufero* 7 *ce cu. m̃.* 10 *co. Reſtat* 6 *ce cu. p̃.* 2 *co.*

Ex 17 *ce cu. m̃.* 5 *cu. aufero* 6 *co. p̃.* 3 *ce. Reſtat* 17 *ce cu. m̃.* 11 *cu. m̃.* 3 *ce.*

Ex 12 *rel. m̃.* 3 *p̃.* 5 *co. aufero* 3 *rel. m̃.* 2 *co. p̃.* 5. *Reſtat* 9 *rel. m̃.* 3 *cu. p̃.* 7 *co. m̃.* 5.

Ex 10

Ex 10 ce cu. p̃. 7 ce. auſero 7 co. p̃. 3. Reſtat 10 ce cu. p̃. 7 ce. m̃. 9 co. p̃. 3.

Ex 5 ce cu. p̃. 13 co. auſero 7 ce cu. m̃. 5 ce. Reſtat 5 ce. p̃. 13 co. m̃. 2 ce cu.

Multiplicatio eorumdem abſoluitur, vt in exemplis ſequentibus.

Duco 7 co. p̃. 5 in 4. fit 28 co. p̃. 20.

Item 9 ce. m̃. 3 in 6, fit 54 ce m̃ 18.

Item 12 cu. p̃. 3 co. m̃. 5 in 6 co. fit 72 ce ce. p̃. 18 ce. m̃. 30 co.

Item 13 rel. m̃. 2 ce. in 5 co. p̃. 3, fit 65 ce cu. m̃. 10 cu. p̃. 39. rel. m̃. 6 ce.

Item 3 ce cu. p̃. 5 ce. in 2 ce cu. p̃. 3 ce, fit 6 ce cu. p̃. 19 ce ce ce. p̃. 15 ce ce.

Item 12 cu. m̃. 5 co. in 4 cu. p̃. 3 co. fit 48 ce cu. p̃. 16 ce. m̃. 15 ce.

Item 10 cu. m̃. 2 ce. in 9 cu. p̃. 1 ce. fit 90 ce cu. m̃. 8 rel. m̃. 2 ce ce.

Item 5 ce cu. m̃. 3 ce. in 3 co. m̃. 2. fit 15, rel. m̃. 9 cu. m̃. 10. ce cu. p̃. 6 ce.

Diuiſionis eorundem exeuntia ſcribuntur in forma fracti, & per eſimum proferuntur, vt in exemplis ſequentibus.

Diuido 5 co. p̃. 3 per 2 ce. p̃. 4, exit $\frac{\text{5 co p̃ 3 eſimi}}{\text{2 ce p̃ 4}}$ *ponendo diuidendum ſupra lineam, & diuiſorem infra, proferendo 5 co. p̃. 3 eſimis duorum quadratorum p̃. 4.*

Item diuido 2 co. p̃. 7 per 3 ce. p̃. 5 exeunt $\frac{\text{2 co. p̃ 7 eſimi}}{\text{3 ce. p̃ 5 co.}}$

Item 3 cu. m̃. 2. co. per 5 rel. p̃. 4 ce. exeunt $\frac{\text{3 cu. m̃. 2 co. eſimi}}{\text{5 rel p̃. 4 ce.}}$ *ſi vero diuiſor ſit numerus ſimplex, diuiſio fit abſque forma fracti, vt diuido 24 ce cu. p̃. 12 ce. per 4 exit 6 ce cu. p̃. 3 ce.*

Pro tetragonicis lateribus numerorum inueſtigandis, ſeu vulgari ſermone vtendo, pro radicis quadratæ extractione, ſciendum eſt in primis, quòd omnis numerus ſeipſum multiplicans, quadratum producit numerum, & qui in ſe multiplicatur, latus quadrati, ſeu tetragonicum vocatur, vt ſi 5 in ſe multiplicetur producet quadratum 25, & ipſum 5 erit latus tetragonicum 25, conſtat enim in figuris quadratum lateribus quatuor inuicem æqualibus.

Proponatur igitur numerus 5308416, cuius ſit latus tetragonicum inueſtigandum. ante omnia ſeparentur lineolis, vel punctis ſingula

gula duo elementa numeri dati, a dextris ſiniſtrorſum progrediendo, nec curandum an vltima diſtinctio vnicam, vel duas comprehendat numeri dati litteras, tot enim lateris litteras inuenies, quot in numero dato acciderint diſtinctiones. His ita diſpoſitis, conſidero vltimam litteram 5, ac ſi eſſet decas, & numerum quæro, cuius in ſe multiplicatione productum fiat aut æquale numero 5. aut minus, quam proxime fieri poſſit. is erit 2, depono a dextra, vt in figura, poſt lineolam. a. b. litteras lateris tetragonici inueſtigandas a numero dato ſeparaturam.

Deinde quadro 2 litteram primam lateris inuentam, fit 4. depono ſub 5 vltimam litteram numeri dati, vt in figura, & aufero 4 a 5. reſtat 1.

Deinde pro inueſtiganda ſecunda littera lateris addo 3. ſextam litteram numeri dati ad 1 reſiduum, fit 13.

```
              a
5|30|84|16|2 |304
5           b  | 4
4              |---
---            | 46
13             |---
12             |460
---
 10
  9
---
  18
   0
---
  184
    0
---
  1841
  1840
---
     16
     16
---
      0
```

Deinde duplo 2 litteram lateris inuentam, fit 4. depono ſub eadem littera 2 lateris, ſubinde per 4. duplatum diuido 13. exit 3. pro ſecunda littera lateris, ſed antequam eam deponam, conſidero an productum ex eadem 3. ſecunda littera lateris ducta in 4. duplatum poſſit demi ab eodem 13, & quòd etiam tantum ſuperet a quo cum littera 0 ſequenti numeri dati addita, poſſit demi quadratum 3 ſecundæ lateris litteræ. Vel an quadratum 23 lateris inuenti, quod eſt 529. ſuperet ſuas relatiuas diſtinctiones numeri dati, hoc eſt 530. ſi ſuperat, minuo 3. ſecundam lateris litteram, & eius loco ſcribo 2, vel 1. ita quòd non ſuperet, quia igitur non ſuperat, depono 3. prope 2. verſus dextram deinde duco eundem 3 lateris, in 4 duplatum. fit 12. depono ſub 13. & ab eis aufero, reſtat 1. addo 0. quintam litteram numeri dati, fit 10.

Deinde quadro 3. ſecundam litteram lateris, fit 9. depono ſub 10. & ab eis aufero reſtat 1. Deinde pro inueſtiganda tertia littera lateris, duplo 23 litteras lateris inuentas, fit 46, depono ſub 4 numero prius duplato ſubinde addo 8. ad 1. reſiduum quartam litterã numeri dati, fit 18. Et quia 18. non poteſt diuidi per 46. numerum duplatum, depono 0. prope 3. pro tertia littera lateris, id autem toties obſeruo, quoties duplatus numerus maior erit reſiduo cum littera ſequenti addita. deinde duco 0. in 46. fit 0. depono ſub 18. & ab eis aufero, reſtat idem numerus 18. addo 4. tertiam litteram numeri dati, fit 184. quadro deinde 0. tertiam litteram numeri dati, fit 0. depono

ſub

ſub 184, & ab eis aufero, reſtat idem numerus 184.

Tandem pro inueſtiganda quarta littera lateris, duplo 230. litteras lateris inuentas, fit 460. depono ſub 46. ſecundo numero duplato, ſubinde addo 1. ſecundam litteram numeri dati ad 184. reſiduum, fit 1841. diuido per 460. tertium duplatum numerum, exit 4. pro quarta littera lateris, ſed antequam eam deponam conſidero an productum ex eodem 4. in 460. duplatum, poſſit auferi ex eodem reſiduo 184. cum littera ſequenti numeri dati addita, & quòd etiam tantum ſuperet, a quo cum littera ſequenti numeri dati addita, poſſit auferi quadratum 4. vltima littera lateris. Et quia omnia præmiſſa fieri poſſunt, depono 4. prope 0. tertiam litteram lateris inuentam.

Deinde duco 4. quartam litteram lateris, in 460. numerum vltimò duplatum, fit 1840. depono ſub 1841. & ab eis aufero, reſtat 1. cui addo 6. primam litteram numeri dati, fit 16. deinde quadro 4. vltimam lateris litteram, fit 16. depono ſub reſiduo 16. & ab eo aufero, reſtat 0. concludo igitur numerum datum eſſe quadratum, & eius tetragonicum latus eſſe 2304.

Reſtat videre quomodo in numeris non quadratis, latera fieri poſſint, tetragonicis, quam propinquiſſime ſimilia, vt latus 5 eſt 2. ſuperat 1. qui ponitur ſupra lineam pro numeratore, infra vero ponitur pro denominatore, duplum lateris inuenti, & eſt 4. igitur latus 5. eſt $2\frac{1}{4}$. pro latere autem propinquiori inueſtigando, quadro latus inuentum $2\frac{1}{4}$. fit $5\frac{1}{16}$. igitur quadratum tale ſuperat 5 in $\frac{1}{16}$. diuido igitur $\frac{1}{16}$. per duplum lateris $2\frac{1}{4}$. hoc eſt $4\frac{1}{2}$. exit $\frac{2}{144}$. hoc eſt $\frac{1}{72}$. aufero ex primo latere $2\frac{1}{4}$. reſtat $2\frac{17}{72}$. pro ſecundo latere 5. magis propinquo primo.

Probatio fit quadrando $2\frac{17}{72}$. fit $5\frac{1}{5184}$. & hoc latus eſt magis propinquum primo, quia primum ſuperat in $\frac{1}{16}$. & hoc ſecundum in $\frac{1}{5184}$.

Si vero cum hoc ſecundo latere quæris tertium propinquius eodem modo procedo diuidendo $\frac{1}{5184}$. ſuperans per duplum lateris ſecundi $5\frac{1}{5184}$. quod eſt $10\frac{1}{10368}$. & deinde exiens detrahendo a ſecundo latere $2\frac{17}{72}$. reſiduum erit latus 5. magis propinquum. Et hoc modo potes in infinitum procedere, pro inueſtigando, quarto, quinto, ſexto, & ſeptimo latere propinquiori.

Pro

Pro tetragonicis lateribus inueſtigandis in numeris fractis oportet primo ſcire an fragmenta ſint quadrata vel non, quod ſcies minuendo fractionem, hoc eſt numeratorem, & denominatorem, vſq; ad numeros, qui amplius minui non poſſunt, quòd ſi tam numerator, quàm denominator fuerint quadrati, talis fractio habebit latera tetragonica præciſa ſi non, non. exemplum, detur numerus $5\frac{38}{50}$. minuo fragmenta, fit $5\frac{19}{25}$. deinde reduco totam ſummam ad fragmenta, ducendo 5 in denominatorem 25, & addendo numeratorem 19. fit fragmentum $\frac{144}{25}$. qui ſunt quadrati, igitur $5\frac{19}{23}$. ſunt quadrati, latus numeratoris 144. eſt 12. latus vero denominatoris 25. eſt 5. diuido igitur 12. numeratorem per 5. denominatorem, exit $2\frac{2}{5}$. concludo igitur, quod latus $5\frac{19}{23}$. eſt $2\frac{2}{5}$. Probatio fit quadrando $2\frac{2}{5}$. fit $5\frac{19}{25}$. pręciſe.

Aliud exemplum detur numerus $6\frac{3}{12}$. minuo fragmentum fit $\frac{1}{4}$. reduco totam ſummam ad quadrantes, fit $\frac{25}{4}$. qui ſunt numeri quadrati, nam latus numeratoris 25. eſt 5. denominatoris vero 4. eſt 2. diuido 5 per 2. exit $2\frac{1}{2}$. igitur latus $6\frac{1}{4}$. eſt $2\frac{1}{2}$.

Si vero fragmenta, vel aliqua ex eis non ſunt quadrata. Nullum latus præciſe poteſt inueſtigari. quomodo autem latera fieri poſſint tetragonicis quam propinquiſſime ſimilia, exemplis ſequentibus docebimus.

Detur numerus $5\frac{2}{3}$. quæro primo latus ex integro, numero, & eſt 2. ſuperat $1\frac{2}{3}$. diuido ſuperans per duplum lateris inuenti 2. & eſt 4. exit $\frac{5}{12}$. qui additi ad 2. faciunn $2\frac{5}{12}$. latus propinquum $5\frac{2}{3}$.

Probatio fit quadrando $2\frac{5}{12}$. fit $5\frac{121}{144}$.

Vel reduco totam ſummam ad trientes, fit $\frac{17}{3}$. & quia nullus eorum eſt quadratus, non poteſt præciſe latus inueſtigari. duco igitur denominatorem in numeratorem 3 in 17. fit 51. latus 51. eſt $7\frac{1}{7}$. diuido per 3 denominatorem, exit $2\frac{8}{21}$. latus propinquum $5\frac{2}{3}$. Probatio fit quadrando $5\frac{2}{3}$. producitur $\frac{2500}{441}$. quod ſuperat $5\frac{2}{3}$. in $\frac{1}{441}$.

Pro cubicis numerorum lateribus inueſtigandis, ſciendum eſt in primis, quòd omnis numerus ſuum quadratum multiplicans, producit numerum, qui cubus dicitur, & multiplicans numerus dicitur latus cubicum talis producti. deinde oportet habere memoriæ numeros cubicos, & eorum latera, vel in tabula reſpicere.

Sit igi-

Sit igitur propoſitum in numero 929716128. cubicum latus inueſtigare. Diſtinguo in primis ſingulas tres litteras, numeri dati, vt in figura incipio a dextra, procedendo verſus ſiniſtram. Nec curandum an leua, & vltima diſtinctio, minorem numerum trium litterarum contineat, tot enim lateris litteræ exibunt, quot in numero dato fient diſtinctiones. Deinde duco lineam ſolitam, ſub numeris datis, ſubinde aliam eidem perpendicularem a b litteras lateris inueſtigandas, a numero dato ſeparaturas. vt in figura.

a

929|716|128 | 976 $\frac{1952}{2860058}$

b

929
729
2007
1701
3061
1323
17386
343
170431
169362
10692
10476
2168
216
1952

Latera cubica	Numeri cubici
1	1
2	8
3	27
4	64
5	125
6	216
7	343
8	512
9	729

Poſt hæc cogito mecum latus numeri, cuius cubus quam proxime fieri poſſit, accedat ad 929 vltimam diſtinctionem, numeri dati. id erit 9. nam ex 9 in ſe, fit 81, & ex 9 in 81. fit 729, proxime minor numero 929. depono igitur 9 a dextra poſt lineam a b pro prima lateris littera. deinde eam cubo, fit 729, depono ſub 929, & ab eis aufero, reſtat 200.

Deinde pro inueſtiganda ſecunda littera lateris, addo 7 ſextam litteram numeri dati, fit 2007. deinde quadro 9 primam lateris litteram, fit 81 triplo, fit 243. diuido 2007 per 243 triplatum exit 8, pro ſecunda littera lateris, ſed antequam eam deponam, cogito an triplum quadrati primæ lateris litteræ, ductum in ſecundam poſſit auferri ex 200 reſiduo cum littera 7 ſequenti addita.

Et quòd etiam tantum ſuperet, quòd a tali reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit demi triplum quadrati ſecundæ litteræ lateris ductum in primam. Et quod etiam a reſiduo cum alia ſequenti littera addita, poſſit auferri cubus ſecundæ litteræ lateris.

Vel an cubus 98 litterarum lateris inuentarum, qui eſt 941192. ſuperet ſuas relatiuas diſtinctiones, hoc eſt 929716. igitur quia ſuperat eius loco pono 7. qui 7 ſeruit cum omnibus conditionibus præmiſſis, pono 7 prope 9. vt in figura. deinde duco eundem 7 in 243. triplum quadrati 9. fit 1701. depono ſub 2007. & ab eis aufero, reſtat 306. addo 1 quintam litteram numeri dati, fit 3061. deinde quadro 7 ſecundam lateris litteram, fit 49. triplo, fit 147. duco in 9 primam lateris litteram, fit 1323. depono ſub 3061, & ab eis aufero, reſtat 1738. addo 6 quartam litteram numeri dati, fit 17386. cubo 7 ſecũdam lateris litterã, fit 343. depono ſub 17386. & ab eis aufero, reſtat 17043.

Tandem pro inueſtiganda tertia littera lateris, addo 1 tertiam litteram numeri dati, fit 170431. quadro 97. litteras lateris inuentas, fit 9409. triplo, fit 28227. & per eos diuido 170431. exit 6. vltima lateris littera. Et quia factis conſiderationibus præmiſſis conſtat quod 6 ſeruit, depono 6 prope 7. ſecundam lateris litteram.

Deinde duco eundẽ 6 in 28227. triplum quadrati 97. fit 169362. depono ſub 170431. & ab eis aufero, reſtat 1069. addo 2 ſecundam litteram numeri dati, fit 10692. deinde quadro 6 vltimam lateris litteram, fit 36. triplo, fit 108. duco in 97. lateris litteras, fit 10476. depono ſub 10692. & ab eis aufero, reſtat 216. addo 8 primam litteram numeri dati, fit 2168. deinde cubo 6 vltimam lateris litteram, fit 216. depono ſub 2168, & ab eis aufero, reſtat 1952.

Et hoc modo procedo vſque ad finem cuiuſlibet numeri dati, vſq; in infinitum quadrando, triplando, & multiplicando in litteras iam inuentas, & vltimo cubando ſemper extremam, & ſubtrahendo.

Erit igitur latus quæſitum numeri dati maius quam 976. ſuperat enim per 1952. talis ergo particula, ſeu fragmentum debet inſtitui, cuius additamento ad latus 976. defectus expleatur, quam proxime fieri poſſit. Pro hoc faciendo pono ſemqer ſuperans ſupra lineolam pro numeratore, vt in figura, & eſt 1952. infra vero pono denominatorem, inueſtigandum cum duobus productis.

Primum

Primum eſt triplum quadrati lateris 976. & eſt 2857728. nam quadratum 976. eſt 952576. triplo, fit 2857728.

Secundum productum eſt triplum lateris 976. ſimplicis, & eſt 2928. aggrego hac duo producta, fit denominator 2860656.

Probatio fit cubando latus inuentum, & addendo ſuperans.

Nanquam tamen iuſtum aſſequi datur in numeris non cubicis, quod tamen in quantitate continua, ſed non admodum facile conſequimur.

In fragmentis facilis eſt inueſtigatio lateris cubici, cum numerator, & denominator ſunt cubici. Nam primo inquiritur à numeratore, & ſupra lineam ponitur pro numeratore, deinde a denominatore, & ſub eadem linea ponitur pro denominatore. Nam ſi vis latus cubicum $\frac{1}{8}$. capio primo latus 1 numeratoris, & eſt 1. pono ſupra lineam, deinde latus 8 eſt 2, pono ſub eadem linea fit $\frac{1}{2}$. igitur latus cubicum $\frac{1}{8}$ eſt $\frac{1}{2}$.

Veritas patet ex probatione, cubando enim $\frac{1}{2}$, fit $\frac{1}{8}$.

Item latus cubicum $\frac{1}{27}$ eſt $\frac{1}{3}$. & $\frac{8}{27}$ eſt $\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{64}$ eſt $\frac{1}{4}$. & $\frac{27}{64}$ eſt $\frac{3}{4}$. & $\frac{1}{125}$ eſt $\frac{1}{5}$ & $\frac{8}{125}$ eſt $\frac{2}{5}$. & $\frac{27}{125}$ eſt $\frac{3}{5}$. & $\frac{64}{125}$ eſt $\frac{4}{5}$. & $\frac{1}{216}$ eſt $\frac{1}{6}$. & $\frac{27}{216}$ eſt $\frac{3}{6}$, & $\frac{125}{216}$ eſt $\frac{5}{6}$.

Scias tamen quòd aliquando fracti ſunt cubici, licet primo aſpectu non appareant, vt $\frac{24}{81}$, qui ex reductione ad minores numeros, eadem quantitate manente, dignoſcuntur cubici, nam ſi eos per 3 diuiſoris, reſtabit fragmentum $\frac{8}{27}$. qui ambo ſunt cubici, igitur in primis eſt minuenda fractio, cum cubica non apparet.

Cum vero facta diminutione, numerator vel denominator non ſunt cubici, & latus propinquum eſt inueſtigandum. Tunc duco quadratum denominatoris, in ſuum numeratorem, & producti, ſumo latus cubicum propinquum, & hoc diuido per ſimplicem denominatorem, quod exit, eſt latus cubicum. propinquum. Sint in exemplum $\frac{5}{6}$. quadro 6. fit 36. duco in 5 numeratorem, fit 180. cuius latus cubicum propinquum eſt $5\frac{11}{18}$. diuido per ſimplicem denominatorem, 6. exit $\frac{101}{108}$. latus cubicum propinquum, fragmenti. Probatio fit cubando $\frac{01}{108}$.

Si vero proponantur integri, & fracti, reduco integros ad fractionem. deinde operor cum regulis præmiſſis.

Pro tetragonicis lateribus quadratorum numerorum quadratorum

rum inueſtigandis, ſciendum eſt quòd omne numeri quadratum, ſeipſum multiplicans producit quadratum quadrati, & qui producit quadratum, quòd in ſe multiplicatur latus quadrati quadrati dicitur. deinde oportet habere memoria numeros quadrati quadratos, & eorum latera, vel in tabula reſpicere.

Detur igitur numerus 43237381441. cuius latus quadrati quadrati quæris. Diſtinguo in primis ſingulas quatuor litteras, incipiendo a dextra de more, non curando de minori numero vltimæ diſtinctionis. Latus enim inueſtigãdum tot litteris conſtabit, quot in numero dato fient diſtinctiones.

Deinde duco lineam ſolitam ſub numero dato, & aliam perpendicularem, litteras lateris inueniendas, a numero dato diſtinguentem. vt in figura.

a
432|3738|1441|456 1345 / 3083 24704
b

432
256
1763
1280
4837
2400
24373
12000
223738
625
2231131
2187000
441314
437400
39144
38880
2641
1296
1345

Latera quadrati quadrati	Numeri quadrati quadrati
1	1
2	16
3	81
4	256
5	625
6	1296
7	2401
8	4096
9	6561

Poſt hæc cogito latus numeri cuius quadratum quadrati, quam proxime fieri poſſit accedat ad 432 vltimam diſtinctionem, & eſt 4. depono a dextra poſt lineam a b. deinde ſumo eius quadratum quadrati, & eſt 256. depono ſub 432. & ab eis aufero, reſtat 176.

Deinde

Deinde pro inueſtiganda ſecunda littera lateris, addo 3 octauam litteram numeri dati, fit 1763. cubo 4 primam lateris litteram, fit 64. quadruplo, fit 256. diuido 1763. per 256. quadruplatum, exit 6 pro ſecũda littera lateris, ſed antequàm eam deponam cogito an a reſiduo 176. cum littera 3 ſequenti addita, poſſit auferri quadratum primæ litteræ lateris ductum per 6. & inde productum ductum per quadratum ſecundæ.

Et quòd etiam ab hoc reſiduo cum littera ſequenti numeri dati addita, poſſit auferri cubus ſecundæ lateris litteræ, ductus per quadruplum primæ.

Et quòd a tali reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri quadratum quadrati ſecundæ litteræ lateris.

Quæ omnia ſi diligenter obſeruabis, inuenies litteram ſecundam lateris quæſitam eſſe 5.

Vel breuius cogito an quadratũ quadrati 45. quod eſt 4100625. ſuperet ſuas relatiuas diſtinctiones, hoc eſt 4323738. ſi ſuperat minuo 5 ſi non, non. igitur, quia non ſuperat, pono 5 prope 4. deinde duco 5 in 256. quadruplum cubi 4, fit 1280. pono ſub 1763. & ab eis aufero, reſtat 483. addo 7. ſeptimam litteram numeri dati, fit 4837. quadro 4 primam litterã lateris, fit 16. duco in 6. fit 96. duco in quadratum 5 ſecundæ litteræ lateris, & eſt 25. fit 2400. pono ſub 4837. & ab eis aufero reſtat 2437. addo 3 ſextam litteram numeri dati, fit 24373. deinde cubo 5 ſecundam litteram lateris, fit 125. duco in quadruplum 4 primæ litteræ lateris, & eſt 16. fit 2000. pono ſub 24373. & ab eis aufero, reſtat 22373. addo 8 quintam litteram numeri dati, fit 223738. a quibus aufero quadratum quadrati 5 ſecundæ litteræ lateris, & eſt 625. reſtat 223113.

Tandem pro inueſtiganda tertia littera lateris, addo 1. quartam litteram numeri dati, fit 2231131. cubo 45. litteras lateris inuentas, fit 91125. quadruplo, fit 364500.

Deinde, quia factis conſiderationibus præmiſſis inuenio 364500. poſſe numerare 2231131. ſexies, pono 6 pro tertia, & vltima littera lateris, prope 5 ſecũdam, deinde duco 6 in 364500. fit 2187000. pono ſub 2231131. & ab eis aufero, reſtat 44131. addo 4 tertiam litteram numeri dati, fit 441314. deinde quadro 45 litteras lateris, fit 2025. duco in 6 ex firma regula, fit 12150. duco in quadratum 6 tertiæ litteræ lateris, & eſt 36. fit 437400. pono ſub 441314, & ab eis

eis aufero, reſtat 3914. addo 4, ſecundam litteram numeri dati, fit 39144. deinde cubo 6 tertiam litteram lateris, fit 216. duco in quadruplum 45. quod eſt 180. fit 38880. pono ſub 39144. & ab eis aufero, reſtat 264. addo 1 primam litteram numeri dati, fit 2641. a quibus aufero quadratũ quadrati 6 tertiæ littera lateris, & eſt 1296. reſtat 1345. erit igitur latus quæſitum 456. & ſuperat 1345. Talis ergo particula debet inſtitui, cuius additamento ad latus 456. defectus expleatur. Quam proxime fieri poſſit, pro hoc faciendo, pono 1345. ſuperans ſupra lineolam pro numeratore, infra vero pono denominatorem inueſtigandum cum tribus productis.

Primum productum eſt quadruplum cubi lateris 456. inuenti, cubus 456. eſt 94818816. duco in 4. fit 379275264.

Secundum productum eſt ſextuplum quadrati 456. lateris inuenti eius quadratum eſt 207936. duco in 6. fit 1247616.

Tertium productum eſt quadruplum lateris inuenti 456. & eſt 1824. Aggrego hæc tria producta, fit 380524704. pono ſub eadem linea pro denominatore, vt in figura.

Probatio fit quadrãdo 456. fit 207936. deinde quadrãdo 207936. fit 43237380096. addo ſuperans 1345. fit idem numerus datus 43237381441.

In fractis facilis eſt inueſtigatio lateris, cum numerator, & denominator ſunt quadrati quadrati. Sufficit enim extrahere, latus a numeratore, & id ponere ſupra lineolam pro numeratore. deinde a denominatore, & id ponere ſub eadem linea pro denominatore, vt quæro latera $\frac{1}{16}$. latus lateris numeratoris eſt 1. pono ſupra lineam pro numeratore, & latus lateris denominatoris 16. eſt 2 pono ſub eadem linea pro denominatore.

Probatio fit quadrando $\frac{1}{2}$. fit $\frac{1}{4}$. deinde $\frac{1}{4}$. fit $\frac{1}{16}$. & latus $\frac{1}{81}$ eſt $\frac{1}{3}$. & $\frac{16}{81}$. eſt $\frac{2}{3}$. & $\frac{81}{256}$. eſt $\frac{3}{4}$. & $\frac{81}{625}$. eſt $\frac{3}{5}$. & $\frac{256}{625}$. eſt $\frac{4}{5}$. & $\frac{625}{1296}$. eſt $\frac{5}{6}$.

Scias tamen quòd aliqua fragmenta ſunt quadrata quadrati, licet primo aſpectu non appareant, igitur ea ad minores numeros reduco vt in præcedentibus factum fuit.

Cum alterum ex fragmentis eſt ineffabile cubo denominatorem fragmenti, & cubum duco in numeratorem, & producti ſumo latus propinquum, & ipſum diuido per denominatorem. Exiens eſt latus propinquum quæſitum, vt quæro latus $\frac{1}{2}$. cubo 2. fit 8. duco 8 in numeratorem 1. fit 8. latus lateris propinquum eſt $1\frac{1}{2}$. diuido per 2 deno-

denominatorem, exit $\frac{1}{4}$. *latus propinquum quæſitum.*

Pro relatis lateribus numerorũ inueſtigandis, oportet in primis habere memoriæ numeros relatos, et eorũ latera, vel in tabula reſpicere.

Detur igitur numerus 9999 999 999. *cuius latus relatum quæris. diſtinguo in primis ſingulas quinque litteras, cum ſolitis lineis.*

99999|99999|99 $\frac{4920099500}{4900990000}$
99999
59049
409509
295245
1142649
590490
5521599
590490
49311099
295245
490158549
59049
490099500

Latera relata	Numeri relati
1	1
2	32
3	243
4	1024
5	3125
6	7776
7	16807
8	32768
9	59049

Deinde cogito latus numeri cuius relatum proxime accedat ad 99999. *vltimam diſtinctionem numeri dati, id erit* 9. *depono a dextra, vt in figura, deinde, ſumo eius relatum, quod eſt* 59049. *pono ſub* 99999. *& ab eis aufero reſtat* 409 50.

Deinde pro inueſtiganda ſecunda littera lateris, addo 9 *quintam litteram numeri dati, fit* 409 509. *deinde ſumo quadratum quadrati* 9 *lateris inuenti, et eſt* 6 561. *duco in* 5 *ex firma regula, fit* 32805. *diuido* 409509. *per* 32805. *exit* 12. *ſed quia eſt impoſſibile, quod vnica diſtinctio numeri dati, producat duas lateris litteras, ideo eas ad vnam ſolam* 9 *reduco, pro ſecunda. lateris littera, ſed antequam eam deponam cogito an a reſiduo* 40950. *cum littera ſequenti addita, poſſit auferri decuplum cubi* 9 *primæ lateris littera ductum in quadratum ſecundæ.*

Et iterum ſuperet tantum, a quo cum littera ſequenti addita poſſit auferri decuplum cubi ſecundæ ductum in quadratum primæ.

Et quòd a tali reſiduo cum littera ſequenti addita poſſit auferri quintuplum quadrati quadrati, ſecundæ litteræ lateris ductum in primam ſimplicem.

Et

Et quòd a tali reſiduo vltimæ litteræ addito, poſſit auferri relatum ſecundæ lateris litteræ.

Vel ad vitandum tot conſiderationes, cogito an numerus relatus 99. qui eſt 9509900499. ſuperet ſuas relatiuas diſtinctiones, numeri dati hoc eſt 9999999999. ſi ſuperat minuo ſecundam lateris litteram, ſi non, non. & quoniam factis conſiderationibus præmiſſis, non ſuperat, depono 9 pro ſecunda lateris littera.

Deinde duco eundem 9 in 32805 diuiſorem, fit 295245. depono ſub 409509. & ab eis aufero reſtat 114264. addo 9 quartam litteram numeri dati, fit 1142649. deinde cubo 9 primam lateris litteram, fit 729. decuplo, fit 7290. duco in 81. quadratum 9 ſecundæ lateris litteræ, fit 590490. depono ſub 1142649. & ab eis aufero, reſtat 552159. addo 9 tertiam litteram numeri dati, fit 5521599. deinde cubo 9 ſecundam lateris litteram, fit 729. decuplo, fit 7290. duco in quadratum 9 primæ, & eſt 81. fit 590490. depono ſub 5521599. & ab eis aufero, reſtat 4391109. addo 9 ſecundam litteram numeri dati, fit 43911099. deinde duco quadratum quadrati 9 ſecũdæ litteræ lateris, & eſt 6561 in 5, ex firma regula. fit 32805. duco in 9 primã lateris litterã. fit 295245. depono ſub 49311099. & ab eis aufero, reſtat 49015854. addo 9 primam litteram numeri dati, fit 490158549. deinde pono relatum ſecundæ litteræ lateris, & eſt 59049 ſub 490158549. et ab eis aufero, reſtat 490099500. erit igitur latus quæſitum 99. & ſuperant 490099500. talis ergo particula debet poni ſupra lineolam, pro numeratore, vt in figura. infra vero ponitur denominator inueſtigãdus cum quatuor productis.

Primum productum, fit ex quincuplo quadrati quadrati lateris 99, & eſt 480298005.

Secundum productum, fit ex decuplo cubi 99 lateris, cubus 99 eſt 970299. huius decuplum & eſt 9702990.

Tertium productũ eſt decuplũ quadrati 99 lateris, & eſt 98010.

Quartum productum fit ex quintuplo 99 lateris, & eſt 495.

Quorum ſumma eſt 490099600. ponenda ſub eadem linea pro denominatore.

Sciendum eſt quòd licet a quibuſcunque numeris, tam quadratis, quàm cubicis, ac deinceps, auferatur vnitas, tamen ſemper latus quæſitum, reſtat integrum addendo fractionem, vt latus quadratum 16 eſt 4. aufero vnitatem, reſtat 15. latus 15 eſt $3\frac{6}{6}$ quod eſt 4. idem fit in cubicis,

in cubicis, quadratis quadrati relatis, ac alijs quibuſcunque.

Pro inueſtigatione lateris in fragmentis, minuo in primis fragmentum ad vltimam diminutionem, vt in prioribus, deinde ſi numerator, & denominator ſunt relati quæro primo latus numeratoris, & id pono ſupra lineam, deinde denominatoris, & id pono ſub eadem linea, vt latus relatum $\frac{1}{32}$ eſt $\frac{1}{2}$ & $\frac{32}{243}$ eſt $\frac{2}{3}$. & $\frac{243}{1024}$ eſt $\frac{3}{4}$ & $\frac{32}{3125}$. eſt $\frac{2}{5}$ & $\frac{243}{3125}$ eſt $\frac{3}{5}$. & $\frac{3125}{7776}$ eſt $\frac{5}{6}$. & $\frac{16807}{32768}$ eſt $\frac{7}{8}$.

Si vero fragmenta non ſunt relata, duco quadratum quadrati denominatoris in numeratorem, & producti, ſumo latus propinquum, & id diuido per denominatorẽ, exiens eſt latus propinquum quæſitum, vt volo latus relatum $\frac{5}{8}$ ſumo quadratum quadrati 8, & eſt 4096. duco in 5 numeratorem, fit 20480. latus relatum propinquum eſt $7\frac{3677}{15960}$. diuido per 8 denominatorem, exit $\frac{115399}{127680}$. latus propinquum quæſitum.

Probatio fit ſumendo relatum 99. & addendo ſuperans.

Cum vero quæris latus ex integris & fractis, reduc integros ad fragmenta, & ad vltimã reductionẽ, vt in prioribus deinde operare

Pro cubicis quadratorum lateribus inueſtigandis. Habeas in primis memoria numeros cubi quadratos, & eorum latera, vel in tabula reſpicias. Detur numerus 9999999999. cuius latus cubi quadratum quæris, diſtinguo in primis ſingulas ſex litteras, cum ſolitis lineis, ſingula enim diſtinctio, ſingulam lateris producit litteram.

9999|999999|46 $\frac{525703103}{1304911433}$

9999
4096
59939
36864
211759
138240
835199
276480
5587199
311040
52761599
186624
525749759
46656
525703103

Latera cubici quadrata	Numeri cubici quadrati
1	1
2	64
3	729
4	4096
5	15625
6	46656
7	117649
8	262144
9	531441

Deinde

Deinde cogito latus numeri cuius quadratum cubi proxime accedat ad 9999 vltimam diſtinctionem numeri dati, quod latus eſt 4, depono a dextra, vt in figura, deinde ſumo eius quadratum cubi, quod eſt 4096. depono ſub 9999, vltima diſtinctione, & ab eis aufero, reſtat 5903.

Deinde pro inueſtiganda ſecunda littera lateris, addo 9 ſextam litteram numeri dati, fit 59039. deinde ſumo relatum 4 primæ litteræ lateris, quod eſt 1024. duco in 6, ex firma regula, fit 6144, & per eos diuido 59039, exit 9, pro ſecunda littera lateris, ſed antequam eam deponam, cogito an a dicto reſiduo 5903. cum littera ſequẽti addita poſſit auferri quincuplum 4 primæ lateris litteræ, ductum in quadratum ſecundæ.

Et quòd a tali reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 2cuplum cubi 4, primæ litteræ lateris, ductum in cubum ſecundæ.

Et quòd etiam a tali reſiduo cũ littera ſequenti addita, poſſit auferri quindecuplũ quadrati quadrati, ſecũdæ ductũ in quadratum primę.

Et etiam a tali reſiduo cum littera ſequenti addita poſſit auferri ſextuplum relati ſecundæ, ductum in primam ſimplicem.

Et tandem ab vltimo reſiduo, cum vltima littera addita, poſſit auferri quadratum cubi ſecundæ.

Vel abſque tot conſiderationibus cogito an quadratum cubi 49 ſuperet ſuas relatiuas diſtinctiones numeri dati, & quia ſuperat minuo 9, vſque ad 6, qui non ſuperat, depono igitur 6 prope 4 pro ſecunda littera lateris, deinde duco eundem 6 in 6144 diuiſorem, priorem, fit 36864. depono ſub 59039. & ab eis aufero, reſtat 22175, addo 9 quintam litteram numeri dati, fit 221759. deinde ſumo quadratum quadrati 4, & eſt 256. duco in 15, ex firma regula, fit 3840, duco in quadratum 6 ſecundæ, & eſt 36. fit 138240. depono ſub 221759. & ab eis aufero, reſtat 83519. addo 9 quartam litteram numeri dati, fit 835199. deinde ſumo cubum 4 primæ, & eſt 64. duco in 20, ex firma regula. fit 1280. duco in cubum 6 ſecundæ, & eſt 216. fit 276480. depono ſub 835199. & ab eis aufero, reſtat 558719, addo 9, tertiam tertiam litterã numeri dati, fit 5587199.

Deinde accipio quadratum quadrati 6 ſecundæ, quod eſt 1296. duco in 15, ex firma regula, fit 19440, duco in quadratum 4 primæ, & eſt 16, fit 311040. depono ſub 5587199, & ab eis aufero, reſtat 5276159, addo 9. ſecundam litterã numeri dati, fit 52761599.

Deinde

Deinde accipio relatum 6 ſecundæ, & eſt 7776, duco in 6, ex firma regula, fit 46656. duco in 4, primam lateris litteram, fit 186624, depono ſub 52761599, et ab eis aufero, reſtat 52574975, addo 9 primam litteram numeri dati, fit 525749759.

Tandem accipio quadratum cubi 6, & eſt 46656, depono ſub 525749759, & ab eis aufero, reſtat 525703103.

Probatio fit capiendo quadratum cubi 46, & addendo ſuperans.

Pono deinde ſuperans ſupra lineolam pro numeratore, infra vero pono denominatorem inueſtigandum cum quinque productis.

Primum eſt ſextuplum relati lateris 46, relatũ eſt 205962976 duco in 6. fit 1235777856.

Secundum eſt quadratum quadrati 46 lateris, & eſt 4477456 ductum in 15. fit 67161840.

Tertium eſt cubus 46, hoc eſt 97336. ductus in 20. fit 1946720.

Quartum eſt quadratum 46 ductum in 15. fit 31740.

Quintum eſt ſextuplum 46, & eſt 276.

Quorum ſuma eſt 1304918432. denominator optatus.

Pro inueſtigatione talis lateris in fragmentis, minuo in primis fractionem ad vltimam diminutionem, vt in prioribus.

Deinde ſi numerator, & denominator habeãt latera effabilia, quæro primo latus numeratoris, & id pono ſupra lineam pro numeratore, deinde denominatoris, & id pono ſub eadem linea pro denominatore, vt latus $\frac{1}{64}$ eſt $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{729}$ eſt $\frac{1}{3}$, & $\frac{64}{729}$ eſt $\frac{2}{3}$, & $\frac{729}{4096}$ eſt $\frac{3}{4}$. & $\frac{64}{15625}$ eſt $\frac{2}{5}$, & $\frac{729}{15625}$ eſt $\frac{3}{5}$, & $\frac{15625}{46625}$ eſt $\frac{5}{6}$, & $\frac{46625}{117649}$ eſt $\frac{6}{7}$, & $\frac{117649}{262144}$ eſt $\frac{7}{8}$, & $\frac{262144}{531441}$ eſt $\frac{8}{9}$.

Si vero fragmentorum latera non ſunt effabilia, duco relatum denominatoris in numeratorem, & producti, ſumo latus propinquum, & id diuido per denominatorem fragmenti, exiens eſt latus quæſitum propinquum. Sit in exemplum $\frac{7}{9}$ relatum 9 eſt 59049. duco in 7 numeratorem, fit 413343. latus eſt 8 $\frac{151159}{259296}$, diuido per 9 denominatorem exit $\frac{2305567}{2413664}$. latus quæſitum.

Si vero vis latus, ex integris & fractis, reduc integros ad fragmenta, & ad vltimam reductionem, vt in prioribus.

Pro lateribus ſecundis relatis, inueſtigandis, ſcias in primis numeros ſecundos relatos, & eorum latera, vel in tabula reſpicias.

Detur igitur numerus 9999999999. cuius latus relatũ ſecũdum

quæris. Diſtinguo in primis ſingulas ſeptem litteras, cum ſolitis lineis de more, ſingula enim diſtinctio ſingulam lateris litteram inueſtigandam oſtendit vt in prioribus. Nec curandum de minori numero ſeptem litterarum vltima diſtinctionis.

999,9999999'26 $\frac{1968189\,23}{242,143026}$
999
128
8719
1688
60319
24192
361279
120960
2403199
362880
20403199
653184
197500159
653184
1968469759
279936
1968189823

Latera ſecunda relata	Numeri ſecundi relati
1	1
2	128
3	2187
4	16384
5	78125
6	279936
7	823543
8	2097152
9	4782569

Deinde cogito latus numeri ſecundi relati, qui proxime accedat ad 999. vltimam diſtinctionem numeri dati, quod eſt 2. depono a dextra, vt in figura, deinde ſumo eius relatum ſecundum, & eſt 128. depono ſub 999 vltima diſtinctione, & ab eis aufero, reſtat 871.

Deinde pro inueſtiganda ſecunda littera lateris, addo 9 ſeptimam litteram numeri dati, fit 8719. deinde capio quadratum cubi 2. primæ lateris litteræ, & eſt 64, duco in 7. ex firma regula, fit 448, diuido 8719. per 448, exit 19, pro ſecunda littera lateris. Sed quia eſt impoſſibile, diſtinctionem vnam numeri dati, duas lateris producere litteras, ſuppono 9 loco 19. deinde cogito an a dicto reſiduo 871 cum littera ſequenti addita poſſit auferri, 35uplum quadrati quadrati primæ, ductum in cubum ſecundæ.

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 35uplum quadrati quadrati ſecundæ ductum in cubum primæ.

Et quòd etiam a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 21uplum relati ſecundæ, ductum in quadratum primæ.

Et quòd

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri ſeptuplum quadrati cubi ſecundæ ductum in primam ſimplicem.

Et quod etiam a reſiduo, cum prima littera numeri dati addita poſſit auferri relatum ſecundum ſecundæ.

Vel abſque tot conſiderationibus, ſumo relatum ſecundum 29, & quia ſuperat numerum datum, & propterea 9 non poteſt ſeruire cum præmiſſis conditionibus, minuo 9. vſque ad 6. ponendo 6 pro ſecunda littera lateris prope 2. deinde duco eundē 6 in 448, fit 2688, depono ſub 8719, & ab eis aufero, reſtat 6031. addo 9 ſextam litteram numeri dati, fit 60319.

Deinde capio relatum 2 primæ, & eſt 32. duco in 21. ex firma regula, fit 672, duco in quadratum 6 ſecundæ, & eſt 36. fit 24192. pono ſub 60319. & ab eis aufero, reſtat 36127. addo 9 quintam litteram numeri dati, fit 361279.

Deinde capio quadratum quadrati 2, primæ, & eſt 16. duco in 35. ex firma regula, fit 560. duco in cubum 6 ſecundæ, & eſt 216. fit 120960. pono ſub 361279, & ab eis aufero. reſtat 240319. addo 9 quartam litteram numeri dati, fit 2403199.

Deinde capio quadratum quadrati 6 ſecundæ, & eſt 1296, duco in 35. ex firma regula, fit 45360. duco in cubum primæ & eſt 8. fit 362880. pono ſub 2403199. & ab eis aufero, reſtat 2040319. addo 9 tertiam litteram numeri dati, fit 20403199.

Deinde capio relatum 6. ſecundæ, & eſt 7776. duco in 21 ex firma regula, fit 163296. duco in quadratum 2 primæ, & eſt 4, fit 653184. pono ſub 20403199, & ab eis aufero, reſtat 19750015. addo 9 ſecundam litteram numeri dati, fit 197500159.

Deinde capio quadratum cubi 6 ſecundæ, & eſt 46656. duco in 7, ex firma regula, fit 326592, duco in 2 primam ſimplicem, fit 653184. pono ſub 197500159. et ab eis aufero, reſtat 19684697 5, addo 9. primam litteram numeri dati, fit 1968469759.

Tandem capio relatum ſecundum 6, ſecundæ, & eſt 279936. pono ſub 1968469759, & ab eis aufero reſtat 1968189823.

Probatio fit capiendo relatum ſecundū 26, & addendo ſuperans. Quod ſubinde pono ſupra lineam pro numeratore, infra vero pono denominatorem inueſtigandum cum ſex productis.

Primum eſt ſeptuplum quadrati cubi 26, quadratum cubi eſt 308915776, duco in 7. fit 2162410432.

Secundum

Secundum eſt relatum 26, & eſt 11881376. ductum in 21. fit 249508896.

Tertium eſt quadratum quadrati 26, quod eſt 459976 ductum in 35, fit 15994160.

Quartum eſt cubus 26, & eſt 17576, ductus in 35, fit 615168.

Quintum eſt quadratum 26, & eſt 676, ductum in 21, fit 14196.

Sextum eſt ſeptuplum 26, hoc eſt 182.

Quorum ſumma eſt 2428543026. ponenda ſub eadem linea pro denominatore.

Pro inueſtigatione lateris in fragmentis, minuo in primis fragmentum vſque ad vltimam diminutionem, vt in prioribus.

Deinde ſi tam numerator quàm denominator habent latera effabilia, quæro primo latus numeratoris, & id pono ſupra lineam pro numeratore, deinde denominatoris, & id pono ſub eadem linea pro denominatore, vt latus $\frac{1}{128}$ eſt $\frac{1}{2}$ & $\frac{128}{2187}$ eſt $\frac{2}{3}$, & $\frac{2187}{16384}$ eſt $\frac{3}{4}$, & $\frac{16384}{78125}$ eſt $\frac{4}{5}$.

Cum vero fragmenta habent latera ineffabilia, duco quadratum cubi denominatoris in ſuum numeratorem, & producti latus propinquum diuido per eundem denominatorem, exiens eſt latus propinquum quæſitum, ſint in exemplum $\frac{5}{7}$ capio quadratum cubi 7, & eſt 117649, duco in numeratorem 5, fit 588245 latus propinquum eſt $6\frac{303319}{543600}$, diuido per denominatorem 7, exit $\frac{3569945}{24989615}$, latus propinquum quæſitum.

Si vero vis latus ex integris & fractis, reduc integros ad fractionem, & ad vltimam diminutionem, vt in prioribus.

Pro lateribus quadratorum quadratorum quadratorum inueſtigandis. Oportet primo ſcire numeros ce ce ce. & eorum latera, vel in tabula reſpicere.

Detur numerus 1785793904917. cuius latus ce ce ce quæris. Diſtinguo in primis ſingulas octo litteras, cum ſolitis lineis de more. Singula enim diſtinctio ſingulam lateris litteram producit; nec curandum de minori numero octo litterarum vltimæ diſtinctionis.

Deinde

178579390491734 $\frac{21}{466031453728}$

17857
6561
112969
69984
429853
326592
1032619
870912
1617070
1451520
1655504
1548288
1072169
1032192
399771
393216
65557
65536
21

Latera quadrati quadrati quadrati	Numeri quadrati quadrati quadrati
1	1
2	256
3	6561
4	65536
5	390625
6	1679616
7	5764801
8	16777216
9	43046721

Deinde cogito latus quadrati quadrati quadrati, qui proxime accedat ad 17857, vltimam diſtinctionem numeri dati, & eſt 3. depono a dextra, vt in figura. deinde capio eius quadratum quadrati quadrati, & eſt 6561. depono ſub 17857, & ab eis aufero, reſtat 11296.

Deinde pro inuenienda ſecunda littera lateris addo 9 litteram octauam numeri dati, fit 112969. deinde ſumo relatum ſecundum 3 lateris, & eſt 2187, duco in 8, ex firma regula, fit 17496. diuido 112969 per eundem 17496. exit 6. pro ſecunda lateris littera. Sed antequam eam deponam cogito an a dicto reſiduo 11296 cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 28uplum quadrati cubi 3 primæ lateris litteræ ductum in quadratum ſecundæ.

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 56uplum relati primæ, ductum in cubum ſecundæ.

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 70uplum quadrati quadrati ſecundę, ductũ in quadratũ quadrati primæ.

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 56uplum relati ſecundæ, ductum in cubum primæ.

Et quòd

Et quòd a reſiduo cũ littera ſequẽti addita poſſit auferri 28uplum quadrati cubi ſecundæ, ductum in quadratum primæ.

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita poſſit auferri octuplum relati ſecundi ſecundæ, ductum in primam ſimplicem.

Et quod a reſiduo cum littera ſequenti addita, quæ eſt prima poſſit tandem auferri quadratum quadrati quadrati ſecundæ.

Vel abſque tot conſiderationibus, ſumo quadratum quadrati quadrati 36, & quia ſuperat numerum datum minuo 6, & reduco ad 4, itaquòd non ſuperet, pono igitur 4 pro ſecunda littera lateris prope 3.

Deinde duco eundem 4 in 17496 diuiſorem, fit 69984, pono ſub 112969, & ab eis aufero, reſtat 42985. addo 3 ſeptimam litteram numeri dati, fit 429853.

Deinde ſumo quadratum cubi 3 primæ litteræ lateris, & eſt 729. duco in 28. ex firma regula, fit 20412. duco in quadratum 4 ſecundæ, & eſt 16. fit 326592. pono ſub 429853, & ab eis aufero, reſtat 103261, addo 9 ſextam litteram ſequentem, fit 1032619.

Deinde ſumo relatum 3 primæ, et eſt 243. duco in 56. fit 13608. duco in cubum 4 ſecũdæ, & eſt 64. fit 870912, pono ſub 1032619. & ab eis aufero, reſtat 161707. addo 0. quintam litteram numeri dati, fit 1617070.

Deinde ſumo quadratum quadrati 4 ſecundæ, & eſt 256. duco in 70. fit 17920; duco in quadratum quadrati primę, & eſt 81. fit 1451520. pono ſub 1617070, & ab eis aufero, reſtat 165550. addo 4. quartam litteram numeri dati, fit 1655504.

Deinde, ſumo relatum 4 ſecundæ, & eſt 1024, duco in 56, fit 57344. duco in cubum 3 primæ, & eſt 27, fit 1548288. pono ſub 1655504, & ab eis aufero, reſtat 107216, addo 9 tertiam litteram numeri dati, fit 1072169.

Deinde, ſumo quadratum cubi 4 ſecundæ, & eſt 4096, duco in 28. fit 114688 duco in quadratũ 3 primæ, & eſt 9, fit 1032192. pono ſub 1072169; & ab eis aufero, reſtat 39977. addo 1 ſecundam litteram numeri dati, fit 399771.

Deinde, ſumo relatum ſecundum 4 ſecundæ litterę, & eſt 16384. duco in 8, fit 131072. duco in 3 primam ſimplicem, fit 393216. pono ſub 399771, & ab eis aufero, reſtat 6555. addo 7 primam litteram numeri dati, fit 65557.

Tandem

Tandem, ſumo quadratum quadrati quadrati 4 ſecundæ, & eſt 65536. pono ſub 65557, & ab eis aufero, reſtat 21.

Probatio fit capiendo quadratum quadrati quadrati 34, & addendo ſuperans. Quod ſubinde pono ſupra lineam pro numeratore, infra vero pono denominatorem cum ſeptem productis inueſtigandum.

Primum productum eſt octuplum relati ſecundi 34 lateris, relatum ſecundũ eſt 52523350144. duco in 8, fit 420186801152.

Secundum eſt 28uplum quadrati cubi 34, quadratum cubi eſt 1544804416, duco in 28, fit 43254523648.

Tertium eſt 56uplum relati 34. relatum eſt 45435424, duco in 56. fit 2544383744.

Quartum eſt 70uplum quadrati quadrati 34. quadratum quadrati, eſt 1336336. duco in 70. fit 93543520.

Quintum eſt 56uplum cubi 34 cubus 34 eſt 39304. duco in 56. fit 2201024.

Sextum eſt 28uplum quadrati 34, quadratum 34 eſt 1156 duco in 28, fit 32368.

Septimum eſt octuplum lateris ſimplicis 34, & eſt 272. Quorum ſumma, eſt 466081485728. ſub eadem linea pro denominatore ponenda.

Pro inueſtigatione talis lateris in fragmentis, minuo in primis fragmentum vſque ad vltimam diminutionem.

Deinde ſi tam numerator quàm denominator habent latera effabilia, quæro primo latus numeratoris, & id pono ſupra lineam pro numeratore. Deinde denominatoris, & id pono ſub eadem linea pro denominatore, vt latera $\frac{1}{256}$ *ſunt* $\frac{1}{2}$. *&* $\frac{256}{6561}$ *ſunt* $\frac{2}{3}$; *&* $\frac{6561}{65536}$ *ſunt* $\frac{3}{4}$. *&* $\frac{65536}{390625}$ *ſunt* $\frac{4}{5}$.

Cum vero fragmenta habent latera ineffabilia, duco relatum ſecundum denominatoris in ſuum numeratorem, & producti latus propinquum diuido, per eundem denominatorem. Exiens eſt latus propinquum quæſitum, vt ſit in exemplum $\frac{1}{3}$. *capio relatum ſecundum 3 denominatoris, & eſt 2187. duco in numeratorem 1, fit 2187. latus propinquum eſt 2* $\frac{1931}{6304}$. *diuido per denominatorem 3. exit* $\frac{14539}{18912}$: *latus propinquum quæſitum.*

Cum vero vis latus ex integris & fragmentis, reduc integros ad

fractionem, & ad vltimam diminutionem, deinde operare, vt in prioribus.

Pro cubicis cuborum numerorum lateribus inueſtigandis, oportet primo ſcire numeros cubi cubos, & eorum latera, vel in tabula reſpicere.

Detur numerus 502592699591164, cuius latus cubi cubicum quæris, diſtinguo in primis ſingulas nouem litteras, cum ſolitis lineis. ſingula enim diſtinctio ſingulam lateris litteram producit. Nec eſt curandum de minori numero nouem litterarum vltimæ diſtinctionis.

```
502592|699591164|43 87654321/115529227572660
502592
262144
2404486
1769472
 6350149
 5308416
 10417339
  9289728
  11276115
  10450944
    8251719
    7838208
     4135111
     3919104
      2160071
      1259712
       9003596
        236196
       87674004
         19683
      87654321
```

Latera cubi cubica	Numeri cubici cubici
1	1
2	512
3	19683
4	262144
5	1953125
6	10077696
7	40353607
8	134217728
9	387420489

Deinde cogito latus cubi cubicum numeri, qui proxime accedat ad 502592, vltimam diſtinctionem numeri dati, id erit 4. depono a dextra, vt in figura, deinde ſumo eius numerum cubi cubicum, & eſt 262144, depono ſub 502592, vltimæ diſtinctionis, & ab

eis aufero, reſtat 240448.

Deinde pro inueſtiganda ſecunda littera lateris addo 6. nonã litteram numeri dati, fit 2404486. deinde capio quadratum quadrati quadrati 4 lateris, & eſt 65536. duco in 9, ex firma regula, fit 589824. diuido 2404486, per 65536, exit 36, pro ſecunda littera lateris, ſed quia eſt impoſſibile, quòd vnica diſtinctio numeri dati, producat duas lateris litteras eas ad vnam ſolam 9 reduca. ſed antequam eam deponam cogito an a reſiduo 240448. cum littera ſequenti numeri dati addita, poſſit auferri 36uplum relati ſecundi 4 primæ lateris litteræ ductum in quadratum ſecundæ.

Et quòd etiam a reſiduo, cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 84uplum quadrati cubi 4 lateris, ductum in cubum ſecundæ.

Et quòd etiam a reſiduo, cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 126uplum relati 4 lateris, ductum in quadratum ſecundæ.

Et quòd a reſiduo cũ littera ſequẽti addita, poſſit auferri 126uplũ relati ſecundæ, ductum in quadratum quadrati primæ.

Et quòd a reſiduo cũ littera ſequenti addita, poſſit auferri 84uplum quadrati cubi ſecundæ, ductum in cubum primæ.

Et quòd a reſiduo cũ littera ſequenti addita, poſſit auferri 36uplum relati ſecundi ſecundæ, ductum in quadratum primæ.

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti, poſſit auferri nonuplum, quadrati quadrati quadrati ſecundæ, ductum in primam ſimplicem.

Et quòd tandem a reſiduo cum littera prima ſequenti addita, poſſit auferri cubus cubi ſecundæ.

Vel abſque tot conſiderationibus, ſumo cubũ cubi 49. & quia ſuperat numerũ datum, & per conſequens non ſeruit cum præmiſſis conditionibus; minuo 9 vſque ad 3. itaquòd non ſuperet, pono igitur 3, pro ſecunda littera lateris prope 4.

Deinde duco eundem 3 in 36uplum relati ſecundi 4 primæ, & eſt 589824, fit 1769472, pono ſub 2404486. & ab eis aufero, reſtat 635014. addo 9 octauam litteram numeri dati, fit 6350149.

Deinde, ſumo relatum ſecundum 4, & eſt 16384; duco in 36. fit 589824. duco in quadratum 3 ſecundæ, & eſt 9. fit 5308416.

I 2 pono

pono ſub 6350149, & ab eis aufero, reſtat 1041733. addo 9. ſeptimam litteram numeri dati, fit 10417339.

Deinde, ſumo quadratum cubi 4. primæ & eſt 4096. duco in 84. fit 344064. duco in cubum 3 ſecundæ, & eſt 27, fit 9289728. depono ſub 10417339, & ab eis aufero, reſtat 1127611, addo 5. ſextam litteram numeri dati, fit 11276115.

Deinde, ſumo relatum 4 primæ, & eſt 1024. duco in 126. fit 129024, duco in quadratum quadrati ſecundæ 3. & eſt 81. fit 10450944, depono ſub 11276115. & ab eis aufero, reſtat 825171. addo 9 quintam litteram numeri dati, fit 8251719.

Deinde, ſumo relatum 3 ſecundæ, & eſt 243. duco in 126. fit 30618. duco in quadratum quadrati 4 primæ; & eſt 256. fit 7838208. pono ſub 8251719. & ab eis aufero, reſtat 413511. addo 1 quartam litteram numeri dati, fit 4135111.

Deinde, ſumo quadratum cubi 3 ſecundæ, & eſt 729. duco in 84, fit 61236. duco in cubum 4 primæ, & eſt 64, fit 3919104, pono ſub 4135111, & ab eis aufero, reſtat 216007. addo 1, tertiam litteram numeri dati, fit 2160071.

Deinde, ſumo relatum ſecundum 3. ſecundæ, & eſt 2187. duco in 36. fit 78732. duco in quadratum 4 primæ, & eſt 16. fit 1259712. pono ſub 2160071, & ab eis aufero, reſtat 900359. addo 6. ſecundam litteram numeri dati, fit 9003596.

Deinde, ſumo quadratum quadrati quadrati 3. ſecundæ, & eſt 6561, duco in 9. fit 59049. duco in 4 primam ſimplicem, fit 236196. pono ſub 9003596, & ab eis aufero, reſtat 8767400, addo 4, primam litteram numeri dati, fit 87674004.

Deinde, ſumo cubum cubi 3 ſecundæ, & eſt 19683, pono ſub 87674004, & ab eis aufero, reſtat 87654321.

Probatio fit capiendo cubum cubi 43 lateris, & addendo ſuperans. Quod ſubinde depono ſupra lineam pro numeratore, infra vero ponitur denominator inueſtigandus cum octo ſequentibus productis.

Primum productum eſt nonuplum quadrati quadrati quadrati lateris 43. ce ce ce 43. eſt 11688200277601. duco in 9, fit 105193802498409.

Secundum eſt 36uplum relati ſecundi 43. relatum ſecundum eſt

27181861 1107, *duco in 36, fit* 978546999852.

Tertiũ eſt 84uplũ quadrati cubi 43. ce cu. 43 eſt 6321363049. *duco in 84, fit* 530994496116.

Quartum eſt 126uplum relati 43. relatum eſt 147008443. duco in 126, fit 18523063818.

Quintũ eſt 126uplum quadrati quadrati 43. ce ce eſt 3418801. duco in 126. fit 430768926.

Sextum eſt 84uplum cubi 43 lateris, cubus 43 eſt 79507. duco in 84, fit 6678588.

Septimum eſt 36uplum quadrati 43 quadratum eſt 1849. duco in 36. fit 66564.

Octauum eſt nonuplum lateris ſimplicis 43, & eſt 387.

Quorum ſumma eſt 115529227572660, *ponenda ſub eadem linea pro denominatore.*

Pro inueſtigatione lateris in fragmentis, minuo in primis fragmentis vſque ad vltimam diminutionem, vt in prioribus, deinde, ſi tam numerator quàm denominator habent latera effabilia, quæro primo latus numeratoris, & id pono ſupra lineam pro numeratore, deinde denominatoris, & id pono ſub eadem linea pro denominatore, vt latera $\frac{1}{512}$ *ſunt* $\frac{1}{2}$ *&* $\frac{512}{19683}$ *ſunt* $\frac{2}{3}$, *&* $\frac{19683}{262144}$ *ſunt* $\frac{3}{4}$; *&* $\frac{512}{1953125}$ *ſunt* $\frac{2}{5}$.

Cum vero fragmenta habent latera ineffabilia, duco ce ce ce. denominatoris in ſuum numeratorem, & producti, latus propinquum diuido per eundem denominatorẽ, exiens eſt latus propinquum quæſitum, vt ſit in exemplum $\frac{3}{4}$ *ce ce ce 4. denominatoris eſt 65536. duco in 3 numeratorem, fit 196608 latus propinquum eſt* $3\frac{175853}{242465}$, *diuido per 4 denominatorem, exit* $\frac{903233}{969840}$. *latus propinquum quæſitum.*

Cum vis latera ex integris & fragmentis, reduc integros ad fractionem, & ad vltimam diminutionem, deinde operare vt prius.

Pono quadratorum relatis lateribus inueſtigandis, oportet primo ſcire numeros quadrati relatos, & eorum latera, vel in tabuli reſpicere.

Detur

Dēt igit̄ numerus 16679880978200. cuius quadrati relatum quæris. Diſtinguo in primis ſingulas decem litteras cum ſolitis lineis, ſingula enim diſtinctio, ſingulam lateris litteram producit, nec curandum de minori numero, decem litterarum, vltimæ diſtinctionis.

Latera quadrati relata	Numeri quadrati relati
1	1
2	1024
3	59049
4	1048576
5	9765625
6	60466176
7	282475249
8	1073741824
9	3486784401

1667|9880978200|20 $\frac{6419880978200}{6439880978200}$

1667
1024
6439

Deinde quæro latus quadrati relati numeri, qui proxime accedat ad 1667 vltimæ diſtinctionis, id erit 2. depono a dextra, vt in figura.

Deinde, ſumo eius numerum quadrati relatum, & eſt 1024. depono ſub 1667. & ab eis aufero, reſtat 643.

Deinde pro inueſtiganda ſecunda littera lateris, addo 9 litteram decimam numeri dati, fit 6439.

Deinde capio cubum cubi 2, primæ litteræ lateris, & eſt 512. duco in 10. ex firma regula, fit 5120. diuido 6439. per 5120, exit 1, pro ſecunda littera lateris, ſed antequam eam deponam, cogito ſi a reſiduo 643 cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 45uplum quadrati quadrati quadrati 2 primæ litteræ lateris, ductum in quadratum ſecundæ.

Et quòd etiam a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 210uplum quadrati cubi 2, primæ ductum in quadratum quadrati ſecundæ.

Et quòd etiam a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 252uplum relati 2 primæ, ductum in relatum ſecundæ.

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 210uplum relati ſecundi, ſecundæ, ductum in quadratum quadrati primæ.

Et

Et quòd à reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 120uplum relati ſecundi ſecundæ, ductum in cubum primæ.

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 45uplum quadrati quadrati quadrati ſecundæ, ductum in quadratum primæ.

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri decuplum cubi cubi ſecundæ, ductum in primam ſimplicem.

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit tandem auferri relatum quadrati ſecundæ.

Vel abſque tot conſiderationibus, ſumo relatum quadrati 21, & eſt 16679880978201, & quia ſuperat numerum datum, per vnitatem, & per conſequens non ſeruit præciſe cum conditionibus præmiſſis, minuo litteram ſecundam 1. & eius loco depono 0 prope 2.

Deinde, quia omnes operationis actus præmiſſi reſoluuntur in 0: ſequitur; quod abſque vlteriori proceſſu latus relatum quadrati numeri dati eſt 20, & quòd ſuperat numerus 6439, in primo operationis actu expreſſus, qui vna cum reliquis omnibus ſequentibus numeri dati, ponendus eſt ſupra lineolam pro numeratore, infra vero ponitur denominator inueſtigandus cum nouem productis.

Primum productum eſt decuplum cubi cubi 20 lateris, cubus cubi 20 eſt 512000000000. duco in 10. fit 5120000000000.

Secũdũ eſt 45uplum ce ce ce 20. ce ce ce 20 eſt 25600000000, duco in 45, fit 1152000000000.

Tertium eſt 120uplum relati ſecundi 20. relatum ſecundum 20 eſt 1280000000. duco in 120. fit 153600000000.

Quartum eſt 210uplum quadrati cubi 20. quadratum cubi eſt 64000000, duco in 210, fit 13440000000.

Quintum eſt 252uplum relati 20 relatum 20, eſt 3200000, duco in 252, fit 806400000.

Sextum eſt 210uplum quadrati quadrati 20, quadratum quadrati 20, eſt 160000, duco in 210, fit 33600000.

Septimum eſt 120uplum cubi 20, cubus 20, eſt 8000, duco in 120, fit 960000.

Octauum eſt 45uplum quadrati 20, quadratum 20 eſt 400. duco in 45, fit 18000.

Nonum

Nonum eſt decuplum 20, & eſt 200 quorum ſumma eſt 6433880978200. ponenda ſub eadem linea pro denominatore.

Probatio lateris huius 20 cum fractione, vt in figura eſt 21. præciſe, qui error vt prius dictum fuit accidit in omnibus alijs, cum deficit ſola vnitas, & tamen non eſt ſenſibilis.

Pro inueſtigatione talis lateris in fragmentis, minuo in primis fragmentum vſque ad vltimam diminutionem, vt in prioribus.

Deinde ſi tam numerator quàm denominator, habent latera effabilia, capio primo latus numeratoris, & id pono ſupra lineam pro numeratore, deinde denominatoris, & id pono ſub eadem linea pro denominatore. vt latera $\frac{1}{1024}$ ſunt $\frac{1}{2}$, & $\frac{1024}{59049}$ ſunt $\frac{2}{3}$. & $\frac{59049}{1048576}$ ſunt $\frac{3}{4}$. & $\frac{1024}{9765625}$ ſunt $\frac{2}{5}$, & $\frac{59049}{282475249}$ ſunt $\frac{3}{7}$.

Cum vero fragmenta ſunt ineffabilia, duco cubum cubi denominatoris in ſuum numeratorem, & producti, latus propinquum diuido per eundem denominatorem, exiens eſt latus propinquum quæſitum, ſit in exemplum $\frac{2}{3}$. ſumo cubum cubi 3. & eſt 19683. duco in 2 numeratorem, fit 39366, latus propinquum eſt $2.\frac{38342}{58024}$. diuido per 3 denominatorem, exit $\frac{154390}{174072}$ latus propinquum quæſitum.

Pro relatis tertijs lateribus inueſtigandis, ſcias prima numeros tertios relatos, & eorum latera, vel in tabula reſpicias.

Detur igitur numerus 999999999999, cuius latus tertium relatum quæris.

Diſtinguo in primis ſingulas vndecim litteras cum ſolitis lineis, ſingula enim diſtinctio, ſingulam lateris litteram producit; vt in prioribus. Nec curandum de minori numero vndecim litterarum *vltimæ diſtinctionis.*

Deinde

9|99999999999|12 $\frac{256991629311}{1049152023348}$

9
1
89
22
679
220
4599
1320
32799
5280
275199
14784
2604159
29568
25745919
42240
257030799
42240
2569945599
28160
25699174399
11264
256991631359
2048
256991629311

Latera tertia relata	Numeri tertij relati
1	1
2	2048
3	177147
4	4194304
5	48828125
6	362797056
7	1977326743
8	8589934592
9	31381059609

Deinde quæro latus numeri tertij relati, qui proxime accedat ad 9, vltimam diſtinctionem numeri dati, & eſt 1. depono a dextra vt in figura.

Deinde capio eius numerum tertium relatum, & eſt 1. pono ſub 9 vltimæ diſtinctionis, & ab eo aufero, reſtat 8.

Deinde pro inueſtiganda ſecunda littera lateris, addo 9 vndecimam litteram numeri dati, fit 89. deinde, ſumo quadratum relati primæ lateris litteræ, & eſt 1. duco in 11, ex firma regula, fit 11, diuido 89 per 11. exit 8. pro ſecunda littera lateris, ſed antequam eam deponam, cogito ſi a reſiduo 8, cum littera 9 addita poſſit auferri 55uplum cubi cubi 1. primæ ductum in quadratum ſecundæ. Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 165uplum quadrati quadrati quadrati 1 primæ ductum in cubum ſecundæ.

quæris. Diſtinguo in primis ſingulas ſeptem litteras, cum ſolitis lineis de more, ſingula enim diſtinctio ſingulam lateris litteram inueſtigandam oſtendit vt in prioribus. Nec curandum de minori numero ſeptem litterarum vltimæ diſtinctionis.

999,9999999 | 26 $\frac{1968189\ 23}{242,143026}$

999
128
8719
2688
60319
24192
361279
120960
2403199
362880
20403199
653184
197500159
653184
1968469759
279936
1968189823

Latera ſecunda relata	Numeri ſecundi relati
1	1
2	128
3	2187
4	16384
5	78125
6	279936
7	823543
8	2097152
9	4782569

Deinde cogito latus numeri ſecundi relati, qui proxime accedat ad 999. vltimam diſtinctionem numeri dati, quod eſt 2. depono a dextra, vt in figura, deinde ſumo eius relatum ſecundum, & eſt 128. depono ſub 999 vltima diſtinctione, & ab eis aufero, reſtat 871.

Deinde pro inueſtiganda ſecunda littera lateris, addo 9 ſeptimam litteram numeri dati, fit 8719. deinde capio quadratum cubi 2. primæ lateris litteræ, & eſt 64, duco in 7. ex firma regula, fit 448, diuido 8719. per 448, exit 19, pro ſecunda littera lateris. Sed quia eſt impoſſibile, diſtinctionem vnam numeri dati, duas lateris producere litteras, ſuppono 9 loco 19. deinde cogito an a dicto reſiduo 871 cum littera ſequenti addita poſſit auferri, 35uplum quadrati quadrati primæ, ductum in cubum ſecundæ.

Et quod a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 35uplum quadrati quadrati ſecundæ ductum in cubum primæ.

Et quod etiam a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 21uplum relati ſecundæ, ductum in quadratum primæ.

Et quod

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri ſeptuplum quadrati cubi ſecundæ ductum in primam ſimplicem.

Et quod etiam a reſiduo, cum prima litterā numeri dati addita poſſit auferri relatum ſecundum ſecundæ.

Vel abſque tot conſiderationibus, ſumo relatum ſecundum 29, & quia ſuperat numerum datum, & propterea 9 non poteſt ſeruire cum præmiſſis conditionibus, minuo 9. vſque ad 6. ponendo 6 pro ſecunda littera lateris prope 2. deinde duco eundē 6 in 448, fit 2688, depono ſub 8719, & ab eis aufero, reſtat 6031. addo 9 ſextam litteram numeri dati, fit 60319.

Deinde capio relatum 2 primæ, & eſt 32. duco in 21. ex firma regula, fit 672, duco in quadratum 6 ſecundæ, & eſt 36. fit 24192. pono ſub 60319. & ab eis aufero, reſtat 36127. addo 9 quintam litteram numeri dati, fit 361279.

Deinde capio quadratum quadrati 2, primæ, & eſt 16. duco in 35. ex firma regula, fit 560. duco in cubum 6 ſecundæ, & eſt 216. fit 120960. pono ſub 361279, & ab eis aufero. reſtat 240319. addo 9 quartam litteram numeri dati, fit 2403199.

Deinde capio quadratum quadrati 6 ſecundæ, & eſt 1296, duco in 35. ex firma regula, fit 45360. duco in cubum primæ & eſt 8. fit 362880. pono ſub 2403199. & ab eis aufero, reſtat 2040319. addo 9 tertiam litteram numeri dati, fit 20403199.

Deinde capio relatum 6. ſecundæ, & eſt 7776. duco in 21 ex firma regula, fit 163296. duco in quadratum 2 primæ, & eſt 4, fit 653184. pono ſub 20403199, & ab eis aufero, reſtat 19750015. addo 9 ſecundam litteram numeri dati, fit 197500159.

Deinde capio quadratum cubi 6 ſecundæ, & eſt 46656. duco in 7, ex firma regula, fit 326592, duco in 2 primam ſimplicem, fit 653184. pono ſub 197500159. et ab eis aufero, reſtat 196846975. addo 9. primam litteram numeri dati, fit 1968469759.

Tandem capio relatum ſecundum 6, ſecundæ, & eſt 279936. pono ſub 1968469759, & ab eis aufero reſtat 1968189823.

Probatio fit capiendo relatum ſecundū 26, & addendo ſuperans. Quod ſubinde pono ſupra lineam pro numeratore, infra vero pono denominatorem inueſtigandum cum ſex productis.

Primum eſt ſeptuplum quadrati cubi 26, quadratum cubi eſt 308915776, duco in 7. fit 2162410432.

Secundum

Secundum eſt relatum 26, & eſt 11881376. ductum in 21. fit 249508896.

Tertium eſt quadratum quadrati 26., quod eſt 456976 ductum in 35, fit 15994160.

Quartum eſt cubus 26, & eſt 17576, ductus in 35, fit 615168.

Quintum eſt quadratum 26, & eſt 676, ductum in 21, fit 14196.

Sextum eſt ſeptuplum 26, hoc eſt 182.

Quorum ſumma eſt 2428543026. ponenda ſub eadem linea pro denominatore.

Pro inueſtigatione lateris in fragmentis, minuo in primis fragmentum vſque ad vltimam diminutionem, vt in prioribus.

Deinde ſi tam numerator quàm denominator habent latera effabilia, quæro primo latus numeratoris, & id pono ſupra lineam pro numeratore, deinde denominatoris, & id pono ſub eadem linea pro denominatore, vt latus $\frac{1}{128}$ eſt $\frac{1}{2}$ & $\frac{128}{2187}$ eſt $\frac{2}{3}$, & $\frac{2187}{16384}$ eſt $\frac{3}{4}$, & $\frac{16384}{78125}$ eſt $\frac{4}{5}$.

Cum vero fragmenta habent latera ineffabilia, duco quadratum cubi denominatoris in ſuum numeratorem, & producti latus propinquum diuido per eundem denominatorem, exiens eſt latus propinquum quæſitum, ſint in exemplum $\frac{5}{7}$ capio quadratum cubi 7, & eſt 117649, duco in numeratorem 5, fit 588245 latus propinquum eſt $6\frac{303319}{543600}$, diuido per denominatorem 7, exit $\frac{3569945}{24989615}$, latus propinquum quæſitum.

Si vero vis latus ex integris & fractis, reduc integros ad fractionem, & ad vltimam diminutionem, vt in prioribus.

Pro lateribus quadratorum quadratorum quadratorum inueſtigandis. Oportet primo ſcire numeros ce ce ce. & eorum latera, vel in tabula reſpicere.

Detur numerus 1785793904917. cuius latus ce ce ce quæris. Diſtinguo in primis ſingulas octo litteras, cum ſolitis lineis de more. Singula enim diſtinctio ſingulam lateris litteram producit; nec curandum de minori numero octo litterarum vltimæ diſtinctionis.

Deinde

1785793904917|34 $\frac{21}{466081453728}$

17857
6561
112969
69984
429853
326592
1032619
870912
1617070
1451520
1655504
1548288
1072169
1032192
399771
393216
65557
65536
21

Latera quadrati quadrati quadrati	Numeri quadrati quadrati quadrati
1	1
2	256
3	6561
4	65536
5	390625
6	1679616
7	5764801
8	16777216
9	43046721

Deinde cogito latus quadrati quadrati quadrati, qui proxime accedat ad 17857, vltimam diſtinctionem numeri dati, & eſt 3. depono a dextra, vt in figura. deinde capio eius quadratum quadrati quadrati, & eſt 6561. depono ſub 17857, & ab eis aufero, reſtat 11296.

Deinde pro inuenienda ſecunda littera lateris addo 9 litteram octauam numeri dati, fit 112969. deinde ſumo relatum ſecundum 3 lateris, & eſt 2187, duco in 8, ex firma regula, fit 17496. diuido 112969 per eundem 17496. exit 6. pro ſecunda lateris littera. Sed antequam eam deponam cogito an a dicto reſiduo 11296 cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 28uplum quadrati cubi 3 primæ lateris litteræ ductum in quadratum ſecundæ.

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 56uplum relati primæ, ductum in cubum ſecundæ.

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 70uplum quadrati quadrati ſecundę, ductũ in quadratũ quadrati primæ.

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 56uplum relati ſecundæ, ductum in cubum primæ.

Et quòd

Et quòd a reſiduo cũ littera ſequẽti addita poſſit auferri 28uplum quadrati cubi ſecundæ, ductum in quadratum primæ.

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita poſſit auferri octuplum relati ſecundi ſecundæ, ductum in primam ſimplicem.

Et quod a reſiduo cum littera ſequenti addita, quæ eſt prima poſſit tandem auferri quadratum quadrati quadrati ſecundæ.

Vel abſque tot conſiderationibus, ſumo quadratum quadrati quadrati 36, & quia ſuperat numerum datum minuo 6, & reduco ad 4, itaquòd non ſuperet, pono igitur 4 pro ſecunda littera lateris prope 3.

Deinde duco eundem 4 in 17496 diuiſorem, fit 69984, pono ſub 112969, & ab eis aufero, reſtat 42985. addo 3 ſeptimam litteram numeri dati, fit 429853.

Deinde ſumo quadratum cubi 3 primæ litteræ lateris, & eſt 729. duco in 28. ex firma regula, fit 20412. duco in quadratum 4 ſecundæ, & eſt 16. fit 326592. pono ſub 429853, & ab eis aufero, reſtat 103261, addo 9 ſextam litteram ſequentem, fit 1032619.

Deinde ſumo relatum 3 primæ, et eſt 243. duco in 56. fit 13608. duco in cubum 4 ſecũdæ, & eſt 64. fit 870912, pono ſub 1032619. & ab eis aufero, reſtat 161707. addo 0. quintam litteram numeri dati, fit 1617070.

Deinde ſumo quadratum quadrati 4 ſecundæ, & eſt 256. duco in 70. fit 17920, duco in quadratum quadrati primę, & eſt 81. fit 1451520. pono ſub 1617070, & ab eis aufero, reſtat 165550. addo 4. quartam litteram numeri dati, fit 1655504.

Deinde, ſumo relatum 4 ſecundæ, & eſt 1024, duco in 56, fit 57344. duco in cubum 3 primæ, & eſt 27, fit 1548288. pono ſub 1655504, & ab eis aufero, reſtat 107216, addo 9 tertiam litteram numeri dati, fit 1072169.

Deinde, ſumo quadratum cubi 4 ſecundæ, & eſt 4096, duco in 28. fit 114688 duco in quadratũ 3 primæ, & eſt 9, fit 1032192. pono ſub 1072169, & ab eis aufero, reſtat 39977. addo 1 ſecundam litteram numeri dati, fit 399771.

Deinde, ſumo relatum ſecundum 4 ſecundæ litterę, & eſt 16384. duco in 8, fit 131072. duco in 3 primam ſimplicem, fit 393216. pono ſub 399771, & ab eis aufero, reſtat 6555. addo 7 primam litteram numeri dati, fit 65557.

Tandem

Tandem, ſumo quadratum quadrati quadrati 4 ſecundæ, & eſt 65536. pono ſub 65557, & ab eis aufero, reſtat 21.

Probatio fit capiendo quadratum quadrati quadrati 34, & addendo ſuperans. Quod ſubinde pono ſupra lineam pro numeratore, infra vero pono denominatorem cum ſeptem productis inueſtigandum.

Primum productum eſt octuplum relati ſecundi 34 lateris, relatum ſecundũ eſt 52523350144. duco in 8, fit 420186801152.

Secundum eſt 28uplum quadrati cubi 34, quadratum cubi eſt 1544804416, duco in 28, fit 43254523648.

Tertium eſt 56uplum relati 34. relatum eſt 45435424, duco in 56. fit 2544383744.

Quartum eſt 70uplum quadrati quadrati 34. quadratum quadrati, eſt 1336336. duco in 70. fit 93543520.

Quintum eſt 56uplum cubi 34 cubus 34 eſt 39304. duco in 56. fit 2201024.

Sextum eſt 28uplum quadrati 34, quadratum 34 eſt 1156 duco in 28, fit 32368.

Septimum eſt octuplum lateris ſimplicis 34, & eſt 272. Quorum ſumma, eſt 466081485728. ſub eadem linea pro denominatore ponenda.

Pro inueſtigatione talis lateris in fragmentis, minuo in primis fragmentum vſque ad vltimam diminutionem.

Deinde ſi tam numerator quàm denominator habent latera effabilia, quæro primo latus numeratoris, & id pono ſupra lineam pro numeratore. Deinde denominatoris, & id pono ſub eadem linea pro denominatore, vt latera $\frac{1}{256}$ *ſunt* $\frac{1}{2}$. *&* $\frac{256}{6561}$ *ſunt* $\frac{2}{3}$, *&* $\frac{6561}{65536}$ *ſunt* $\frac{3}{4}$. *&* $\frac{65536}{390625}$ *ſunt* $\frac{4}{5}$.

Cum vero fragmenta habent latera ineffabilia, duco relatum ſecundum denominatoris in ſuum numeratorem, & producti latus propinquum diuido, per eundem denominatorem. Exiens eſt latus propinquum quæſitum, vt ſit in exemplum $\frac{1}{3}$. *capio relatum ſecundum 3 denominatoris, & eſt 2187. duco in numeratorem 1, fit 2187. latus propinquum eſt 2* $\frac{1931}{6304}$. *diuido per denominatorem 3. exit* $\frac{14519}{18912}$. *latus propinquum quæſitum.*

Cum vero vis latus ex integris & fragmentis, reduc integres ad

fractionem, & ad vltimam diminutionem, deinde operare, vt in prioribus.

Pro cubicis cuborum numerorum lateribus inueſtigandis, oportet primo ſcire numeros cubi cubos, & eorum latera, vel in tabula reſpicere.

Detur numerus 502592699591164, *cuius latus cubi cubicum quæris, diſtinguo in primis ſingulas nouem litteras, cum ſolitis lineis. ſingula enim diſtinctio ſingulam lateris litteram producit. Nec eſt curandum de minori numero nouem litterarum vltimæ diſtinctionis.*

502592|699591164|43 $\frac{87654321}{113329227572660}$

502592
262144
2404486
1769472
6350149
5308416
10417339
9289728
11276115
10450944
8251719
7838208
4135111
3919104
2160071
1259712
9003596
236196
87674004
19683
87654321

Latera cubi cubica	Numeri cubici cubici
1	1
2	512
3	19683
4	262144
5	1953125
6	10077696
7	40353607
8	134217728
9	387420489

Deinde cogito latus cubi cubicum numeri, qui proxime accedat ad 502592, *vltimam diſtinctionem numeri dati, id erit* 4. *depono a dextra, vt in figura, deinde ſumo eius numerum cubi cubicum, & eſt* 262144, *depono ſub* 502592, *vltimæ diſtinctionis, & ab eis*

eis aufero, reſtat 240448.

Deinde pro inueſtiganda ſecunda littera lateris addo 6. nonã litteram numeri dati, fit 2404486. deinde capio quadratum quadrati quadrati 4 lateris, & eſt 65536. duco in 9, ex firma regula, fit 589824. diuido 2404486, per 65536, exit 36, pro ſecunda littera lateris, ſed quia eſt impoſſibile, quòd vnica diſtinctio numeri dati, producat duas lateris litteras eas ad vnam ſolam 9 reduca. ſed antequam eam deponam cogito an a reſiduo 240448. cum littera ſequenti numeri dati addita, poſſit auferri 36uplum relati ſecundi 4 primæ lateris litteræ ductum in quadratum ſecundæ.

Et quòd etiam a reſiduo, cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 84uplum quadrati cubi 4 lateris, ductum in cubum ſecundæ.

Et quòd etiam a reſiduo, cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 126uplum relati 4 lateris, ductum in quadratum ſecundæ.

Et quòd a reſiduo cũ littera ſequẽti addita, poſſit auferri 126uplũ relati ſecundæ, ductum in quadratum quadrati primæ.

Et quòd a reſiduo cũ littera ſequenti addita, poſſit auferri 84uplum quadrati cubi ſecundæ, ductum in cubum primæ.

Et quòd a reſiduo cũ littera ſequenti addita, poſſit auferri 36uplum relati ſecundi ſecundæ, ductum in quadratum primæ.

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti, poſſit auferri nonuplum, quadrati quadrati quadrati ſecundæ, ductum in primam ſimplicem.

Et quòd tandem a reſiduo cum littera prima ſequenti addita, poſſit auferri cubus cubi ſecundæ.

Vel abſque tot conſiderationibus, ſumo cubũ cubi 49. & quia ſuperat numerũ datum, & per conſequens non ſeruit cum præmiſſis conditionibus; minuo 9 vſque ad 3. itaquòd non ſuperet, pono igitur 3, pro ſecunda littera lateris prope 4.

Deinde duco eundem 3 in 36uplum relati ſecundi 4 primæ, & eſt 589824, fit 1769472, pono ſub 2404486. & ab eis aufero, reſtat 635014. addo 9 octauam litteram numeri dati, fit 6350149.

Deinde, ſumo relatum ſecundum 4, & eſt 16384, duco in 36. fit 589824. duco in quadratum 3 ſecundæ, & eſt 9. fit 5308416.

pono ſub 6350149, & ab eis aufero, reſtat 1041733. addo 9. ſeptimam litteram numeri dati, fit 10417339.

Deinde, ſumo quadratum cubi 4. primæ & eſt 4096. duco in 84. fit 344064. duco in cubum 3 ſecundæ, & eſt 27, fit 9289728. depono ſub 10417339. & ab eis aufero, reſtat 1127611, addo 5. ſextam litteram numeri dati, fit 11276115.

Deinde, ſumo relatum 4 primæ, & eſt 1024. duco in 126. fit 129024, duco in quadratum quadrati ſecundæ 3. & eſt 81. fit 10450944. depono ſub 11276115. & ab eis aufero, reſtat 825171. addo 9 quintam litteram numeri dati, fit 8251719.

Deinde, ſumo relatum 3 ſecundæ, & eſt 243. duco in 126. fit 30618. duco in quadratum quadrati 4 primæ, & eſt 256. fit 7838208. pono ſub 8251719. & ab eis aufero, reſtat 413511. addo 1 quartam litteram numeri dati, fit 4135111.

Deinde, ſumo quadratum cubi 3 ſecundæ, & eſt 729. duco in 84, fit 61236. duco in cubum 4 primæ, & eſt 64, fit 3919104, pono ſub 4135111, & ab eis aufero, reſtat 216007. addo 1, tertiam litteram numeri dati, fit 2160071.

Deinde, ſumo relatum ſecundum 3. ſecundæ, & eſt 2187. duco in 36. fit 78732. duco in quadratum 4 primæ, & eſt 16. fit 1259712. pono ſub 2160071, & ab eis aufero, reſtat 900359. addo 6. ſecundam litteram numeri dati, fit 9003596.

Deinde, ſumo quadratum quadrati quadrati 3. ſecundæ, & eſt 6561, duco in 9. fit 59049. duco in 4 primam ſimplicem, fit 236196. pono ſub 9003596; & ab eis aufero, reſtat 8767400, addo 4, primam litteram numeri dati, fit 87674004.

Deinde, ſumo cubum cubi 3 ſecundæ, & eſt 19683, pono ſub 87674004, & ab eis aufero, reſtat 87654321.

Probatio fit capiendo cubum cubi 43 lateris, & addendo ſuperans . Quod ſubinde depono ſupra lineam pro numeratore, infra vero ponitur denominator inueſtigandus cum octo ſequentibus productis.

Primum productum eſt nonuplum quadrati quadrati quadrati lateris 43. cecece 43. eſt 11688200277601. duco in 9, fit 115193802498409.

Secundum eſt 36uplum relati ſecundi 43. relatum ſecundum eſt

27181861 1107, *duco in* 36, *fit* 978546999 9852.

Tertiũ eſt 84*uplũ quadrati cubi* 43. *ce cu.* 43 *eſt* 6321 363049. *duco in* 84, *fit* 530994496 1116.

Quartum eſt 126*uplum relati* 43. *relatum eſt* 147008443. *duco in* 126, *fit* 18522063818.

Quintũ eſt 126*uplum quadrati quadrati* 43. *ce ce eſt* 3418801. *duco in* 126. *fit* 430768926.

Sextum eſt 84*uplum cubi* 43 *lateris*, *cubus* 43 *eſt* 79507. *duco in* 84, *fit* 6678588.

Septimum eſt 36*uplum quadrati* 43 *quadratum eſt* 1849. *duco in* 36. *fit* 66564.

Octauum eſt nonuplum lateris ſimplicis 43, & *eſt* 387.

Quorum ſumma eſt 115529227572660, *ponenda ſub eadem linea pro denominatore*.

Pro inueſtigatione lateris in fragmentis, minuo in primis fragmentis vſque ad vltimam diminutionem, vt in prioribus, deinde, ſi tam numerator quàm denominator habent latera effabilia, quæro primo latus numeratoris, & id pono ſupra lineam pro numeratore, deinde denominatoris, & id pono ſub eadem linea pro denominatore, vt latera $\frac{1}{512}$ *ſunt* $\frac{1}{2}$ & $\frac{512}{19683}$ *ſunt* $\frac{2}{3}$, & $\frac{19683}{262144}$ *ſunt* $\frac{3}{4}$, & $\frac{512}{1953125}$ *ſunt* $\frac{2}{5}$.

Cum vero fragmenta habent latera ineffabilia, duco ce ce ce. denominatoris in ſuum numeratorem, & producti, latus propinquum diuido per eundem denominatorẽ, exiens eſt latus propinquum quæſitum, vt ſit in exemplum $\frac{3}{4}$ *ce ce ce* 4. *denominatoris eſt* 65536. *duco in* 3 *numeratorem, fit* 156608 *latus propinquum eſt* 3 $\frac{75353}{242495}$, *diuido per* 4 *denominatorem, exit* $\frac{903233}{969840}$. *latus propinquum quæſitum*.

Cum vis latera ex integris & fragmentis, reduc integros ad fractionem, & ad vltimam diminutionem, deinde operare vt prius.

Pono quadratorum relatis lateribus inueſtigandis, oportet primo ſcire numeros quadrati relatos, & eorum latera, vel in tabula reſpicere.

Detur

Det igit numerus 16679880978200. cuius quadrati relatum quæris. Diſtinguo in primis ſingulas decem litteras cum ſolitis lineis, ſingula enim diſtinctio, ſingulam lateris litteram producit, nec curandum de minori numero, decem litterarum, vltimæ diſtinctionis.

Latera quadrati relata	Numeri quadrati relati
1	1
2	1024
3	59049
4	1048576
5	9765625
6	60466176
7	282475249
8	1073741824
9	3486784401

1667|9880978200|20 $\frac{6419880978200}{6419880978200}$

1667

1024

6439

Deinde quæro latus quadrati relati numeri, qui proxime accedat ad 1667 vltimæ diſtinctionis, id erit 2. depono a dextra, vt in figura.

Deinde, ſumo eius numerum quadrati relatum, & eſt 1024. depono ſub 1667. & ab eis aufero, reſtat 643.

Deinde pro inueſtiganda ſecunda littera lateris, addo 9 litteram decimam numeri dati, fit 6439.

Deinde capio cubum cubi 2, primæ litteræ lateris, & eſt 512. duco in 10. ex firma regula, fit 5120. diuido 6439. per 5120, exit 1, pro ſecunda littera lateris, ſed antequam eam deponam, cogito ſi a reſiduo 643. cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 45uplum quadrati quadrati quadrati 2 primæ litteræ lateris, ductum in quadratum ſecundæ.

Et quòd etiam a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 210uplum quadrati cubi 2, primæ ductum in quadratum quadrati ſecundæ.

Et quòd etiam a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 252uplum relati 2 primæ, ductum in relatum ſecundæ.

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 210uplum relati ſecundi, ſecundæ, ductum in quadratum quadrati primæ.

Et

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 120uplum relati ſecundi ſecundæ, ductum in cubum primæ.

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 45uplum quadrati quadrati quadrati ſecundæ, ductum in quadratum primæ.

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri decuplum cubi cubi ſecundæ, ductum in primam ſimplicem.

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit tandem auferri relatum quadrati ſecundæ.

Vel abſque tot conſiderationibus, ſumo relatum quadrati 21, & eſt 16679880978201, & quia ſuperat numerum datum, per vnitatem, & per conſequens non ſeruit præciſe cum conditionibus præmiſſis, minuo litteram ſecundam 1. & eius loco depono o prope 2.

Deinde, quia omnes operationis actus præmiſſi reſoluuntur in o: ſequitur; quod abſque vlteriori proceſſu latus relatum quadrati numeri dati eſt 20, & quòd ſuperat numerus 6439, in primo operationis actu expreſſus, qui vna cum reliquis omnibus ſequentibus numeri dati, ponendus eſt ſupra lineolam pro numeratore, infra vero ponitur denominator inueſtigandus cum nouem productis.

Primum productum eſt decuplum cubi cubi 20 lateris, cubus cubi 20 eſt 512000000000. duco in 10. fit 5120000000000.

Secũdũ eſt 45uplum ce ce ce 20. ce ce ce 20 eſt 25600000000; duco in 45, fit 1152000000000.

Tertium eſt 120uplum relati ſecundi 20. relatum ſecundum 20 eſt 1280000000. duco in 120. fit 153600000000.

Quartum eſt 210uplum quadrati cubi 20. quadratum cubi eſt 64000000; duco in 210, fit 13440000000.

Quintum eſt 252uplum relati 20 relatum 20, eſt 3200000, duco in 252, fit 806400000.

Sextum eſt 210uplum quadrati quadrati 20, quadratum quadrati 20, eſt 160000, duco in 210, fit 33600000.

Septimum eſt 120uplum cubi 20, cubus 20, eſt 8000, duco in 120, fit 960000.

Octauum eſt 45uplum quadrati 20, quadratum 20 eſt 400. duco in 45, fit 18000.

Nonum

```
9,99999999999 | 12  256991629311
                    -------------
                    1049152023348
9
1
----
89
22
----
679
220
----
4599
1320
----
32799
 5280
----
275199
 14784
-------
2604159
  29568
--------
25745919
   42240
---------
257030799
    42240
----------
2569945599
     28160
-----------
25699174399
      11264
------------
256991631359
        2048
------------
256991629311
```

Latera tertia relata	Numeri tertij relati
1	1
2	2048
3	177147
4	4194304
5	48828125
6	362797056
7	1977326743
8	8589934592
9	31381059609

Deinde quæro latus numeri tertij relati, qui proxime accedat ad 9, vltimam diſtinctionem numeri dati, & eſt 1. depono a dextra vt in figura.

Deinde capio eius numerum tertium relatum, & eſt 1. pono ſub 9 vltimæ diſtinctionis, & ab eo aufero, reſtat 8.

Deinde pro inueſtiganda ſecunda littera lateris, addo 9 vndecimam litteram numeri dati, fit 89. deinde, ſumo quadratum relati primæ lateris litteræ, & eſt 1. duco in 11, ex firma regula, fit 11, diuido 89 per 11. exit 8. pro ſecunda littera lateris, ſed antequam eam deponam, cogito ſi a reſiduo 8, cum littera 9 addita poſſit auferri 55uplum cubi cubi 1. primæ ductum in quadratum ſecundæ. Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 165uplum quadrati quadrati quadrati 1 primæ ductum in cubum ſecundæ.

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 330uplum relati ſecundi 1. primæ ductum in quadratum quadrati ſecundæ.

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 462uplum quadrati cubi primæ ductum in relatum ſecundæ.

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 462uplum quadrati cubi ſecundæ ductum in relatum primæ.

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 330uplum relati ſecundi ſecundæ, ductum in quadratum quadrati primę.

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 165uplum quadrati quadrati quadrati, ſecundæ, ductum in cubum primę.

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri 55uplum cubi cubi ſecundæ, ductum in quadratum primæ.

Et quòd a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri vndecuplum quadrati relati ſecundæ ductum in primam ſimplicem.

Et quòd tandem a reſiduo cum littera ſequenti addita, poſſit auferri relatum tertium ſecundæ.

Vel abſque tot conſiderationibus, ſumo numerum tertium relatum 18. & quia ſuperat numerum datum, minuo 8 vſque ad 2, itaquòd non ſuperet, pono igitur 2 pro ſecunda littera lateris prope 1.

Deinde duco eundem 2 in 11, ex firma regula, fit 22. pono ſub 89, & ab eis aufero, reſtat 67, addo 9 decimam litteram numeri dati, fit 679.

Deinde ſumo, cubum cubi 1 primæ, & eſt 1, duco in 55, fit 55. duco in quadratum 2, & eſt 4, fit 220. pono ſub 679. & ab eis aufero, reſtat 459. addo 9. litteram nonam ſequentem. fit 4599.

Deinde, ſumo quadratum quadrati quadrati 1. & eſt 1. duco in 165, fit 165. duco in cubum 2. & eſt 8. fit 1320. pono ſub 4599. & ab eis aufero, reſtat 3279. addo 9 litteram octauam ſequentem numeri dati, fit 32799.

Deinde ſumo relatum ſecundum 1. primæ, & eſt 1. duco in 330. fit 330. duco in quadratum quadrati 2. ſecundæ, & eſt 16, fit 5280, pono ſub 32799, & ab eis aufero, reſtat 27519. addo 9. litteram ſeptimam ſequentem, fit 275199.

Deinde, ſumo quadratum cubi 1. primæ, & eſt 1. duco in 462. fit 462. duco in relatum 2, ſecundæ, & eſt 32, fit 14784. pono ſub 275199. & ab eis aufero, reſtat 260415. addo 9, litteram

ſextam ſequentem, fit 2604159.

Deinde, ſumo quadratum cubi 2 ſecundæ, & eſt 64. duco in 462, fit 29568, duco in relatum 1. primæ, & eſt 1. fit 29568, pono ſub 2604159, & ab eis aufero, reſtat 2574591. addo 9 quintam litteram ſequentem numeri dati, fit 25745919.

Deinde, ſumo relatum ſecundum 2 ſecundæ, & eſt 128, duco in 330, fit 42240, duco in quadratum quadrati primæ, & eſt 1. fit 42240, pono ſub 25745919 & ab eis aufero, reſtat 25703679, addo 9, quartam litteram numeri dati, fit 257036799.

Deinde, ſumo quadratum quadrati quadrati 2 ſecundæ, & eſt 256, duco in 165, fit 42240. duco in cubum 1 primæ, & eſt 1. fit idem 42240. pono ſub 257036799. et ab eis aufero, reſtat 256994559 addo 9, tertiam litteram ſequētem numeri dati, fit 2569945599.

Deinde, ſumo cubum 2 ſecundæ, & eſt 512. duco in 55. fit 28160. duco in quadratum 1 primæ, & eſt 1, fit 28160. pono ſub 2569945599. & ab eis aufero, reſtat 2569917439. addo 9 ſecundam litteram numeri dati, fit 25699174399.

Deinde, ſumo quadratum relati 2 ſecundæ, & eſt 1024, duco in 11. fit 11264, duco in 1 primam, ſimplicem, fit idem 11264. pono ſub 25699174399. & ab eis aufero, reſtat 25699163135. addo 9 primam numeri dati, fit 256991631359.

Tandem, ſumo relatum tertium 2 ſecundæ, & eſt 2048. pono ſub 256991631359, & ab eis aufero, reſtat 256991629311.

Probatio fit capiendo relatum tertium 12, & addendo ſuperans. Quod ſubinde pono ſupra lineam pro numeratore, infra vero ponitur denominator inueſtigandus cum decem productis.

Primum productum eſt quadratum relati 12 lateris, & eſt 61917364224, ductum in 11, fit 681091006464.

Secūdū eſt 55uplū cubi cubi 12. cubus cubi 12 eſt 5159780352. duco in 55. fit 283787919360.

Tertium eſt 165uplum quadrati quadrati quadrati 12 ce ce ce 12 eſt 429981696. duco in 165. fit 70946979840.

Quartum eſt 330uplum relati ſecundi 12. relatum ſecundum 12 eſt 35831808. duco in 330. fit 11824496640.

Quintum eſt 462uplum quadrati cubi 12. quadratum cubi 12 eſt 2985984, duco in 462, fit 1379524608.

Sextum eſt 462uplum relati 12, relatum 12 eſt 248832 du-

co in 461, ſit 114960384.

Septimum eſt 330uplum quadrati quadrati 12. quadratum quadrati 12 eſt 20736, duco in 330, ſit 6842880.

Octauum eſt 165uplum cubi 12, cubus 12 eſt 1728. duco in 165, ſit 285120.

Nonum eſt 55uplum quadrati 12, quadratum 12 eſt 144. duco in 55, ſit 7920.

Decimum eſt vndecuplum 12 lateris ſimplicis, & eſt 132.

Quorum omnium ſumma eſt 1049152023348. ponenda ſub eadem linea pro denominatore.

Pro inueſtigatione talis lateris in fragmentis, minuo in primis fragmentum vſque ad vltimam diminutionem, vt in prioribus.

Deinde ſi tam numerator quàm denominator habent latera effabilia, quæro primo latus numeratoris, & id pono ſupra lineam pro numeratore, deinde denominatoris, & id pono ſub eadem linea pro denominatore, vt latera $\frac{1}{2048}$ *ſunt* $\frac{1}{2}$, *&* $\frac{2048}{177147}$ *ſunt* $\frac{2}{3}$. *&* $\frac{177147}{4194304}$ *ſunt* $\frac{3}{4}$ *&* $\frac{177147}{48828125}$ *ſunt* $\frac{3}{5}$, *&* $\frac{1977326743}{31381059609}$ *ſunt* $\frac{7}{9}$.

Cum verò fragmenta habent latera ineffabilia, duco relatum quadrati denominatoris in ſuum numeratorem, & producti latus propinquum, diuido per eundem denominatorem, exiens eſt latus propinquum quæſitum. Sit in exemplum $\frac{8}{9}$ *capio relatum quadrati 9 denominatoris, & eſt 3486784401. duco in 8 numeratorem, ſit 27894275208. latus tertium relatũ propinquum eſt 8* $\frac{19304340614}{22791125016}$, *diuido per eundem denominatorem 9, exit* $\frac{2016333340742}{2251201251144}$ *latus propinquum quæſitum.*

Cum vero vis latus ex integris & fractis, reduco integros ad fragmenta, & ad vltimam diminutionem, deinde operor vt prius.

Progreſſio eſt numerorum ſecundum æquales vnitatum differentias, aut proportionatas differentiarum rationes ordinata ſucceſſio, itaquòd vltimus terminus eſt ſemper maior intermedijs, primus verò minor.

Quæ per æquales progreditur vnitatum differentias, arithmetica dicitur.

Quæ autem differentiarum rationes obſeruat, geometrica appellatur. Vtraque tamen ab vnitate, aut dato quouis numero quantumlibet progrediendo continuatur. Nunquam enim dabitur maximus

oblata

oblatæ progreſſionis numerus, cum numeri progrediantur in infinitum.

Progreſſionum arithmeticarum aliæ incipiunt ab vnitate, & progrediendo æqualiter augentur, vt 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Et 1. 3. 5. 7. 9. 11. & 1. 4. 7. 10. 13. 16. & 1. 5. 9. 13. 17. 21. ac deinceps.

Aliæ vero incipiunt a binario, vel ternario, aut alio quouis dato numero, quæ ſimiliter per binarium, vel ternarium, aut alium quemuis numerum progrediuntur, vt 2. 4. 6. 8. 10. 12. & 3. 8. 13. 18. 23. 28. & ſimiles.

Quæ omnes in vnum componuntur hac regula. Addo minorem terminum maiori, & quod fit duco in dimidium terminorum, vel contra, quod producitur eſt progreſſio, vt in primo exemplo addo 1 ad 10. fit 11. duco in 5 dimidium terminorum, fit 55. tanta eſt progreſſio, & in vltimo addo 3 ad 28, fit 31. duco in 3. dimidium terminorum, fit 93. tanta eſt progreſſio, & in penultima addo 2 ad 12. fit 14. duco terminos 6 in dimidium 14, & eſt 7. fit 42. progreſſio. idem de reliquis.

Progreſſio autem geometrica ex imparium numerorum linea potiſſimum colligitur. Duo enim primi numeri impares primum quadratum efficiunt, & eſt 4. tres primi 1. 3. & 5. ſecundum quadratum 9. quatuor primi 1. 3. 5. 7. tertium quadratum 16. ac deinceps, vno addito impari ſuccedens quadratus numerus generatur.

Præterea ſecundus & tertius impar numerus conficiunt primum cubum 8 tres ſequentes 7. 9. 11. ſecundum efficiunt cubum 27. quatuor deinde ſuccedentes 13. 15. 17. & 19. tertium cubum reſtituunt 64. ac deinceps vno addito numero impari, ſuccedens cubus reſultat.

Omnis porro numerus quadratus eſt medius proportionalis inter latus eius, & ſuum cubum, vt 8. 4. 2. & 27. 9. & 3. & 64. 16. & 4.

Adde quòd in omni progreſſione geometrica primus numerus poſt vnitatem, eſt latus, ſequens quadratus, ſuccedens cubus.

In maiorem horum elucidationem ſubſcriptas numerorum libet addere progreſſiones, quarum prima eſt ſub ratione dupla, ſecunda ſub tripla, tertia ſub quadrupla, quarta ſub quintupla.

Dupla

Dupla	2	4	8	16	32	64	128
Tripla	3	9	27	81	243	729	2187
Quadrupla	4	16	64	256	1024	4096	16384
Quintupla	5	25	125	625	3125	15725	72625

Numeros geometrica progreſſione proportionatos in vnum ſic colligo duco maiorem extremum terminum in numerum denominationis proportionis, vtpote per binarium ſi dupla, aut ternarium ſi tripla, ac deinceps, & a producto aufero extremum numerum minorem, reliquum tandem numerum diuido per numerum vnitate minorem eo numero a quo proportio ipſa nominatur, vt in prima ſub ratione dupla, duplo 128, fit 256 aufero 2 numerum denominationis duplæ. Reſtat 254, tanta eſt progreſſio.

In ſecunda triplo 2187, fit 6561, aufero 3 numerum denominationis triplæ, reſtat 6558. diuido per 2 numerum vnitate minorem numero denominationis triplæ, exit 3779. tanta eſt ſumma, idem de cæteris.

Regula inueſtigandi numerum terminorum cuiuſcunque progreſſiones arithmeticæ, cuius numeri aſcendentes, nec non primi & vltimi ſint noti, aufero primum terminum ab vltimo, reſiduum diuido per numerum aſcendentem, exiens eſt numerus terminorum, minus 1: hoc eſt minus primo dempto ab vltimo.

Vt quæro numerum progreſſionis aſcendentis per 2 quæ incipit a 7, & finit 21, aufero 7 a 21. reſtat 14. diuido per 2 exit 7, addo 1. fit 8, tot ſunt talis progreſſionis termini.

Item quæro numerum terminorum progreſſionis aſcendētis per 3, cuius terminus primus eſt 5 vltimus 32. aufero 5 a 32. reſtat 27. diuido per 3 aſcendentem, exit 9, addo 1 pro primo termino dempto ab vltimo fit 10. tot ſunt termini.

Item aſcendentes per 7, cuius primus terminus eſt 19, vltimus 47. aufero 19 a 47. reſtat 28. diuido per 7. exit 4, addo 1 pro primo termino dempto ab vltimo, fit 5. tot ſunt termini, hæc regula ſeruit etiam his qui incipiunt ab vnitate.

Cum vero habes numerum terminum, & quæris numerum aſcendentem, aufero primum ab vltimo, reliquum diuido per numerum terminorum minus 1. exiens eſt numerus aſcendens. vt quæro numerum aſcendentem tredecim terminorum progreſſionis incipientis ab vnitate, & finientis in 25, aufero 1 a 25. reſtat 24. diuido per 13 minus

minus 1. hoc eſt 12, exit 2. numerus aſcendens.

Item quæro numerum aſcendentem octo terminorum, progreſſionis incipientis a 7, & finientis in 28, aufero 7 a 28, reſtat 21. diuido per 8 minus 1. hoc eſt per 7. exit 3. numerus aſcendens.

Item quæro numerum aſcendentem duodecim terminorum progreſſionis cuius primus terminus eſt 5, vltimus 49. aufero 5 a 49. reſtat 44. diuido per 12. minus 1. & ſunt 11. exit 4. numerus aſcendens.

Item quæro numerum aſcẽdentem tredecim terminorum progreſſionis cuius intium eſt 1. & finit 26. aufero 1 a 26, reſtat 25. diuido per 13. minus 1, & eſt 12, exit 2 $\frac{1}{12}$. numerus aſcendens.

Item quæro vltimum terminum progreſſionis aſcendentis per numerum a quo talis progreſſio incipit, habita noticia numeri terminorum & econtra, duco numerum terminorum, in numerum primi termini, inde productum erit vltimus terminus, vt pono terminos 10 incipientes a 2, & aſcendentes per 2, duco 2 in 10, fit 20, vltimus terminus.

Item pono triginta terminos, quorum, finis eſt 150. & aſcendunt per primum terminum, quæro primum terminum, vel numerum aſcendentem diuido 150 per 30, exit 5. numerus aſcendens, & primus.

Pro aggregatione terminorum aliquorum progreſſionis geometricæ, duplæ, ab vnitate incipientium, diuido numerum talis termini per maiorem terminum in eo cõtentum, & exeuntis capio ſummam, & eam duplo, & a duplato, aufero 1. reſiduum eſt ſumma, deinde eam quadro, & productum iterum quadro, eodem modo procedo quadrando, vſque ad terminum datum, vt quæro ſummam triginta terminorum, progreſſionis geometricæ duplæ, diuido 30 per 2, exeunt 15, deſcribo terminos 15 talis progreſſionis, vt 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. 1024. 2048. 4096 8112, & 16384. quorum ſumma habetur, duplando vltimum terminum, quod duplum eſt 32768. a quibus aufero 1. reſtat 32767.

Deinde pro inueſtigãda ſumma terminorũ 30, addo 1 ad 32767. fit 32768, quadro, fit 1073741824, aufero 1, reſtat 1073741823. pro tota ſumma terminorum 30.

Item

Item quæro ſummam terminorum 64, inter hos 1. 2. 4. 8. 16. 32. maior eſt 32. diuido 64 per 32, exit 2, qui eſt ſecundus terminus, quadro, fit 4, & habeo duos terminos, deinde quadro 4, fit 16, & habeo terminus 4, quadro 16. fit 256. & habeo terminos 8, quadro 256, fit 65536. & habeo terminos 16. quadro 65536, fit 4294967296. & habeo terminos 32. quem numerum iterũ quadro pro ſumma terminorum 64. fit 1846744173709551616. à qua ſumma auſero 1. pro ſumma terminorum 64.

Quoniam arithmeticorum moris eſt poſt numerorum operationes, agere de quatuor proportionalibus quantitatibus, quibus tota ars mercaturæ innititur, has vero proportionales quantitates ſine proportionum cognitione perfecte, nemo aſſequi poteſt, res ipſa poſtulare videtur, vt de proportione aliquid prius dicamus.

PROPORTIO *quæ etiam ratio, vel relatio, vel habitudo dicitur, eſt vt diffinit* Euclides *in tertia quinti duarum quantæcunque ſint eiuſdem generis quantitatum certa alterius ad alteram habitudo, & eſt duplex, æqualitatis, & inæqualitatis.*

Aequalitatis ratio nullam admittit differentiam, vt 5 ad 5. & diametri ad diametrum.

At inæqualitatis duo ſunt genera rationale, & irrationale, ſeu potius effabile, & ineffabile, quod idem Græcis eſt λόγικον και ἄλογον. Nam *effabile eſt quod numeris deſignari poteſt, vt in maiori 3 ad 2, & 4 ad 3, & in minori, 2 ad 3. & 3 ad 4.* Ineffabile *vero quod non poteſt, vt in maiori inæqualitate diametri ad coſtam, &* R. 10. *ad* R. 7. & R. 12 *ad* R. 5, & 6 *ad* R. 3, & R. 15 *ad* 2. *In minori autem, vt coſtæ ad diametrum, &* R. 7 *ad* R. 10, & R. 5 *ad* R. 12, & R. 3 *ad* 6, & 2 *ad* R. 15.

Maioris *inæqualitatis effabilis ſpecies ſunt quinque, tres ſimplices, vt multiplex, ſuperparticularis, & ſuperparciens.* Et *due compoſitæ, vt multiplex ſuperparticularis, & multiplex ſuperpartiens.*

Multiplex *ratio dicitur cum maior quantitas continet integre minorem, & abſque aliqua quota parte bis, vel ter, aut quater, ac deinceps, in infinitum, eius differentiæ ſunt propterea infinitæ, alia enim eſt dupla, alia tripla, alia quadrupla, & ſic in infinitum procedendo.*

Superpar-

Superparticularis autem ratio nominatur cum maior quantitas ſemel continet minorem, & quotam eius partem, vt ſexquialtera. vt 3 ad 2, & $1\frac{1}{2}$. ſexquitertia, vt 4 ad 3, & $1\frac{1}{3}$. ſexquiquarta, vt 5 ad 4, & $1\frac{1}{4}$. ſexquiquinta, vt 6 ad 5, & $1\frac{1}{5}$. ſexquiſexta, vt 7 ad 6, & $1\frac{1}{6}$. ſexquiſeptima, vt 8 ad 7, & $1\frac{1}{7}$. ſexquioctaua, vt 9 ad 8, & $1\frac{1}{8}$. ſexquinona, vt 10 ad 9, & $1\frac{1}{9}$. ſexquidecima, vt 11 ad 10, & $1\frac{1}{10}$.

Generantur etiam, ſi linea numerorum a ternario initiata proponatur, & illi ſubſcribantur a binario initiata, & ſuperiores numeri ſinguli ſingulis ſuis relatiuis inferioribus comparentur, vt $\frac{3}{2} | \frac{4}{3} | \frac{5}{4} | \frac{6}{5} | \frac{7}{6} | \frac{8}{7} | \frac{9}{8} | \frac{10}{9} | \frac{11}{10} | \frac{12}{11} | \frac{13}{12} | \frac{14}{13} | \frac{15}{14} | \frac{16}{15} | \frac{17}{16} | \frac{18}{17} | \frac{19}{18} | \frac{20}{19} | \frac{21}{20} | \frac{22}{21} | \frac{23}{22} | \frac{24}{23} | \frac{25}{24} | \frac{26}{25}$.

Superpartiens vero appellatur ratio, quoties maior quantitas minorem ſemel comprehendit, & partem ipſius minoris, non quotam, ſed ex quotis illius partibus reſultantem, vt ſuperbipartiens tertias, vt 5 ad 3. & $1\frac{2}{3}$ ſupertripartiens quartas, vt 7 ad 4, & $1\frac{3}{4}$ ſuperquadripartiens quintas, vt 9 ad 5, & $1\frac{4}{5}$. ſuperbipartiens quintas, vt 7 ad 5, & $1\frac{2}{5}$. ſupertripartiens quintas, vt 8 ad 5, & $1\frac{3}{5}$. ſuperquincupartiens ſextas, vt 11 ad 6, & $1\frac{5}{6}$. ſuperquadripartiens ſeptimas, vt 11 ad 7, & $1\frac{4}{7}$. ſuperſexipartiens ſeptimas, vt 13 ad 7, & $1\frac{6}{7}$. ſuperſeptipartiens octauas, vt 15 ad 8. & $1\frac{7}{8}$. ſuperquincupartiens octauas, vt 13 ad 8. & $1\frac{5}{8}$. ſuperoctipartiens nonas, vt 17 ad 9, & $1\frac{8}{9}$.

Procreabis etiam numeros ſuperpartientes, ſi lineam imparium numerorum, a quinario initiatam ordinaueris, & illi ſubnotaueris numerorum ſeriem a ternario exordientem. Superiores enim inferioribus comparati ſuperpartientes oſtendentur. $\frac{5}{3} | \frac{7}{4} | \frac{9}{5} | \frac{11}{6} | \frac{13}{7} | \frac{15}{8} | \frac{17}{9} | \frac{19}{10} | \frac{21}{11} | \frac{23}{12} | \frac{25}{13} | \frac{27}{14} | \frac{29}{15} | \frac{31}{16} | \frac{33}{17} | \frac{35}{18} | \frac{37}{19} | \frac{39}{20} | \frac{41}{21} | \frac{43}{22} | \frac{45}{23}$.

Multiplex ſuperparticularis ratio appellatur, ſi maior quantitas minorem pluries, quam ſemel comprehendat, & partem inſuper eius minoris quotam, alia enim dupla ſexquialtera dicitur, vt 5 ad 2, & $2\frac{1}{2}$, alia dupla ſexquitertia, vt 7 ad 3, vt $2\frac{1}{3}$, alia tripla ſexquitertia, vt 10 ad 3. vt $3\frac{1}{3}$. alia tripla ſexquiquarta, vt 13 ad 4, vt $3\frac{1}{4}$. alia quadrupla ſexquiquarta, vt 17 ad 4, vt $4\frac{1}{4}$. alia quadrupla ſexquiquinta, vt 21 ad 5, vt $4\frac{1}{5}$. alia quincupla ſexquiſexta, vt 31 ad 6, vt $5\frac{1}{6}$. alia ſextupla ſexquiſeptima, vt 43 ad 7, vt $6\frac{1}{7}$. alia ſeptupla ſexquioctaua, vt 57 ad 8, vt $7\frac{1}{8}$. alia octupla ſexquinona, vt 73 ad 9, vt $8\frac{1}{9}$. alia nouupla ſexquidecima, vt 91 ad 10, vt $9\frac{1}{10}$.

Si igitur inferiorem lineam ſuperparticularium ſuperiori coniunxeris, & productos eiſdem inferioribus numeris ſupraſcripſeris cõſices etiã differentias multiplicis ſuperparticularis, ſub ratione dupla.

$\frac{5}{2}$ $\frac{7}{3}$ | $\frac{9}{4}$ | $\frac{11}{5}$ | $\frac{13}{6}$ | $\frac{15}{7}$ | $\frac{17}{8}$ | $\frac{19}{9}$ | $\frac{21}{10}$ | $\frac{23}{11}$ | $\frac{25}{12}$ | $\frac{27}{13}$ | $\frac{29}{14}$ | $\frac{31}{15}$ | $\frac{33}{16}$ | $\frac{55}{17}$ | $\frac{37}{18}$ | $\frac{39}{19}$ | $\frac{41}{20}$ | $\frac{45}{21}$ | $\frac{45}{22}$ | $\frac{47}{23}$.

Sequentes vero ſub ratione tripla oſtendentur, vt

$\frac{7}{2}$ | $\frac{10}{3}$ | $\frac{13}{4}$ | $\frac{16}{5}$ | $\frac{19}{6}$ | $\frac{22}{7}$ | $\frac{25}{8}$ | $\frac{28}{9}$ | $\frac{31}{10}$ | $\frac{34}{11}$ | $\frac{37}{12}$ | $\frac{40}{13}$ | $\frac{43}{14}$ | $\frac{46}{15}$ | $\frac{49}{16}$ | $\frac{52}{17}$ | $\frac{55}{18}$ | $\frac{58}{19}$ | $\frac{61}{20}$ | $\frac{64}{21}$ |.

Multiplex ſuperpartiens appellatur, ſi maior quantitas minorem pluries quam ſemel comprehendat, & partem inſuper ipſius minoris, non quotam, ſed ex quotis illius partibus reſultantem. Hinc fit vt vnaquæque multiplicis differentia, ſingulas differentias ipſius rationis ſuperpartientis, indifferenter admittat, Erit enim, aut dupla ſuperbipartiens tertias, vt 8 ad 3, vt $2\frac{2}{3}$. aut dupla ſupertripartiens quartas, vt 11 ad 4, vt $2\frac{3}{4}$. aut dupla ſuperquadripartiens quintas, vt 14 ad 5, vt $2\frac{4}{5}$. aut tripla ſupertripartiens quartas, vt 15 ad 4, vt $3\frac{3}{4}$. aut quadrupla ſuperquadripartiens quintas, vt 29 ad 5, vt $5\frac{4}{5}$. aut ſextupla ſupertripartiens quintas, vt 33 ad 5, vt $6\frac{3}{5}$. aut ſeptupla quineupartiens ſextas, vt 47 ad 6, vt $7\frac{5}{6}$. aut octupla ſuperquincupartiens octauas, vt 69 ad 8, vt $8\frac{5}{8}$. aut nonupla ſuperſeptipartiens octauas, vt 79 ad 8, vt $9\frac{7}{8}$. aut nonupla ſupertripartiens octauas, vt 75 ad 8, vt $9\frac{3}{8}$. aut decupla ſuperſeptipartiens nonas, vt 97 ad 9, vt $10\frac{7}{9}$. Fient etiam ſingulæ multiplicis ſuperpartientis differentiæ ſub ratione dupla comprehenſæ, ſi infimum ſuperpartientium numerorum ordinem ſuperiori ſingulatim adiunxeris, & reſultantes inde numeros, eiſdem inferioribus comparaueris, vt in ſequentibus figuris.

$\frac{8}{3}$ | $\frac{11}{4}$ | $\frac{14}{5}$ | $\frac{17}{6}$ | $\frac{20}{7}$ | $\frac{23}{8}$ | $\frac{26}{9}$ | $\frac{29}{10}$ | $\frac{32}{11}$ | $\frac{35}{12}$ | $\frac{38}{13}$ | $\frac{41}{14}$ | $\frac{44}{15}$ | $\frac{47}{16}$ | $\frac{50}{17}$ | $\frac{53}{18}$ | $\frac{56}{19}$ |.

Quæ ſub raione tripla continentur ſunt hæc.

$\frac{11}{3}$ | $\frac{15}{4}$ | $\frac{19}{5}$ $\frac{23}{6}$ | $\frac{27}{7}$ | $\frac{31}{8}$ | $\frac{35}{9}$ | $\frac{39}{10}$ | $\frac{43}{11}$ | $\frac{47}{12}$ | $\frac{51}{13}$ | $\frac{55}{14}$ | $\frac{59}{15}$ | $\frac{65}{16}$ | $\frac{67}{17}$ | $\frac{71}{18}$ | $\frac{75}{19}$ | $\frac{79}{20}$ | $\frac{83}{21}$ |.

Et in hunc modum conſequenter ſingulas multiplicis ſuperpartientis differentias, ſub cæteris multiplicibus rationibus contentas reſpondenter procreare licebit.

Igitur ex præmiſſis colligitur, quòd multiplex ratio continet minorem pluries integre, hoc eſt abſque aliqua quota parte.

Superparticularis autem ſemel, & partem quotam.

Superpartiens vero ſemel, & partem ex quotis.

Multiplex ſuperparticularis pluries quam ſemel, & partem quotam.

Multiplex

Multiplex tandem ſuperpartiens pluries quam ſemel, & partem ex quotis.

Si vero vnicuique dictarum ſpecierum hanc ſillabam ſub adieceris, eas in minoris inæqualitatis rationes, vel facile conuertes.

Eſt etiam aliud proportionis genus, quam arithmeticam vocant, quæ non conſiderat quoties maior quantitas continet minorem, nec quoties minor numerat maiorem, ſed tantum differentiam, vel exceſſum terminorum. Nam geometrica proportio 7 ad 3. eſt dupla ſexquitertia, ſed arithmetice dicimus differentiam dictorum duorum terminorum eſſe 4. quia 7 ſuperat 3 per 4. & hoc modo conſideratur proportio arithmetica, vt dictum fuit in progreſſionibus, & potius poteſt dici progreſſio, quam proportio.

PRO operationibus quatuor proportionum, ſciendum eſt, quòd idem eſt duas rationes aggregare, quòd vnam per reliquam multiplicare. Ac vnam ex alia ſubtrahere, quòd illam maiorem diuidere per minorem. Cum additio per multiplicationem, & ſubtractio per diuiſionem in rationibus abſoluatur. Trahitur hęc regula ex 24ª 6ⁱ & 5ª 8ⁱ Euclidis.

Exemplũ additionis & multiplicationis, demus triplam inter hos terminos 9 & 3 & duplam inter hos 4 & 2. duco denominatores inuicem, 2 in 3. fit 6, deinde numeratores 4 in 9, fit 36. qui 36 ad 6. habent rationem ſextuplam. $\frac{9}{3}$ — $\frac{4}{2}$ fit $\frac{36}{6}$

Exemplum ſuperparticularis, detur ſexquialtera, vt 3 ad 2, & ſexquitertia, vt 4 ad 3, duco denominatores 2 in 3. fit 6. deinde numeratores 3 in 4. fit 12, qui 12 ad 6. habent rationem duplam. $\frac{3}{2}$ — $\frac{4}{3}$ fit $\frac{12}{6}$

Exemplum ſuperpartientis, detur bipartiens tertias, vt 5 ad 3, & tripartiens quartas, vt 7 ad 4. duco denominatores 3 in 4, fit 12. deinde numeratores 5 in 7. fit 35, qui 35 ad 12 habent rationem duplam vndecupartientem duodecimas. $\frac{7}{4}$ — $\frac{5}{3}$ fit $\frac{35}{12}$

Exemplum vbi vna eſt maioris, altera minoris inæqualitatis. Detur ſubdupla inter hos terminos 1 & 2, & ſexquitertia inter hos 3 & 2, duco denominatores 2 in 2, fit 4, deinde numeratores 1 in 3. fit 3. qui 3 ad 4, habet rationem ſubſexquitertiam. $\frac{1}{2}$ — $\frac{3}{2}$ fit $\frac{3}{4}$

Si vero ſunt plures duabus, duco antecedẽtẽ primę, in antecedẽtẽ ſecũdę, et inde productũ in antecedẽtẽ tertię, et ĩde productũ in antecedẽtẽ quartę, ac deinceps vſq; ad vltimã, ĩde productũ pono pro antecedẽte. $\frac{2}{1}$ — $\frac{3}{2}$ — $\frac{3}{4}$ — $\frac{5}{3}$ fit $\frac{90}{24}$

Deinde eodem ordine duco conſequentem primæ, in conſequentem ſecundæ, & inde productum in conſequentem tertiæ, & inde productum in conſequentem quartæ, eodem ordine procedendo vſque ad vltimam, vltimum productum, pono pro conſequente, producitur tandem $\frac{90}{24}$ qui 90 ad 24, habet rationem triplam ſupertripartientem quartas.

Operatio ſubtractionis & diuiſionis rationum trahitur a conuerſo 24.ᵉ 6.ⁱ & 5.ᵉ 8.ⁱ Euclidis.

Sit igitur ratio dupla, ex tripla ſubducenda, vel tripla per du-
$\frac{9}{3}$X$\frac{4}{2}$ *plam diuidenda, inter hos terminos, 9 & 3, & 4, & 2, duco in decuſſim denominatorem vnius, in numeratorem alterius, & econ-*
fit $\frac{18}{12}$ *tra, vt 2 in 9, fit 18, & 3 in 4, fit 12, qui 18 ad 12, habent rationem ſexquialteram.*

$\frac{3}{2}$X$\frac{4}{3}$ *Exemplum ſuperparticularis, inter terminos 3 & 2 & 4 & 3, du-*
fit $\frac{9}{8}$ *co in decuſſim, vt prius, fiunt 9 & 8. qui 9 ad 8 habet rationem ſexquioctauam.*

$\frac{7}{4}$X$\frac{5}{13}$ *Exemplum ſuperpartientis, inter hos terminos, 7 & 4, & 5 & 3.*
fit $\frac{21}{20}$ *Duco in decuſſim vt prius, fiunt 21 & 20, qui 21 ad 20, habet rationem ſexquiuigeſimam.*

Aliud exemplum $\frac{4}{2}$X$\frac{9}{3}$, duco in decuſſim vt prius, fit 12 & 18, hoc eſt $\frac{12}{18}$. qui 12 ad 18, habet rationem ſubſexquialteram.

Item ſit in exemplum $\frac{4}{3}$X$\frac{3}{2}$, duco in decuſſim, fit 8 & 9, hoc eſt $\frac{8}{9}$, qui 8 ad 9, habet rationem ſubſexquioctauam.

Item $\frac{5}{3}$X$\frac{7}{4}$, duco in decuſſim, fit 20 & 21, hoc eſt $\frac{20}{21}$, qui 20 ad 21, habet rationem ſubſexquiuigeſimam.

REGVLA *quatuor quantitatum proportionalium, vulgo trium fundatur in Euclide in 15.ª 6.ⁱ cuius hæc ſunt verba.*

Si fuerint quatuor lineæ proportionales, quod ſub prima & vltima rectangulum continetur, æquum erit ei quod ſub duabus reliquis. Si vero quod ſub prima, & vltima continetur, æquum fuerit ei quod ſub duabus reliquis continetur rectangulum quatuor lineas proportionales eſſe conuenit.

Item in 20.ª 7.ⁱ cuius ſimiliter hæc ſunt verba.

Si fuerint quatuor numeri proportionales, quod ex ductu primi in vltimum producetur, æquum erit ei, quod ex ductu ſecundi in tertium. Si vero, quod ex primo in vltimum producetur, æquum

eſt ei

eſt ei, quod ex ſecundo in tertium illi quatuor numeri ſunt proportionales.

Igitur diuiſo eo, quod fit ex ductu ſecundi in tertium, per primum, exibit quartus numerus proportionalis.

Exemplum.

Si maſſa argenti ponderis librarum 70, veniet aureis 400. quantum veniet maſſa librarum 100? primus numerus proportionalis, eſt libræ 70, ſecundus ſunt aurei 400, tertius ſunt libræ 100. quartus eſt precium quod quæritur. ducto igitur ſecundo in tertium, & inde productum diuiſo per primum, exibit precium quæſitum pro quarto numero proportionali.

Duco igitur 400 ſecundum in 100 tertium, producuntur 40000, diuido per 70 primum, exit quartus $571\frac{3}{7}$, & eſt precium quæſitum, hoc eſt aurei $571\frac{3}{7}$.

Cum autem fuerit proportio primi ad ſecundum, vt tertij ad quartum, ſiue geometrica, ſiue arithmetica, erit proportio primi ad tertium, ſicut ſecundi ad quartum, & dicitur permutata, vt 6 ad 4, ſicut 15 ad 10, igitur 6 ad 15, vt 4 ad 10.

Et in arithmetica 8 ad 6, vt 12 ad 10, igitur 8 ad 12, vt 6 ad 10.

Et ſimiliter econuerſo, ſecundi ad primum, vt quarti ad tertium, vt 6 ad 4 veluti 15 ad 10, igitur 10 ad 15, vt 4 ad 6. Et ſimiliter in arithmetica.

Erit etiam coniuncto modo primi & ſecundi, ad ſecundum, vt tertij, & quarti ad quartum, vt 6 & 4, qui faciunt 10 ad 4, ſicuti 15 & 10, qui faciunt 25 ad 10.

Et ſimiliter econuerſo modo, & coniunctim, vt 6 & 4 ad 6 veluti 15 & 10, ad 15. vtraque enim proportio eſt ſuperbipartiens tertias, vt $1\frac{2}{3}$.

Et ſimiliter diuiſim, primi ad ſecundum, vt tertij ad quartum, igitur primi & ſecundi, ad reſiduum primi & ſecundi, ſicut tertij & quarti, ad reſiduum tertij & quarti, vt 6 ad 4, veluti 15 ad 10, igitur 6 ad 2, quod eſt reſiduum de 4, ſicuti 15 ad 5, quod eſt reſiduum de 10.

Et ſimiliter 4 ad 2, ſicut 10 ad 5. & econuerſo modo in omnibus. Et ſimiliter arithmeticę. verum arithmetica proportio in inuentione quarti termini non tenet.

Erit etiam proportio aggregati primi & ſecundi diuiſi per alterutrum,

utrū, ſicut aggregati tertij & quarti, d uiſi p r alterutrū. vt aggregatum 6 & 4 eſt 10 & aggregatum 15 & 10 eſt 25. diuido 10 per 4, exit 2 $\frac{1}{2}$; & per 6. exit 1 $\frac{2}{3}$, quorum proportio eſt ſexquialtera, vt 6 ad 4. Et ſimiliter diuiſo 25 per 10. exit 2 $\frac{1}{2}$. & per 15, 1 $\frac{2}{3}$. igitur exeuntia ſunt eadem, & in eadem proportione ſexquialtera.

Et ſi diuiſeris exeuntium aggregata per alterutram partem, exibunt ijdem, & in eadem proportione, vt aggrego 2 $\frac{1}{2}$. & 1 $\frac{2}{3}$. fit 4 $\frac{1}{6}$; diuido per 2 $\frac{1}{2}$. exit 1 $\frac{2}{3}$. & per 1 $\frac{2}{3}$. exit 2 $\frac{1}{2}$. quæ ſunt æqualia primis exeuntibus.

Quæſtiones particulares vſum regulæ clarificantes.

Quæſtio prima.

QVæro numerum proportionalem, 9 & 6 in continua proportione. propono quæſtionem in hunc modum. Si 9 dant 6, quantum dabunt 6? duco 6 ſecundum in 6 tertium, fit 36 diuido per 9 primum, exit 4 pro tertio numero proportionali.

Si vero vis quartum arguo ſic. Si 9 dat 6, quantum dabunt 4? duco 4 in 6, fit 24, diuido per 9. exit 2 $\frac{2}{3}$. Si vis quintum arguo ſic. Si 9 dant 6. quantum dabunt 2 $\frac{2}{3}$? Sequor regulam, exit 1 $\frac{7}{9}$. Et habeo quinque numeros in eadem proportione continue proportionales. Eodem modo poſſum procedere in infinitum, tam aſcendendo quàm deſcendendo. Nam aſcendendo ſic arguo. Si 6 dant 9. quantum dabunt 9? Seruo regulam, exit 13 $\frac{1}{2}$.

Deinde ſi 6 dant 9. quantum dabunt 13 $\frac{1}{2}$? ac deinceps.

Quæſtio 2.

SI quis emit brachia 4 panni precio librarum 15, & optat ſcire quanti ementur brachia 25. propono quatuor numeros inuicem proportionales, quorum quartus & ignotus, eſt numerus precij panni emendi, ad quem neceſſe eſt 25 eandem habere rationem, quam 4 ad 15. duco ergo 25 per 15, fit 375. diuido per 4. exit 93. & ſuperant libræ 3, quæ non poſſunt diuidi per 4. igitur eas reſoluo in ſolidos 60. quia libra continet ſolidos 20, diuido rurſum 60 per 4,

exeunt

exeunt ſolidi 15. igitur quartus numerus quæſitus continebit l. 93 ſ. 15. Tanti ementur brachia 25 panni.

Quæſtio 3.

SI libræ 100 olei valent libras 125, quanti ementur eiuſdem olei libræ 2350? duco 2350 in 125, fit 293750, diuido per 100, exit 2937. & ſuperant l. 50 ſ. quæ non poſſunt diuidi per 100 reſoluo eas in ſolidos, ducendo 50 in 20. fit 1000. diuido per 100, exeunt ſolidi 10. erit igitur numerus precij quæſitus l. 2937 ſ. 10.

Quæſtio 4.

SI pannus ſericus emptus fuerit precio l. 180. & vis ſcire quanti oporteat ipſum vendere, vt lucreris 16 pro 100. ſumo quatuor numeros proportionales. volo enim 100 verti in 116. igitur ſic propono quæſtionem.

Si 100 dant 116, quantum dabunt 180? duco 180, in 116, fit 20880. diuido per 100, exit 208; & ſuperſunt 80, quos reſoluo in ſolidos 1600, diuido rurſum per 100, exeunt ſolidi 16. Tantum vendere oportet.

Quòd ſi eandem ſummam l. 208 ſ. 16, diuiſeris per numerum brachiorum panni, naſcetur precium cuiuſlibet brachij. Vt ſuppono, quòd idem pannus contineat brachia 40. diuido l. 208 ſ. 16 per 40. exit l. 5 ſ. 4 d. 4 $\frac{4}{5}$ pro quolibet brachio panni.

Quæſtio 5.

SI e conuerſo quæſtio proponatur eſt pannus ſericus venundatus precio l. 208 ſ. 16, & lucratum eſt ad rationem 16 pro centeno, & quæratur quanti fuerit emptus, quia 116 prouenit ex 100. Propono in hunc modum ipſos numeros proportionales. Si 116 proueniunt ex 100, ex quo numero prodibunt l. 208 ſ. 16, duco l. 208 ſ. 16 in 100. fit 20880, diuido per 116, exeunt 180. Tanti fuit emptus.

Deinde ſi diuidis 180 per numerum brachiorum, exibit ſingulare precium cuiſlibet brachij.

Quæſtio 6.

EST pannus emptus precio l. 180, ſi venundetur l. 208 ſ. 16 ad quam rationem pro centeno ipſum lucrum perducetur?

Propono ſic tres numeros proportionales, ſi l. 180, dant l. 208 ſ. 16, quantum dabunt l. 100? duco l. 208 ſ. 16 in 100, fit 20880. diuido per 180, exeunt 116, a quibus aufero 100, reſtat 16.

Quæſtio 7.

PRO proportionando panis pondere, ad rationem precij frumenti, oportet ſcire, quòd Placentiæ ſextarius frumenti conficit libras 64 panis venalis, & quod libra diuiditur in vncias 12, vncia vero in denarios 24. Quando igitur precium ſextarij frumenti eſt ſolidorum 64, panis ſolidi vnius, ex eo confectus obſeruat pondus unciarum 12. Si idem ſextarius tritici, venerit ad precium ſolidorum 80, quæritur quot vnciarum ponderis, formandus erit panis ſolidi vnius; Propono ſic quæſtionem.

Si ſolidi 80 eſſent ſolidi 64. vnciæ 12 quot vnciæ eſſent? hoc fit quoniam diminuto precio frumenti, augetur pondus, & econuerſo, duco igitur 64 in 12, fit 768. diuido per 80, exit 9, & ſuperant vnciæ 48, quas reſoluo in denarios 1152, ducendo 48 in 24, diuido igitur 1152 per 80, exeunt denarij 14, & ſuperant 32, de quibus Placentini non curant, ob minimam iacturam, vnde infra denarios non deſcendunt, igitur vnciarum 9 & denariorum 14 in pondere formatur panis Placentiæ; ſolidi vnius, vbi ſextarius tritici ad precium ſolidorum 80 aſcenderit.

Vel diuido pondus ſextarij tritici per precium, hoc eſt libras 64 panis; per ſolidos 80 conuertendo libras 64, in vncias, vel denarios, tandem exibunt vnciæ 9, & denarij 14. Haud diſſimilem operandi rationem obſeruabis, in augendo panis pondere, vbi precium fuerit diminutum.

Quæſtio

Quæſtio 8.

SI quis optat ſcire a quo numero deducta tertia parte relinquantur 50, ſuppono aliquem numerum habentem tertiam partem, vtpote 3, cuius tertia pars eſt 1, aufero ex 3, reſtat 2.

Deinde ſi propono quæſtionem. Si 2 relinquitur ex 3, a quo relinquetur 50? duco 3 in 50, fit 150, diuido per 2, exit 75, numerus optatus.

Quæſtio 9.

ESto numerus cuius $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$, ſimul iuncta conficiant 60, quæritur quantus eſt? Hæc quæſtio vnica operatione reſolui non poteſt, quia portiones datæ non æquant vnitatem, quo caſu omnes datæ portiones ſimul aggregatæ pro vnitate ſumuntur. Deinde ad quæſtionis ſolutionem cum regula quatuor proportionalium proceditur. Inueſtigandus eſt igitur numerus partes denominatas habens, hoc modo. Duco denominatores primum in ſecundum, & inde productum in tertium, ac deinceps, donec producatur numerus partes omnes habens datas, vt 2, in 3, fit 6, deinde 6 in 4, fit 24, qui habet dimidium, tertium, & quartum. Nam dimidium eſt 12, tertium 8, & quartum 6, aggrego partes datas, 12, 8, & 6. fit 26, qui non æquat 24.

Deinde ſic propono quæſtionem. Si 26 dant 24, quem numerum dabunt 60? Duco 24 in 60, fit 1440, diuido per 26, exit $55\frac{5}{13}$. Tantus eſt numerus optatus, cuius dimidium eſt $27\frac{9}{13}$, tertium $18\frac{6}{13}$, quartum $13\frac{11}{13}$, quæ aggregata conficiunt 60.

Quæſtio 10.

TRes homines conueniunt, primus exponit l. 350, ſecundus l. 400, tertius l. 450, Facta rerum emptarum venditione, ſuperlucrati ſunt l. 1000, quæritur quantitas lucri competens vnicuique pro ratione pecuniæ expoſitæ. Aggrego pecunias omnes expoſitas 350, 400, & 450, fit 1200, pono 1200 pro primo proportionali,

& 1000 lucri pro ſecundo, pro tertio autem quamlibet ſummam particularem diſtinctè. Dueo igitur 1000 in 350, deinde diſtinctè in 400, tandem in 450, productos, deinde numeros diuido per 1200, exit pro primo l. 291 ſ. 13 d. 4, pro ſecundo l. 333 ſ. 6 d. 8, & pro tertio l. 375, aggrego, fit 1000.

Quæſtio 11.

EXponatur l. 150 diſtribuendæ tribus, primo $\frac{1}{2}$, ſecundo $\frac{1}{3}$, & tertio $\frac{1}{4}$, ſuma numerorum per præcedentia habentem dictas partes, & eſt 12, cuius partes quæſitæ ſunt 6. 4. & 3. aggrego fit 13. Deinde ſic propono quæſtionem, ſi 13 dant 6, vel 4, aut 3, quantum dabunt 150? ſeruo regulam, exit pro primo 69$\frac{3}{13}$, pro ſecundo 46$\frac{2}{13}$, tandem pro tertio 34$\frac{8}{13}$, aggrego, fit 150.

Quæſtio 12.

TRes homines ineunt ſocietatem eum conditione, quòd primus habeat $\frac{1}{2}$ lucri ſpectantis ſecundo, ſecundus habeat $\frac{1}{4}$ lucri ſpectantis tertio, lucrati ſunt 120. Quæritur pars vnicuique ſpectans, ſumo tres numeros quorum primus ſit $\frac{1}{2}$ ſecundi, & ſecundus $\frac{1}{4}$ tertij, vt 2. 4. 16. aggrego, fit 22, deinde ſic propono quæſtionem. Si 22 lucri venit ex 120, vnde 2? deinde 4? tandem 16? ſeruo regulam exit pro primo 10$\frac{10}{11}$, pro ſecundo 21$\frac{9}{11}$, & pro tertio 87$\frac{3}{11}$.

Quæſtio 13.

TRes homines conueniunt, primus exponit 350, per menſes 12. ſecundus 400, per menſes 10, tertius 450 per menſes 8 lucrati ſunt 1000. Quæritur quantum debetur vnicuique, pro ratione temporis, & pecuniæ, duco quamlibet ſummam pecuniæ in ſuum tempus, vt 350 in 12, fit 4200. Deinde 400 in 10, fit 4000, tandem 450 in 8, fit 3600, aggrego, fit 11800, facio igitur 11800 primum proportionalem, & 1000 lucri ſecundum, in tertio ordine pono ſingulos numeros, ex qualibet ſumma, & ſuo tempore reſultantes.

Deinde ſic propono quæſtionem, ſi 11800, dant 1000, quantum

tum dabunt 4200? deinde 4000? tandem 3600? ſeruo regulam, exit pro primo $355\frac{55}{59}$, *pro ſecundo* $338\frac{38}{59}$, *& pro tertio* $305\frac{5}{59}$, *quæ ſimul iuncta conficiunt 1000 lucri.*

Quæſtio 14.

DVo ineunt ſocietatem, primus exponit aureos 80 ſecundus 20, pacto conuento, quod primus habeat $\frac{2}{3}$ *lucri, ſecundus* $\frac{1}{3}$, *ſuperuenit tertius, qui aureos 120, expoſuit ratam lucri percepturus. Quæritur pars lucri cuiuſlibet.*

Aggrego $\frac{1}{3}$, *&* $\frac{2}{3}$, *fit* $\frac{3}{3}$, *aggrego 80 & 20, fit 100? deinde ſic propono quæſtionem. Si 100 lucrantur* $\frac{3}{3}$, *quantum 120? operor, exit* $\frac{6}{5}$, *pro tertio, tandem lucratis 500, partem ratam cuique ſic aſſigno. Aggrego primo partes lucri,* $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$, *&* $\frac{6}{5}$, *fit* $\frac{11}{5}$. *Deinde ſic propono quæſtionem. Si* $\frac{11}{5}$ *lucrantur 500, quantum* $\frac{1}{3}$? *deinde* $\frac{2}{3}$? *tandem* $\frac{6}{5}$? *operor, exit pro primo* $75\frac{25}{33}$. *pro ſecundo,* $151\frac{17}{33}$, *& pro tertio* $272\frac{24}{33}$. *Nam horum aggregatum eſt 500. Et primus habet* $\frac{1}{3}$, *ſecundus* $\frac{2}{3}$, *& tertius* $\frac{6}{5}$, *vt oportuit fieri.*

Quæſtio 15.

SI quis proponat, ſi l. 100 in menſibus 12 lucrantur 10, libræ 200 in menſibus 24, quantum lucrabuntur? Duco ſortes in ſua tempora, vt 100 in menſes 12, fit 1200, deinde 200 in menſes 24, fit 4800, deinde facio 1200 ſortem & tempus primum proportionalem, & 10 lucri ſecundum, & 4800 ſortem & tẽpus tertium.

Deinde ſic propono quæſtionem. Si 1200 ſors & tempus lucrantur 10, quantum lucrantur 4800, ſors & tempus; duco 4800 in 10, fit 48000, diuido per 1200, exit 40, tantum lucrantur l. 200 in menſibus 24 ad 10, pro 100.

SI vero quæris tempus in quo libræ 200 ad 10, pro 100 lucrantur l. 40, vel ſortem, ex qua in menſibus 24, prouenit lucrum librarum 40, tunc econuerſo propono quæſtionem.

Si 10 lucri in menſibus 12, prouenit ex libris 100, ſortis, libræ 40 lucri quanto tempore prouenient ex libris 200 ſortis?

Vel a quot libris ſortis in menſibus 24 prouenit lucrũ librarũ 40?

Duco 100 ſortem in menſes 12, fit 1200. Deinde ſic propono quæſtionem. Si 10 lucri prouenit ex 1200 ſorte & tempore, libræ 40 lucri, a quo tempore & ſorte prouenient? Duco 1200 in 40, fit 48000, diuido per 10, exit 4800 ſors & tempus. Deinde ſi volo tempus, diuido 4800 per ſortem 200, exeunt menſes 24, ſi volo ſortem, diuido 4800 per tempus 24, exeunt l. 200.

Poteſt etiam hæc quæſtio abſolui, vt in tribus figuris ſequentibus, ponendo ſemper vnitatem loco numeri quærendi, cum regula ſex quantitatum.

l. 100 in menſibus 12 lucrantur l. 10
l. 200 in menſibus 24 lucrantur l. 1

In hac prima figura, ſic propono quæſtionem.

Si libræ 100 in mēſibus 12 lucrantur libras 10, libræ 200 in menſibus 24 quantum lucrabuntur? Duco primum in ſecundum, & inde productum in ſextum, & productum ſeruo. Deinde duco quartum in quintum, & inde productum in tertium, & inde productum, diuido per numerum ſeruatum, quod exit eſt numerus quæſitus, vt l. 100 in 12, fit 1200, & 1200 in 1. fit idem. ſeruo.

Deinde duco 200 in 24, fit 4800, deinde 4800 in 10. fit 48000 Diuido per 1200 ſeruatos, exit 40, quæ poni debent in ſexto loco, loco vnitatis, pro numero quæſito.

In ſecunda figura, ſic propono quæſtionem.

l. 100 in menſibus 12 lucrantur 10
l. 200 in menſibus 1 lucrantur 40

Si l. 100 in menſibus 12 lucrantur l. 10, libræ 200, in quot menſibus lucrantur l. 40? Duco 10 tertium in 200 quartum, fit 2000, deinde 2000 in 1 quintum, fit 2000. ſeruo. Deinde duco 100 primum in 12 ſecundum, fit 1200. deinde 1200 in 40. ſextum fit 48000, diuido per 2000 ſeruatos, exit 24. numerus menſium quæſitus.

In ter-

In tertia vero figura ſic.

l. 100 *in menſibus* 12 *lucrantur* 10
l. 1 *in menſibus* 24 *lucrantur* 40

Si libræ 100 *in menſibus* 12 *lucrantur libras* 10. *quot libræ in menſibus* 24 *lucrantur libras* 40? *Duco* 10 *tertium in* 1 *quartum, fit* 10. *Deinde* 10 *in* 24 *quintum, fit* 240 *ſeruo. Deinde duco* 100 *primũ in* 12 *ſecundum, fit* 1200. *deinde* 1200 *in* 40 *ſextũ, fit* 48000, *diuido per* 240 *numerum ſeruatum, exit* 200 *numerus quæſitus. Idem iudicium de æquis manducantibus, & molaribus molis molentibus bladã in tanto tempore.*

Quia ex præmiſſis, & ſequentibus patet, quòd ſæpe ſolemus ratiocinari de ſorte, & tempore, ac lucro ex eis proueniente, vtile fore cenſeo modũ addendi et ſubtrahendi tempus docere: pro cuius intelligentia aſſignabitur ſuus progreſſionis continuæ numerus cuiq; menſi.

Ianuarius,	*Februarius,*	*Martius,*	*Aprilis,*	*Maius,*	*Iunius,*
1	2	3	4	5	6
Iulius,	*Auguſtus,*	*September,*	*October,*	*Nouember,*	*December,*
7	8	9	10	11	12

Quæſtio 16.

Cum volo ſubtrahere tempus, id vt in figura diſpono, ponendo numerum progreſſionis aſſignatum menſi loco menſis. Subtrahendo ſemper minus a maiori reſpectu numeri.

Exemplum, volo ſubtrahere tempus a die 17 *Maij* 1572, *ad diem* 23 *Martij* 1575. *Diſpono tempora vt in figura. Ponendo* 3 *loco menſis Martij, quia eſt numerus eidem aſſignatus, &* 5 *loco Maij.*

1575	*menſis*	3	*die*	23	
1572	*menſis*	5	*die*	17	
anni 2	*menſes*	10	*dies*	6	

Aufero dies 17 *a* 23, *reſtat* 6, *depono ſub linea ſolita. Deinde aufero menſes* 5 *a* 3, *non poſſum, addo menſes* 12 *ad* 3, *fit* 15, *aufero* 5 *a* 15, *reſtat* 10. *depono.*

Deinde

Si igitur inferiorem lineam ſuperparticularium ſuperiori coniunxeris, & productos eiſdem inferioribus numeris ſupraſcripſeris cõſices etiã differentias multiplicis ſuperparticularis, ſub ratione dupla.

$\frac{5}{2}$ | $\frac{7}{3}$ | $\frac{9}{4}$ | $\frac{11}{5}$ | $\frac{13}{6}$ | $\frac{15}{7}$ | $\frac{17}{8}$ | $\frac{19}{9}$ | $\frac{21}{10}$ | $\frac{23}{11}$ | $\frac{25}{12}$ | $\frac{27}{13}$ | $\frac{29}{14}$ | $\frac{31}{15}$ | $\frac{33}{16}$ | $\frac{35}{17}$ | $\frac{37}{18}$ | $\frac{39}{19}$ | $\frac{41}{20}$ | $\frac{43}{21}$ | $\frac{45}{22}$ | $\frac{47}{23}$.

Sequentes vero ſub ratione tripla oſtendentur, vt

$\frac{7}{2}$ | $\frac{10}{3}$ | $\frac{13}{4}$ | $\frac{16}{5}$ | $\frac{19}{6}$ | $\frac{22}{7}$ | $\frac{25}{8}$ | $\frac{28}{9}$ | $\frac{31}{10}$ | $\frac{34}{11}$ | $\frac{37}{12}$ | $\frac{40}{13}$ | $\frac{43}{14}$ | $\frac{46}{15}$ | $\frac{49}{16}$ | $\frac{52}{17}$ | $\frac{55}{18}$ | $\frac{58}{19}$ | $\frac{61}{20}$ | $\frac{64}{21}$ |.

Multiplex ſuperpartiens appellatur, ſi maior quantitas minorem pluries quam ſemel comprehendat, & partem inſuper ipſius minoris, non quotam, ſed ex quotis illius partibus reſultantem. Hinc fit vt vnaquæque multiplicis differentia, ſingulas differentias ipſius rationis ſuperpartientis, indifferenter admittat, Erit enim, aut dupla ſuperbipartiens tertias, vt 8 ad 3, vt 2 $\frac{2}{3}$. aut dupla ſupertripartiens quartas, vt 11 ad 4, vt 2$\frac{3}{4}$. aut dupla ſuperquadripartiens quintas, vt 14 ad 5, vt 2$\frac{4}{5}$. aut tripla ſupertripartiens quartas, vt 15 ad 4, vt 3$\frac{3}{4}$. aut quadrupla ſuperquadripartiens quintas, vt 29 ad 5, vt 5$\frac{4}{5}$. aut ſextupla ſupertripartiens quintas, vt 33 ad 5, vt 6$\frac{3}{5}$. aut ſeptupla quincupartiens ſextas, vt 47 ad 6, vt 7$\frac{5}{6}$. aut octupla ſuperquincupartiens octauas, vt 69 ad 8, vt 8$\frac{5}{8}$. aut nonupla ſuperſeptipartiens octauas, vt 79 ad 8, vt 9$\frac{7}{8}$. aut nonupla ſupertripartiens octauas, vt 75 ad 8, vt 9$\frac{3}{8}$. aut decupla ſuperſeptipartiens nonas, vt 97 ad 9, vt 10$\frac{7}{9}$. Fient etiam ſingulæ multiplicis ſuperpartientis differentiæ ſub ratione dupla comprehenſæ, ſi infimum ſuperpartientium numerorum ordinem ſuperiori ſingulatim adiunxeris, & reſultantes inde numeros, eiſdem inferioribus comparaueris, vt in ſequentibus figuris.

$\frac{8}{3}$ | $\frac{11}{4}$ | $\frac{14}{5}$ | $\frac{17}{6}$ | $\frac{20}{7}$ | $\frac{23}{8}$ | $\frac{26}{9}$ | $\frac{29}{10}$ | $\frac{32}{11}$ | $\frac{35}{12}$ | $\frac{38}{13}$ | $\frac{41}{14}$ | $\frac{44}{15}$ | $\frac{47}{16}$ | $\frac{50}{17}$ | $\frac{53}{18}$ | $\frac{56}{19}$ |.

Quæ ſub raione tripla continentur ſunt hæc.

$\frac{11}{3}$ | $\frac{15}{4}$ | $\frac{19}{5}$ $\frac{23}{6}$ | $\frac{27}{7}$ | $\frac{31}{8}$ | $\frac{35}{9}$ | $\frac{39}{10}$ | $\frac{43}{11}$ | $\frac{47}{12}$ | $\frac{51}{13}$ | $\frac{55}{14}$ | $\frac{39}{15}$ | $\frac{63}{16}$ | $\frac{67}{17}$ | $\frac{71}{18}$ | $\frac{75}{19}$ | $\frac{79}{20}$ | $\frac{83}{21}$ |.

Et in hunc modum conſequenter ſingulas multiplicis ſuperpartientis differentias, ſub cæteris multiplicibus rationibus contentas reſpondenter procreare licebit.

Igitur ex præmiſſis colligitur, quòd multiplex ratio continet minorem pluries integre, hoc eſt abſque aliqua quota parte.

Superparticularis autem ſemel, & partem quotam.

Superpartiens vero ſemel, & partem ex quotis.

Multiplex ſuperparticularis pluries quam ſemel, & partem quotam.

Multiplex

Multiplex tandem ſuperpartiens pluries quam ſemel, & partem ex quotis.

Si vero vnicuique dictarum ſpecierum hanc ſillabam ſub adieceris, eas in minoris inæqualitatis rationes, vel facile conuertes.

Eſt etiam aliud proportionis genus, quam arithmeticam vocant, quæ non conſiderat quoties maior quantitas continet minorem, nec quoties minor numerat maiorem, ſed tantum differentiam, vel exceſſum terminorum. Nam *geometrica proportio 7 ad 3. eſt dupla ſexquitertia, ſed arithmetice dicimus differentiam dictorum duorum terminorum eſſe 4. quia 7 ſuperat 3 per 4. & hoc modo conſideratur proportio arithmetica, vt dictum fuit in progreſſionibus, & potius poteſt dici progreſſio, quam proportio.*

PRO *operationibus quatuor proportionum, ſciendum eſt, quòd idem eſt duas rationes aggregare, quòd vnam per reliquam multiplicare.* Ac *vnam ex alia ſubtrahere, quòd illam maiorem diuidere per minorem.* Cum *additio per multiplicationem, & ſubtractio per diuiſionem in rationibus abſoluatur. Trahitur hęc regula ex 24.ª 6.ⁱ & 5.ª 8.ⁱ Euclidis.*

Exemplũ additionis & multiplicationis, demus triplam inter hos terminos 9 & 3 & duplam inter hos 4 & 2. duco denominatores inuicem, 2 in 3. fit 6, deinde numeratores 4 in 9, fit 36. qui 36 ad 6. habent rationem ſextuplam. $\frac{9}{3}$ — $\frac{4}{2}$ fit $\frac{36}{6}$

Exemplum ſuperparticularis, detur ſexquialtera, vt 3 ad 2, & ſexquitertia, vt 4 ad 3, duco denominatores 2 in 3. fit 6. deinde numeratores 3 in 4. fit 12, qui 12 ad 6. habent rationem duplam. $\frac{3}{2}$ — $\frac{4}{3}$ fit $\frac{12}{6}$

Exemplum *ſuperpartientis, detur bipartiens tertias, vt 5 ad 3, & tripartiens quartas, vt 7 ad 4. duco denominatores 3 in 4, fit 12. deinde numeratores 5 in 7. fit 35, qui 35 ad 12 habent rationem duplam vndecupartientem duodecimas.* $\frac{7}{4}$ — $\frac{5}{3}$ fit $\frac{35}{12}$

Exemplum vbi vna eſt maioris, altera minoris inæqualitatis.

Detur ſubdupla inter hos terminos 1 & 2, & ſexquitertia inter hos 3 & 2, duco denominatores 2 in 2, fit 4. deinde numeratores 1 in 3. fit 3. qui 3 ad 4, habet rationem ſubſexquitertiam. $\frac{1}{2}$ — $\frac{3}{2}$ fit $\frac{3}{4}$

Si vero ſunt plures duabus, duco antecedẽtẽ primę, in antecedẽtẽ ſecũdę, et inde productũ in antecedẽtẽ tertię, et ĩde productũ in antecedẽtẽ quartę, ac deinceps vſq; ad vltimã, ĩde productũ pono pro antecedẽte. $\frac{2}{1}$ — $\frac{3}{2}$ — $\frac{3}{4}$ — $\frac{5}{3}$ fit $\frac{90}{24}$

Deinde eodem ordine duco conſequentem primæ, in conſequentem ſecundæ, & inde productum in conſequentem tertiæ, & inde productum in conſequentem quartæ, eodem ordine procedendo vſque ad vltimam, vltimum productum, pono pro conſequente, producitur tandem $\frac{90}{24}$ qui 90 ad 24, habet rationem triplam ſupertripartientem quartas.

Operatio ſubtractionis & diuiſionis rationum trahitur a conuerſo 24^{e} 6^{i} & 5^{e} 8^{i} Euclidis.

$\frac{9}{3}$ X $\frac{4}{2}$

fit $\frac{18}{12}$

Sit igitur ratio dupla, ex tripla ſubducenda, vel tripla per duplam diuidenda, inter hos terminos, 9 & 3, & 4, & 2, duco in decuſſim denominatorem vnius, in numeratorem alterius, & econtra, vt 2 in 9, fit 18, & 3 in 4, fit 12, qui 18 ad 12, habent rationem ſexquialteram.

$\frac{3}{2}$ X $\frac{4}{3}$ fit $\frac{9}{8}$

Exemplum ſuperparticularis, inter terminos 3 & 2 & 4 & 3, duco in decuſſim, vt prius, fiunt 9 & 8. qui 9 ad 8 habet rationem ſexquioctauam.

$\frac{7}{4}$ X $\frac{5}{3}$ fit $\frac{21}{20}$

Exemplum ſuperpartientis, inter hos terminos, 7 & 4, & 5 & 3. Duco in decuſſim vt prius, fiunt 21 & 20, qui 21 ad 20, habet rationem ſexquiuigeſimam.

Aliud exemplum $\frac{4}{2}$ X $\frac{9}{3}$, duco in decuſſim vt prius, fit 12 & 18, hoc eſt $\frac{12}{18}$. qui 12 ad 18, habet rationem ſubſexquialteram.

Item ſit in exemplum $\frac{4}{3}$ X $\frac{3}{2}$, duco in decuſſim; fit 8 & 9, hoc eſt $\frac{8}{9}$, qui 8 ad 9, habet rationem ſubſexquioctauam.

Item $\frac{5}{3}$ X $\frac{7}{4}$, duco in decuſſim, fit 20 & 21, hoc eſt $\frac{20}{21}$; qui 20 ad 21, habet rationem ſubſexquiuigeſimam.

REGVLA *quatuor quantitatum proportionalium, vulgo trium fundatur in Euclide in 15^{a} 6^{i} cuius hæc ſunt verba.*

Si fuerint quatuor lineæ proportionales, quod ſub prima & vltima rectangulum continetur, æquum erit ei quod ſub duabus reliquis. Si vero quod ſub prima, & vltima continetur, æquum fuerit ei quod ſub duabus reliquis continetur rectangulum quatuor lineas proportionales eſſe conuenit.

Item in 20^{a} 7^{i} cuius ſimiliter hæc ſunt verba.

Si fuerint quatuor numeri proportionales, quod ex ductu primi in vltimum producetur, æquum erit ei, quod ex ductu ſecundi in tertium. Si vero, quod ex primo in vltimum producetur, æquum

eſt ei, quod ex ſecundo in tertium illi quatuor numeri ſunt proportionales.

Igitur diuiſo eo, quod fit ex ductu ſecundi in tertium, per primum, exibit quartus numerus proportionalis.

Exemplum.

Si maſſa argenti ponderis librarum 70, veniet aureis 400. quantum veniet maſſa librarum 100? primus numerus proportionalis, eſt libra 70, ſecundus ſunt aurei 400, tertius ſunt libræ 100. quartus eſt precium quod quæritur. ducto igitur ſecundo in tertium, & inde productum diuiſo per primum, exibit precium quæſitum pro quarto numero proportionali.

Duco igitur 400 ſecundum in 100 tertium, producuntur 40000, diuido per 70 primum, exit quartus $571\frac{3}{7}$, & eſt precium quæſitum, hoc eſt aurei $571\frac{3}{7}$.

Cum autem fuerit proportio primi ad ſecundum, vt tertij ad quartum, ſiue geometrica, ſiue arithmetica, erit proportio primi ad tertium, ſicut ſecundi ad quartum, & dicitur permutata, vt 6 ad 4, ſicut 15 ad 10, igitur 6 ad 15, vt 4 ad 10.

Et in arithmetica 8 ad 6, vt 12 ad 10, igitur 8 ad 12, vt 6 ad 10.

Et ſimiliter econuerſo; ſecundi ad primum, vt quarti ad tertium, vt 6 ad 4 veluti 15 ad 10, igitur 10 ad 15, vt 4 ad 6. Et ſimiliter in arithmetica.

Erit etiam coniuncto modo primi & ſecundi, ad ſecundum, vt tertij, & quarti ad quartum, vt 6 & 4, qui faciunt 10 ad 4, ſicuti 15 & 10, qui faciunt 25 ad 10.

Et ſimiliter econuerſo modo, & coniunctim, vt 6 & 4 ad 6 veluti 15 & 10, ad 15. vtraque enim proportio eſt ſuperbipartiens tertias, vt $1\frac{2}{3}$.

Et ſimiliter diuiſim, primi ad ſecundum, vt tertij ad quartum, igitur primi & ſecundi, ad reſiduum primi & ſecundi, ſicut tertij & quarti, ad reſiduum tertij & quarti, vt 6 ad 4, veluti 15 ad 10, igitur 6 ad 2, quod eſt reſiduum de 4, ſicuti 15 ad 5, quod eſt reſiduum de 10.

Et ſimiliter 4 ad 2, ſicut 10 ad 5. & econuerſo modo in omnibus. Et ſimiliter arithmeticę. verum arithmetica proportio in inuentione quarti termini non tenet.

Erit etiam proportio aggregati primi & ſecundi diuiſi per alterutrum,

utrũ, ſicut aggregati tertij & quarti, diuiſi per alterutrũ. vt aggregatum 6 & 4 eſt 10 & aggregatum 15 & 10 eſt 25. diuido 10 per 4, exit $2\frac{1}{2}$, & per 6. exit $1\frac{2}{3}$, quorum proportio eſt ſexquialtera, vt 6 ad 4. Et ſimiliter diuiſo 25 per 10. exit $2\frac{1}{2}$. & per 15, $1\frac{2}{3}$. igitur exeuntia ſunt eadem, & in eadem proportione ſexquialtera.

Et ſi diuiſeris exeuntium aggregata per alterutram partem, exibunt ijdem, & in eadem proportione, vt aggrego $2\frac{1}{2}$. & $1\frac{2}{3}$. fit $4\frac{1}{6}$. diuido per $2\frac{1}{2}$. exit $1\frac{2}{3}$. & per $1\frac{2}{3}$. exit $2\frac{1}{2}$. quæ ſunt æqualia primis exeuntibus.

Quæſtiones particulares vſum regulæ clarificantes.

Quæſtio prima.

Q Varo numerum proportionalem, 9 & 6 in continua proportione. propono quæſtionem in hunc modum. Si 9 dant 6. quantum dabunt 6? duco 6 ſecundum in 6 tertium, fit 36 diuido per 9 primum, exit 4 pro tertio numero proportionali.

Si vero vis quartum arguo ſic. Si 9 dat 6, quantum dabunt 4? duco 4 in 6, fit 24, diuido per 9. exit $2\frac{2}{3}$. Si vis quintum arguo ſic. Si 9 dant 6. quantum dabunt $2\frac{2}{3}$? Sequor regulam, exit $1\frac{7}{9}$. Et habeo quinque numeros in eadem proportione continue proportionales. Eodem modo poſſum procedere in infinitum, tam aſcendendo quàm deſcendendo. Nam aſcendendo ſic arguo. Si 6 dant 9. quantum dabunt 9? Seruo regulam, exit $13\frac{1}{2}$.

Deinde ſi 6 dant 9. quantum dabunt $13\frac{1}{2}$? ac deinceps.

Quæſtio 2.

S I quis emit brachia 4 panni precio librarum 15, & optat ſcire quanti ementur brachia 25. propono quatuor numeros inuicem proportionales, quorum quartus & ignotus, eſt numerus precij panni emendi, ad quem neceſſe eſt 25 eandem habere rationem, quam 4 ad 15. duco ergo 25 per 15, fit 375. diuido per 4. exit 93. & ſuperant libræ 3, quæ non poſſunt diuidi per 4. igitur eas reſoluo in ſolidos 60. quia libra continet ſolidos 20, diuido rurſum 60 per 4,

exeunt ſolidi 15. igitur quartus numerus quæſitus continebit l. 93 ſ. 15. Tanti ementur brachia 25 panni.

Quæſtio 3.

SI libra 100 olei valent libras 125, quanti ementur eiuſdem olei libræ 2350? duco 2350 in 125, fit 293750, diuido per 100, exit 2937. & ſuperant l. 50 ſ. quæ non poſſunt diuidi per 100 reſoluo eas in ſolidos, ducendo 50 in 20. fit 1000. diuido per 100, exeunt ſolidi 10. erit igitur numerus precij quæſitus l. 2937 ſ. 10.

Quæſtio 4.

SI pannus ſericus emptus fuerit precio l. 180. & vis ſcire quanti oporteat ipſum vendere, vt lucreris 16 pro 100. ſumo quatuor numeros proportionales. volo enim 100 verti in 116. igitur ſic propono quæſtionem.

Si 100 dant 116, quantum dabunt 180? duco 180, in 116, fit 20880. diuido per 100, exit 208; & ſuperſunt 80, quos reſoluo in ſolidos 1600, diuido rurſum per 100, exeunt ſolidi 16. Tantum vendere oportet.

Quòd ſi eandem ſummam l. 208 ſ. 16, diuiſeris per numerum brachiorum panni, naſcetur precium cuiuſlibet brachij. Vt ſuppono, quòd idem pannus contineat brachia 40. diuido l. 208 ſ. 16 per 40. exit l. 5 ſ. 4 d. 4 $\frac{4}{5}$ pro quolibet brachio panni.

Quæſtio 5.

SI econuerſo quæſtio proponatur eſt pannus ſericus venundatus precio l. 208 ſ. 16, & lucratum eſt ad rationem 16 pro centeno, & quæratur quanti fuerit emptus, quia 116 prouenit ex 100. Propono in hunc modum ipſos numeros proportionales. Si 116 proueniunt ex 100, ex quo numero prodibunt l. 208 ſ. 16, duco l. 208 ſ. 16 in 100. fit 20880, diuido per 116, exeunt 180. Tanti fuit emptus.

Deinde

Quæſtio 8.

SI quis optat ſcire a quo numero deducta tertia parte relinquantur 50, ſuppono aliquem numerum habentem tertiam partem, vtpote 3, cuius tertia pars eſt 1, aufero ex 3, reſtat 2.

Deinde ſi propono quæſtionem. Si 2 relinquitur ex 3, a quo relinquetur 50? duco 3 in 50, fit 150, diuido per 2, exit 75, numerus optatus.

Quæſtio 9.

ESto numerus cuius $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$, ſimul iuncta conficiant 60, quæritur quantus eſt? Hæc quæſtio vnica operatione reſolui non poteſt, quia portiones datæ non æquant vnitatem, quo caſu omnes datæ portiones ſimul aggregatæ pro vnitate ſumuntur. Deinde *ad quæſtionis ſolutionem cum regula quatuor proportionalium proceditur. Inueſtigandus eſt igitur numerus partes denominatas habens, hoc modo.* Duco *denominatores primum in ſecundum, & inde productum in tertium, ac deinceps, donec producatur numerus partes omnes habens datas, vt 2, in 3, fit 6, deinde 6 in 4, fit 24, qui habet dimidium, tertium, & quartum.* Nam *dimidium eſt 12, tertium 8, & quartum 6, aggrego partes datas, 12, 8, & 6. fit 26, qui non æquat 24.*

Deinde *ſic propono quæſtionem. Si 26 dant 24, quem numerum dabunt 60?* Duco *24 in 60, fit 1440, diuido per 26, exit $55\frac{5}{13}$. Tantus eſt numerus optatus, cuius dimidium eſt $27\frac{9}{13}$, tertium $18\frac{6}{13}$, quartum $13\frac{11}{13}$, quæ aggregata conficiunt 60.*

Quæſtio 10.

TRes homines conueniunt, primus exponit l. 350, ſecundus l. 400, tertius l. 450. Facta rerum emptarum venditione, ſuperlucrati ſunt l. 1000, quæritur quantitas lucri competens vnicuiq; pro ratione pecuniæ expoſitæ. Aggrego pecunias omnes expoſitas 350, 400, & 450, fit 1200, pono 1200 pro primo proportionali,

& 1000 lucri pro ſecundo, pro tertio autem quamlibet ſummam particularem diſtincte. Duco igitur 1000 in 350, deinde diſtincte in 400, tandem in 450, productos, deinde numeros diuido per 1200, exit pro primo l. 291 ſ. 13 d. 4, pro ſecundo l. 333 ſ. 6 d. 8, & pro tertio l. 375, aggrego, fit 1000.

Quæſtio 11.

EXponatur l. 150 diſtribuenda tribus, primo $\frac{1}{2}$, ſecundo $\frac{1}{3}$, & tertio $\frac{1}{4}$, ſuma numerorum per præcedentia habentem dictas partes, & eſt 12, cuius partes quæſitæ ſunt 6. 4. & 3. aggrego fit 13. Deinde ſic propono quæſtionem, ſi 13 dant 6, vel 4, aut 3, quantum dabunt 150? ſeruo regulam, exit pro primo $69\frac{3}{13}$, pro ſecundo $46\frac{2}{13}$, tandem pro tertio $34\frac{8}{13}$, aggrego, fit 150.

Quæſtio 12.

TRes homines ineunt ſocietatem cum conditione, quòd primus habeat $\frac{1}{2}$ lucri ſpectantis ſecundo, ſecundus habeat $\frac{1}{4}$ lucri ſpectantis tertio, lucrati ſunt 120. Quæritur pars vnicuique ſpectans, ſumo tres numeros quorum primus ſit $\frac{1}{2}$ ſecundi, & ſecundus $\frac{1}{4}$ tertij, vt 2. 4. 16. aggrego, fit 22, deinde ſic propono quæſtionem. Si 22 lucri venit ex 120, vnde 2? deinde 4? tandem 16? ſeruo regulam exit pro primo $10\frac{10}{11}$, pro ſecundo $21\frac{9}{11}$, & pro tertio $87\frac{3}{11}$.

Quæſtio 13.

TRes homines conueniunt, primus exponit 350, per menſes 12. ſecundus 400, per menſes 10, tertius 450 per menſes 8 lucrati ſunt 1000. Quæritur quantum debetur vnicuique, pro ratione temporis, & pecuniæ, duco quamlibet ſummam pecuniæ in ſuum tempus, vt 350 in 12, fit 4200. Deinde 400 in 10, fit 4000, tandem 450 in 8, fit 3600, aggrego, fit 11800, facio igitur 11800 primum proportionalem, & 1000 lucri ſecundum, in tertio ordine pono ſingulos numeros, ex qualibet ſumma, & ſuo tempore reſultantes.

Deinde ſic propono quæſtionem, ſi 11800, dant 1000, quantum

tum dabunt 4200 ? deinde 4000 ? tandem 3600 ? ſeruo regulam, exit pro primo 355$\frac{55}{59}$, pro ſecundo 338$\frac{58}{59}$, & pro tertio 305$\frac{5}{59}$, quæ ſimul iuncta conficiunt 1000 lucri.

Quæſtio 14.

D*Vo ineunt ſocietatem, primus exponit aureos 80 ſecundus 20, pacto conuento, quod primus habeat $\frac{2}{3}$ lucri, ſecundus $\frac{1}{3}$, ſuperuenit tertius, qui aureos 120, expoſuit ratam lucri percepturus. Quæritur pars lucri cuiuſlibet.*

Aggrego $\frac{1}{3}$, & $\frac{2}{3}$, fit $\frac{3}{3}$, aggrego 80 & 20, fit 100 ? deinde ſic propono quæſtionem. Si 100 lucrantur $\frac{3}{3}$, quantum 120 ? operor, exit $\frac{6}{5}$, pro tertio, tandem lucratis 500, partem ratam cuique ſic aſſigno. Aggrego primo partes lucri, $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$, & $\frac{6}{5}$, fit $\frac{11}{5}$. Deinde ſic propono quæſtionem. Si $\frac{11}{5}$ lucrantur 500, quantum $\frac{1}{3}$? deinde $\frac{2}{3}$? tandem $\frac{6}{5}$? operor, exit pro primo 75$\frac{25}{33}$. pro ſecundo, 151$\frac{17}{33}$, & pro tertio 272$\frac{24}{33}$. Nam horum aggregatum eſt 500. Et primus habet $\frac{1}{3}$, ſecundus $\frac{2}{3}$, & tertius $\frac{6}{5}$, vt oportuit fieri.

Quæſtio 15.

S*I quis proponat, ſi l.100 in menſibus 12 lucrantur 10, libræ 200 in menſibus 24, quantum lucrabuntur ? Duco ſortes in ſua tempora, vt 100 in menſes 12, fit 1200, deinde 200 in menſes 24, fit 4800, deinde facio 1200 ſortem & tempus primum proportionalem, & 10 lucri ſecundum, & 4800 ſortem & tẽpus tertium.*

Deinde ſic propono quæſtionem. Si 1200 ſors & tempus lucrantur 10, quantum lucrantur 4800, ſors & tempus: duco 4800 in 10, fit 48000, diuido per 1200, exit 40, tantum lucrantur l.200 in menſibus 24 ad 10, pro 100.

SI vero quæris tempus in quo libræ 200 ad 10, pro 100 lucrantur l.40; vel ſortem, ex qua in menſibus 24, prouenit lucrum librarum 40, tunc econuerſo propono quæſtionem.

Si 10 lucri in menſibus 12, prouenit ex libris 100, ſortis; libræ 40 lucri quanto tempore prouenient ex libris 200 ſortis ?

Vel a quot libris ſortis in menſibus 24 prouenit lucrũ librarũ 40 ?

Duco 100 *ſortem in menſes* 12, *fit* 1200. *Deinde ſic propono quæſtionem. Si* 10 *lucri prouenit ex* 1200 *ſorte & tempore, libræ* 40 *lucri, a quo tempore & ſorte prouenient? Duco* 1200 *in* 40, *fit* 48000, *diuido per* 10, *exit* 4800 *ſors & tempus. Deinde ſi volo tempus, diuido* 4800 *per ſortem* 200, *exeunt menſes* 24, *ſi volo ſortem, diuido* 4800 *per tempus* 24, *exeunt l.* 200.

Poteſt etiam hæc quæſtio abſolui, vt in tribus figuris ſequentibus, ponendo ſemper vnitatem loco numeri quærendi, cum regula ſex quantitatum.

l. 100 *in menſibus* 12 *lucrantur l.* 10
l. 200 *in menſibus* 24 *lucrantur l.* 1

In hac prima figura, ſic propono quæſtionem.

Si libræ 100 *in mēſibus* 12 *lucrantur libras* 10, *libræ* 200 *in menſibus* 24 *quantum lucrabuntur? Duco primum in ſecundum, & inde productum in ſextum, & productum ſeruo. Deinde duco quartum in quintum, & inde productum in tertium, & inde productum, diuido per numerum ſeruatum, quod exit eſt numerus quæſitus, vt l.*100 *in* 12, *fit* 1200, *&* 1200 *in* 1. *fit idem. ſeruo.*

Deinde duco 200 *in* 24, *fit* 4800, *deinde* 4800 *in* 10. *fit* 48000 *Diuido per* 1200 *ſeruatos, exit* 40, *quæ poni debent in ſexto loco, loco vnitatis, pro numero quæſito.*

In ſecunda figura, ſic propono quæſtionem.

l. 100 *in menſibus* 12 *lucrantur* 10
l. 200 *in menſibus* 1 *lucrantur* 40

*Si l.*100 *in menſibus* 12 *lucrantur l.*10, *libræ* 200, *in quot menſibus lucrantur l.*40? *Duco* 10 *tertium in* 200 *quartum, fit* 2000, *deinde* 2000 *in* 1 *quintum, fit* 2000. *ſeruo. Deinde duco* 100 *primum in* 12 *ſecundum, fit* 1200. *deinde* 1200 *in* 40. *ſextum fit* 48000, *diuido per* 2000 *ſeruatos, exit* 24. *numerus menſium quæſitus.*

In tertia vero figura ſic.

l. 100 *in menſibus* 12 *lucrantur* 10
l. 1 *in menſibus* 24 *lucrantur* 40

Si libræ 100 *in menſibus* 12 *lucrantur libras* 10. *quot libræ in menſibus* 24 *lucrantur libras* 40? *Duco* 10 *tertium in* 1 *quartum, fit* 10. *Deinde* 10 *in* 24 *quintum, fit* 240 *ſeruo. Deinde duco* 100 *primū in* 12 *ſecundum, fit* 1200. *deinde* 1200 *in* 40 *ſextū, fit* 48000, *diuido per* 240 *numerum ſeruatum, exit* 200 *numerus quæſitus. Idem iudicium de æquis manducantibus, & molaribus molis molentibus blada in tanto tempore.*

Quia ex præmiſſis, & ſequentibus patet, quòd ſæpe ſolemus ratiocinari de ſorte, & tempore, ac lucro ex eis proueniente, vtile fore cenſeo modū addendi et ſubtrahendi tempus docere: pro cuius intelligentia aſſignabitur ſuus progreſſionis continuæ numerus cuiq; menſi.

Ianuarius,	*Februarius,*	*Martius,*	*Aprilis,*	*Maius,*	*Iunius,*
1	2	3	4	5	6
Iulius,	*Auguſtus,*	*September,*	*October,*	*Nouember,*	*December,*
7	8	9	10	11	12

Quæſtio 16.

Cum volo ſubtrahere tempus, id vt in figura diſpono, ponendo numerum progreſſionis aſſignatum menſi loco menſis. Subtrahendo ſemper minus a maiori reſpectu numeri.

Exemplum, volo ſubtrahere tempus a die 17 *Maij* 1572, *ad diem* 23 *Martij* 1575. *Diſpono tempora vt in figura. Ponendo* 3 *loco menſis Martij, quia eſt numerus eidem aſſignatus, &* 5 *loco Maij.*

1575	*menſis*	3	*die*	23	
1572	*menſis*	5	*die*	17	
anni 2	*menſes*	10	*dies*	6	

Auſero dies 17 *a* 23, *reſtat* 6, *depono ſub linea ſolita. Deinde auſero menſes* 5 *a* 3, *non poſſum, addo menſes* 12 *ad* 3, *fit* 15, *auſero* 5 *a* 15, *reſtat* 10. *depono.*

Deinde

Hoc ratiocinium, fit die primo Ianuarij 1576 per regulas præcedentes. Dies primus Ianuarij 1574. diſtat a die primo Ianuarij 1576. menſes 24, quo tempore lucrum librarum 420 ſ. 6 d. 4, eſt l. 168 ſ. 2 d. 6, omiſſo fragmento. Et dies 20 Martij 1574, diſtat a die primo Ianuarij 1576 menſes 21, & dies 11, quo tempore lucrum librarum 372 ſ. 14 d. 8 eſt l. 132 ſ. 14 d. 8. reliquarum duarum lucrum, & tempus, eſt vt in figura.

Deinde aggrego ſortes & lucra. Sors mea cum lucro eſt l. 3199 ſ. 5 d. 7. ſors Antonij cum lucro eſt l. 2066 ſ. 4 d. 5. aufero minus a maiori, reſtat debitor Antonius de l. 1133 ſ. 1 d. 2.

Vel breuiori operatione, & minori memoriæ confuſione, rem abſoluo, reduco pecunias, & tempora quantitates diuerſas ad vnam naturam, hoc eſt ad vnum ex vtraque compoſitum, quia diuerſa non conueniunt, hoc modo. Duco quamlibet ſummam in ſuum tempus, & inde producta aggrego, & aggregatum, ſeruo pro tertio proportionali, reducendo in primis pecunias, & tempora ad minorem denominationem. Minor denominatio l. 420 ſ. 6 d. 4, ſunt denarij 4. Reduco igitur totam ſummam ipſam ad denarios 100876, reduco ſimiliter menſes 24 ad dies 720. quia in aliquibus alijs temporibus reperiuntur dies, duco dies 720 in denarios 100876, fit compoſitum, ex diebus & denarijs 72630720.

Deinde reduco l. 372 ſ. 14 d. 8 ad denarios 89456, & ſuum tempus menſium 21 & dierum 11 ad dies 641, duco dies 641 in denarios 89456, fit 57341296.

Deinde reduco l. 948 ſ. 15. ad denarios 227700, & ſuum tempus menſium 17 & dierum 13, ad dies 523, duco dies 523 in denarios 227700, fit 119087100.

Deinde reduco l. 747 ſ. 12 d. 8, ad denarios 179432, & ſuum tempus menſium 10 & dierum 21 ad dies 321, duco dies 321 in denarios 179432, fit 57597672. Aggrego hæc quatuor producta, ex diebus & denarijs, fit 306656788. ſeruo.

Deinde quia ſumma ſeruata producta fuit ex denarijs & diebus, conſidero quòd ad 20 pro 100, denarij 100 in diebus 360, lucrantur denarios 20, reduco ad minores numeros eadem quantitate manente, pro faciliori operatione, ſcilicet denarij 5 in diebus 360 lucrantur denarium 1. duco denarios 5 in dies 360, fit compoſitum 1800, pono 1800, pro primo proportionali, & denarium

rium 1 lucri pro ſecundo, in tertio ordine, pono productum ex denarijs & diebus ſeruatum, hoc modo. Si 1800 lucratur 1, quantum lucrantur 306656788. duco 306656788 in 1. fit idem, diuido per 1800, exeunt denarij 170364, diuido per 12, exeunt ſolidi 14197, diuido per 20, exeunt l. 709 ſ. 17. pro lucro omnium quatuor ſummarum debiti Antonij in temporibus ſupra expreſſis. Et licet videatur error denarij 1 hoc fit ex pluribus fragmentorum omiſſionibus plurium ſummarum. Cum ex hac vnica operatione, vnica omiſſio fragmentorum ſit facta. vnde minus deficit.

Eodem modo procedo in alijs quatuor ſummis crediti Antonij. Reduco l. 727 ſ. 12 d. 6 ad denarios 174630, & ſuum tempus menſium 21 & dierum 21, ad dies 651, duco dies 651 in denarios 174630, fit compoſitum, ex denarijs & diebus 113684130.

Deinde reduco l. 393 ſ. 15 d. 4 ad denarios 94500, & ſuum tempus menſium 20, & dierum 29, ad dies 629, duco dies 629 in denarios 94500, fit 59440500.

Deinde reduco l. 134 ſ. 18 ad denarios 32376. & ſuum tempus menſium 10 & dierum 13, ad dies 313, duco dies 313 in denarios 32376, fit 10133688.

Deinde reduco l. 358 ſ. 12 d. 8 ad denarios 86072, & ſuum tempus menſium 4 & dierum 16, ad dies 136. Duco dies 136 in denarios 86072, fit 11705792. Aggrego hæc quatuor producta, fit ſumma 194964110. ſeruo. Deinde ſic vt prius, propono quæſtionem. Si 1800 lucrantur 1, quantum lucrantur 194964110? duco 194964110 in 1. fit idem, diuido per 1800, exeunt denarij 108313, diuido per 12, exeunt ſolidi 9026, & ſupereſt denarius 1, diuido per 20, exeunt l. 451 ſ. 6 d. 1, cauſa erroris denariorum 2 eſt omiſſio fragmentorum, vt prius. Aggrego ſortem meam cum lucro, & ſortem Antonij cum lucro, & minorem ſummam a maiori aufero vt prius.

Aliud exemplum ſecundum Tartaleam in eius prima parte tractatuum numerorũ & menſurarum, cuius ſenſum potius quam verba & pecuniæ genus ſequutus ita propono. 1570 die 20 Octobris. Emptor emit prædium precio l. 20000, ex quibus eadem die ſoluit l. 8000, reliquum ſubinde diuerſis temporibus, tandem die 15 Aprilis 1573 inter emptorem & venditorem, fit ratiocinium per Tartaleam ipſum modo ſequenti.

1570 die 20 Octobris. *Emptor debet pro reſiduo precij l.12000 ſ.*

Item pro earum lucro ad 10 pro 100, pro menſibus 29 & diebus 25 finitis die 15 Aprilis 1573. l. 2983 ſ. 6 d. 8

Quorum ſumma eſt l.14983 ſ. 6 d. 8

Ecõuerſo 1571 die 24 Decẽbris, Emptor ſoluit l. 4000 ſ.

Item eſt creditor, pro earum lucro menſium 15, & dierum 21, finitorum die 15 Aprilis 1573 l. 523 ſ. 6 d. 8

Item die 18 Martij 1572. emptus ſoluit. l. 4000 ſ.

Item eſt creditor, pro eorum lucro menſium 12, & dierum 27, finitorum die 15 Aprilis 1573. l. 430 ſ.

Item die 20 Nouẽbris 1572. emptor ſoluit. l. 4000 ſ. d.

Item eſt creditor, pro earum lucro menſium 4, & dierum 25, finitorum die 15 Aprilis 1573. l. 161 ſ. 2 d. 2

Quorum omnium ſumma eſt l.13114 ſ. 8 d.10

Quæ detracta ex ſumma debiti l.14983 ſ. 6 d. 8

reſtat debitor emptor ſecundũ eundẽ Tartaleã l. 1868 ſ.17 d.10.

Ego vero in primis diſtinguendum fore cenſeo, aut omnes ſummæ ſolutæ & receptæ fuerunt ad computum ſortis, aut lucri, aut nihil eſt dictum, quia emptor tenetur ſimpliciter ſoluere ad rationem tanti pro quolibet centeno precij reſtantis.

Primo & ſecundo caſu rem ſic abſoluo, ſcribo a ſiniſtra emptorem debitorem pro reſiduo precij l.12000, a dextra vero ſcribo emptorem ſoluiſſe die 24 Decembris 1571 l.4000 ſ.

Item die 18 Martij 1572 l.4000.

Item die 20 Nouembris 1572 l.4000 ſ.

Deinde pro inueſtigãdo lucro librarum 12000 a die 24 Octobris 1570 ad diem 24 Decembris 1571, qui ſunt dies 424, duco dies 424 in libras 12000, producitur compoſitum ex diebus & libris 5088000. Deinde pro inueſtigando lucro reſidui, quod eſt l.8000 a die 24 Decembris 1571 ad diem 18 Martij 1572, qui ſunt dies 84, Duco dies 84 in l.8000, fit 672000. Deinde pro inueſtigando lucro reſidui, quod eſt l.4000, a die 18 Martij 1572 ad diem 20 Nouembris 1572, qui ſunt dies 242. Duco dies 242 in l.4000, fit 968000. Aggrego hac tria producta fit 6728000. ſeruo.

Deinde conſidero quòd l. 100 ad 10 pro 100 in diebus 360, lucrantur l.10, vel l. 10 in diebus 360 lucrantur l.1. Duco 10 in 360. fit 3600.

Deinde

Deinde ſic propono quæſtionem.

Si libræ & dies 3600 lucrantur l. 1. libræ et dies 6728000, quot libras lucrantur. Duco l. 1 in 6728000. fit idem, diuido per 3600, exeunt libræ 1868 ſ. 17 d. 9. Igitur emptor ſoluit ſortem integram, & reſtat debitor de toto lucro. Ad cuius complmum ponuntur omnes aliæ ſumma ſolutæ. Si quæ ſunt pro ſecundo caſu.

Tertio caſu dico, quòd emptor ſingulo anno tenetur ſoluere lucrum conuentum precij reſtantis, loco fructuum, iuxta edictum prætoris, dicentis pacta ſeruabo, eo maxime, quia vbi nullum adeſſet pactum, emptor tamen teneretur ad intereſſe precij non ſoluti, a a die more, l. 2. & ibi per doctores C. de vſuris. Nec poſſet imputari venditori, quòd lucrum eidem debitum non petierit, tempore debito. Nã emptor debitor abſq; aliqua interpellatione tenetur ſpõte ſoluere, cum ſit regula, quòd dies interpellat pro homine l. magnam C. de cont. cõmit. Stip. quòd procedit non ſolum in die conuentionali, ſed etiam in die legali, & tacita l. 2. circa medium C. de iure Emphiteutico. vbi Iaſ. late. nu. 35. Nec quòd venditor in receptione non fuerit proteſtatus, quòd ex pecunijs receptis, detrabit primo lucrum, ſibi debitum reliquum recipit pro parte ſortis debitæ, ex quo in electione debitoris, eſt dicere, quod debitum potius voluerit ſolutum, quia hoc debuit facere ſtatim l. quoties ff. de ſol. & lib.

Et quia in iſto caſu præſupponitur hoc a neutro dictum. Fuiſſe in quam cauſam cedere velint, quo circa id videtur ſolutum, cuius dies venit l. cæterum ff. eod.

Et omni in caſu creditor debet conſtituere ſolutum in id, in quod conſtitueret, ſi deberet d. l. quoties.

Concludendum eſt igitur in faciendis calculis, quoad ſoluendum tantum pro quolibet centeno, adhibendam eſſe talem regulam, vel aliam huic conformem. ſcilicet, quòd in ſingulis ſolutionibus prius calculandum, ſit illud tantum conuentum, pro quolibet centeno, pro tempore decurſo, a die contracti debiti, ad diem ſolutionis. vt in exemplo figuræ ſequentis, vbi a die 20 Octobris 1570, ad diem 24 Decembris 1571, includuntur menſes 14, & dies 24, quo tempore lucrum librarum 12000 ad 10 pro 100, eſt l. 1413 ſ. 6 d. 8. quod cum ſorte aggregatum facit ſummam librarum 13413 ſ. 6 d. 8.

l. 12000	ſ.	d.	
l. 1413	ſ. 6	d.	8
l. 13413	ſ. 6	d.	8
l. 4000	ſ.	d.	
l. 9413	ſ. 6	d.	8
l. 219	ſ. 12	d.	10
l. 9632	ſ. 19	d.	6
l. 4000	ſ.		
l. 5632	ſ. 19	d.	6
l. 378	ſ. 13	d.	3
l. 6011	ſ. 12	d.	9
l. 4000	ſ.		
l. 2011	ſ. 12	d.	9
l. 81	ſ.	d.	6
l. 2092	ſ. 13	d.	3

Deinde aufero ab hac ſumma l.4000 ſ. ſolutas per emptorem, die 24 Decembris, reſtat debitor, idem emptor de l.9413 ſ.6 d.8. ordinem eundem ſeruando in ſingulis ſolutionibus, vt in exemplo, quod quotidie occurrit, nec vllam patitur difficultatem, quia venditor non tenetur niſi, ad diminuendum lucrum, ad rationem ſortis recipiendæ, non autem ad ſoluendum vſuras de eo, quod non poſſidet. Sed recipit nomine ficti pradij. Sed libuit mihi illud animaduertere, ne forte aliquis incautæ incideret in errorem, ob memoratam Tartaleæ regulam, qui ſimplex, & purus mathemathicus non curauit ſcire ea quæ leges & prudentium reſponſa ſeruari iubent. Et vt calculator antequam calculos incipiat diligenter conſideret partium cōuentiones. Deinde ſecundum eorum conuenta calculos ponat. 1570 die 20. Octobris, emptor debet l.12000 ſ. Item pro earum lucro ad 10 pro 100, a die 20 Octobris 1570 ad diem 24 Decembris 1571, qui ſunt menſes 14, & dies 4 l.1413 ſ.6 d.8.

Quorum ſumma eſt l.13413 ſ.6 d.8. 1571 die 24 Decembris emptor ſoluit l.4000 ſ. Reſtat debitor idē emptor. l.9413 ſ.6 d.8.

Item pro earum lucro a die 24 Decembris 1571 ad diem 18 Martij 1572, qui ſunt menſes 2 & dies 24 l.219 ſ.12 d.10. Quorum ſumma eſt l.9632 ſ.19 d.6.

Item die 18 Martij 1572, emptor ſoluit l.4000 ſ. Reſtat debitor idem emptor l.5632 ſ.19 d.6.

Item pro earum lucro a die 18 Martij 1572 ad diem 20 Nouembris 1572. qui ſunt menſes 8 & dies 2 l.378 ſ.13 d.3. Quorum ſumma eſt l.6011 ſ.12 d.9.

Item die 20 Nouembris 1572. Emptor ſoluit l.4000 ſ. Reſtat debitor idem emptor l.2011 ſ.12 d.9.

Item pro earum lucro a die 20 Nouembris 1572, ad diem 15 Aprilis 1573 qui ſunt menſes 4 & dies 25. l.81 ſ. d.6.

Quorum ſumma eſt l.2092 ſ.13 d.3. Vnde ſecundum hanc regulam emptor, reſtat debitor l.2092 ſ.13 d.3, ſecundum vero regulam Tartaleæ, reſtat l.1868 ſ.17 d.10.

Ex quo hæ duæ regulæ inter ſe differunt l.223 ſ.15 d.5.

Et eſt ratio, quia Tartalea pro meretur lucrum debitum venditori, ad quod non tenetur venditor rationibus præmiſſis.

Quæſtio

Quæſtio lucri ad caput anni 18.

Quæro lucrum ad caput anni librarum 300 ad 10 pro 100. pro annis quatuor.

Propono ſic quæſtionem.

Si 100 dant 100, quantum dabunt 300?

Vel ſi 10 dant 11. quantum dabunt 300? Duco igitur 11 in 300, fit 3300, diuido per 10, exit 330. pro ſorte & lucro primi anni.

Deinde pro ſecundo anno ſic rurſum arguo. Si 10 dant 11 quantum dabunt 330? Duco 11 in 330. fit 3630. Diuido per 10. exit 363, pro ſorte & lucro ſecundi anni.

Deinde pro tertio anno ſic quæſtionem propono.

Si 10 dant 11, quantum dabunt 363. Duco 11 in 363. fit 3993. Diuido per 10. exit $399\frac{3}{10}$. pro ſorte & lucro tertij anni.

Tandem pro quarto anno ſic propono quæſtionem.

Si 10. dant 11 quantũ dabũt $399\frac{3}{10}$. Duco $399\frac{3}{10}$ in 11. fit $4392\frac{3}{10}$, Diuido per 10, exit $439\frac{23}{100}$, pro ſorte & lucro quarti anni.

Vel nunquam diuido niſi in fine, pro vitandis fragmentis, ſed duco 11 in 300, pro primo anno, fit 3300. Deinde 11 in 3300. pro ſecundo anno, fit 36300.

Deinde 11 in 36300 pro tertio anno. fit 399300. tandem 11 in 399300 pro quarto anno, fit 4392300 ſeruo.

Deinde ſumo toties 10, primum proportionalem, quot ſunt anni, vt 10. 10. 10. 10.

Deinde duco primum 10 in ſecundum, fit 100. Deinde 100 in tertium 10. fit 1000. Deinde 1000 in quartum 10. fit 10000.

Deinde, diuido 4392300, ſeruatos per 10000. exit $439\frac{23}{100}$. tanta eſt ſumma ſortis, & lucri ad caput anni pro annis 4.

Sed quando vltra annos integros interuenit pars anni, tunc ſequor opinionem Tartaleæ, qui in lib. 11. primæ partis. tractatuum numerorum & menſurarum. Diſputat hunc caſum, confutando opiniones fratris Lucæ, & Fortunati, qui partem anni deficientem ſupplent. Deinde pro eo anno integro lucrum ad caput anni inueſtigant.

Deinde partis anni pro ſupplemento additæ lucrum ſimplex, a ſorte & lucro ad caput anni annorum integrorum ſubtrahunt, quod reſtat pro ſumma ſortis, & lucri quæſita præſupponunt.

Vt ſi

Vt ſi vis lucrum ad caput anni cum ſorte librarum 860 ſ.16 d. 8, pro annis 2, & menſibus 9½. ſupplent partem anni deficientem, & ſumunt annos 3 integros, in quibus libras ipſas 860 ſ.16 d.8 cum lucro ad caput anni reducunt ad ſummam librarum 1145 ſ.15 d.4. Deinde ſumunt ſimplex lucrum vnius libræ pro menſibus 2½ pro ſupplemento additis, & ſunt denarij 5 ad 10 pro 100.

Deinde ſic proponunt quæſtionem. Si ſ.20 d.5, fiunt ſ.20, quid fient l. 1145 ſ.15 d. 4. ſeruo regulam, exeunt l. 1112 ſ.7 d. 3.

Tartalea vero, ſumit lucrum ad caput anni primo, ex annis integris. Deinde lucrum ſimplex ex menſibus & diebus. Nam ad caput anni non quæritur lucrum lucri, niſi finito anno. Sumo igitur ſecundum Tartaleam ad 10 pro 100. $\frac{1}{10}$ ex l.860 ſ.16 d.8, & eſt 86 ſ.1 d.8. addo ad l.860 ſ.16 d.8, fit 946 ſ.18 d.4. ſumma ſortis & lucri primi anni.

Deinde pro ſecundo anno ſumo $\frac{1}{10}$ ex l.946 ſ.18 d.4 & eſt l.94 ſ.13 d.10, addo ad l.946 ſ.18 d.4, fit l.1041 ſ.12 d.2. ſumma ſortis & lucri ſecundi anni.

Deinde ſumo ex hac ſumma lucrum ſimplex menſium 9½. hoc modo, libra vna ad 10 pro 100. Lucratur ſingulo menſe d.2 Igitur in menſibus 9½ d.19.

Propono igitur ſic quæſtionem.

Si ſolidi 20. fiunt ſolidi 21 d.7, quid fient l.1041 ſ.12 d.2, ſeruo regulam, exeunt l.1124 ſ.1 d.4, relinquendo fractiones, ex quo regula Tartaleæ excedit Lucæ & Fortunati regulam in l.1 ſ.14 d.1. ratio huius differentiæ, eſt quia quanto plus augent ſummam, tanto plus lucri detrahunt, ex quo reliquum minus vera quantitate remanet igitur errant, & Tartalea veram dat regulam.

Si vero vis inueſtigare lucrum ad quamuis aliam rationem, vtpote ad 13. pro 100. inueſtigo primo ad 10 pro 100. pro faciliori operatione.

Deinde reduco ad 13, vel ad aliam quamlibet ſummam.

Hoc modo proponendo quæſtionem.

Si ad 10 pro 110 prouenit 50, quantum proueniet ad 13? Duco 50 in 13, fit 650. Diuido per 10. exit 65. tantus eſt prouentus.

CONCLVSIONES *memoriæ tenendæ pro ratiocinio lucri.*

Denarios tot in die lucrantur l.100. vel quæuis ſumma, quot libræ exeunt. Si ducis lucrum vnius anni in 2, & productum diuidis per 3. vt l.100 in anno lucrantur l.5. Duco 5 in 2, fit 10. Diuido per 3. exit $3\frac{1}{3}$*. tot denarios lucrantur l.100 in die. hoc eſt* $3\frac{1}{3}$*.*

Solidos tot in die lucrantur l.100, vel quæuis ſumma, quot libræ exeunt, ſi diuidis lucrum vnius anni per 18, vt l.100 lucrantur in anno l.5. Diuido 5 per 18. exit $\frac{5}{18}$*. igitur l.100 lucrantur in die* $\frac{5}{18}$ *vnius ſolidi, & ſunt d.*$3\frac{1}{3}$*.*

Denarios tot in menſe lucrantur l.100, vel quæuis ſumma, quot ſolidos lucrantur in anno, vt l.100 lucrantur in anno ſolidos 100, igitur in menſe denarios 100.

Solidos tot in menſe lucrantur l.100, vel quæuis ſumma quot libræ exeunt, ſi lucrum librarum anni ducis in 5, & productum diuidis per 3, vt l.100 in anno lucrantur l.5, duco in 5, fit 25, diuido per 3. exit $8\frac{1}{3}$*. igitur l.100 lucrantur in menſe ſ.8.*

Denarios quot in menſe lucrantur l.100, vel quæuis ſumma tot ſolidos lucrantur in anno, vt l.100 lucrantur in menſe d.100, igitur lucrantur in anno ſolidos 100.

Solidos quot lucrantur in menſe l.100, vel quæuis ſumma, libræ tot in anno exeunt, ſi ducis lucrum ſolidorum per 3, & productum diuidis per 5, vt l.100 lucrantur in menſe ſ.$8\frac{1}{3}$*. duco in 3, fit 25, diuido per 5. exit 5. igitur l.100 lucrantur in anno l.5.*

Denarios quot in menſe lucrantur l.100, vel quæuis ſumma, libræ tot lucri in anno exeunt, ſi lucrum denariorum, diuidis per 20, vt l.100 lucrantur in menſe d.100, diuido per 20, exit 5, igitur l.100 lucrantur in anno l.5.

Denarios tot in menſe lucrantur l.100, vel quæuis ſumma, quot producuntur ex ductu lucri librarum anni in 20, vt l.100 lucrantur in anno l.5. Duco 5 in 20, fit 100, igitur l.100 lucrantur in menſe d.100.

Libras tot in anno lucrantur l.100, vel quæuis ſumma, quot producuntur ex ductu lucri ſolidorum diei in 18, vt l.100, lucrantur in die $\frac{5}{18}$ *ſolidi, duco 5 numeratorem in 18, fit 90. diuido per 18 denominatorem, exit 5, igitur l.100 lucrantur in anno l.5.*

Libras

Deinde eodem ordine duco conſequentem primæ, in conſequentem ſecundæ, & inde productum in conſequentem tertiæ, & inde productum in conſequentem quartæ, eodem ordine procedendo vſque ad vltimam, vltimum productum, pono pro conſequente, producitur tandem $\frac{90}{24}$ qui 90 ad 24, habet rationem triplam ſupertripartientem quartas.

Operatio ſubtractionis & diuiſionis rationum trahitur a conuerſo 24.ª 6.ⁱ & 5.ª 8.ⁱ Euclidis.

$\frac{9}{3} \times \frac{4}{2}$ *Sit igitur ratio dupla, ex tripla ſubducenda, vel tripla per duplam diuidenda, inter hos terminos, 9 & 3, & 4, & 2, duco in decuſſim denominatorem vnius, in numeratorem alterius, & econtra, vt 2 in 9, fit 18, & 3 in 4, fit 12, qui 18 ad 12, habent rationem ſexquialteram.* fit $\frac{18}{12}$

$\frac{3}{2} \times \frac{4}{3}$ fit $\frac{9}{8}$ *Exemplum ſuperparticularis, inter terminos 3 & 2 & 4 & 3, duco in decuſſim, vt prius, fiunt 9 & 8. qui 9 ad 8 habet rationem ſexquioctauam.*

$\frac{7}{4} \times \frac{5}{13}$ fit $\frac{21}{20}$ *Exemplum ſuperpartientis, inter hos terminos, 7 & 4, & 5 & 3. Duco in decuſſim vt prius, fiunt 21 & 20, qui 21 ad 20, habet rationem ſexquiuigeſimam.*

Aliud exemplum $\frac{4}{2} \times \frac{9}{3}$, duco in decuſſim vt prius, fit 12 & 18, hoc eſt $\frac{12}{18}$. qui 12 ad 18, habet rationem ſubſexquialteram.

Item ſit in exemplum $\frac{4}{3} \times \frac{3}{2}$, duco in decuſſim, fit 8 & 9, hoc eſt $\frac{8}{9}$, qui 8 ad 9, habet rationem ſubſexquioctauam.

Item $\frac{5}{3} \times \frac{7}{4}$, duco in decuſſim, fit 20 & 21, hoc eſt $\frac{20}{21}$, qui 20 ad 21, habet rationem ſubſexquiuigeſimam.

REGVLA *quatuor quantitatum proportionalium, vulgo trium fundatur in Euclide in 15.ª 6.ⁱ cuius hæc ſunt verba.*

Si fuerint quatuor lineæ proportionales, quod ſub prima & vltima rectangulum continetur, æquum erit ei quod ſub duabus reliquis. Si vero quod ſub prima, & vltima continetur, æquum fuerit ei quod ſub duabus reliquis continetur rectangulum quatuor lineas proportionales eſſe conuenit.

Item in 20.ª 7.ⁱ cuius ſimiliter hæc ſunt verba.

Si fuerint quatuor numeri proportionales, quod ex ductu primi in vltimum producetur, æquum erit ei, quod ex ductu ſecundi in tertium. Si vero, quod ex primo in vltimum producetur, æquum

eſt ei

eſt ei, quod ex ſecundo in tertium illi quatuor numeri ſunt proportionales.

Igitur diuiſo eo, quod fit ex ductu ſecundi in tertium, per primum, exibit quartus numerus proportionalis.

Exemplum.

Si maſſa argenti ponderis librarum 70, veniet aureis 400. quantum veniet maſſa librarum 100? primus numerus proportionalis, eſt libræ 70, ſecundus ſunt aurei 400, tertius ſunt libræ 100. quartus eſt precium quod quæritur. ducto igitur ſecundo in tertium, & inde productum diuiſo per primum, exibit precium quæſitum pro quarto numero proportionali.

Duco igitur 400 ſecundum in 100 tertium, producuntur 40000, diuido per 70 primum, exit quartus $571\frac{3}{7}$*, & eſt precium quæſitum, hoc eſt aurei* $571\frac{3}{7}$.

Cum autem fuerit proportio primi ad ſecundum, vt tertij ad quartum, ſiue geometrica, ſiue arithmetica, erit proportio primi ad tertium, ſicut ſecundi ad quartum, & dicitur permutata, vt 6 ad 4, ſicut 15 ad 10, igitur 6 ad 15, vt 4 ad 10.

Et in arithmetica 8 ad 6, vt 12 ad 10, igitur 8 ad 12, vt 6 ad 10.

Et ſimiliter econuerſo; ſecundi ad primum, vt quarti ad tertium, vt 6 ad 4 veluti 15 ad 10, igitur 10 ad 15, vt 4 ad 6. Et ſimiliter in arithmetica.

Erit etiam coniuncto modo primi & ſecundi, ad ſecundum, vt tertij, & quarti ad quartum, vt 6 & 4, qui faciunt 10 ad 4, ſicuti 15 & 10, qui faciunt 25 ad 10.

Et ſimiliter econuerſo modo, & coniunctim, vt 6 & 4 ad 6 veluti 15 & 10, ad 15. vtraque enim proportio eſt ſuperbipartiens tertias, vt $1\frac{2}{3}$.

Et ſimiliter diuiſim, primi ad ſecundum, vt tertij ad quartum, igitur primi & ſecundi, ad reſiduum primi & ſecundi, ſicut tertij & quarti, ad reſiduum tertij & quarti, vt 6 ad 4, veluti 15 ad 10, igitur 6 ad 2, quod eſt reſiduum de 4, ſicuti 15 ad 5, quod eſt reſiduum de 10.

Et ſimiliter 4 ad 2, ſicut 10 ad 5. & econuerſo modo in omnibus. Et ſimiliter arithmeticę. verum arithmetica proportio in inuentione quarti termini non tenet.

Erit etiam proportio aggregati primi & ſecundi diuiſi per alterutrum,

utrũ, ſicut aggregati tertij & quarti, d uiſi p r alterutrũ. vt aggregatum 6 & 4 eſt 10 & aggregatum 15 & 10 eſt 25. diuido 10 per 4, exit $2\frac{1}{2}$, & per 6. exit $1\frac{1}{2}$, quorum proportio eſt ſexquialtera, vt 6 ad 4. Et ſimiliter diuiſo 25 per 10. exit $2\frac{1}{2}$. & per 15, $1\frac{2}{3}$. igitur exeuntia ſunt eadem, & in eadem proportione ſexquialtera.

Et ſi diuiſeris exeuntium aggregata per alterutram partem, exibunt ijdem, & in eadem proportione, vt aggrego $2\frac{1}{2}$. & $1\frac{2}{3}$. fit $4\frac{1}{6}$ diuido per $2\frac{1}{2}$. exit $1\frac{2}{3}$. & per $1\frac{2}{3}$. exit $2\frac{1}{2}$. quæ ſunt æqualia primis exeuntibus.

Quæſtiones particulares vſum regulæ clarificantes.

Quæſtio prima.

QVæro numerum proportionalem, 9 & 6 in continua proportione. propono quæſtionem in hunc modum. Si 9 dant 6. quantum dabunt 6? duco 6 ſecundum in 6 tertium, fit 36 diuido per 9 primum, exit 4 pro tertio numero proportionali.

Si vero vis quartum arguo ſic. Si 9 dat 6, quantum dabunt 4? duco 4 in 6, fit 24, diuido per 9. exit $2\frac{2}{3}$. Si vis quintum arguo ſic. Si 9 dant 6. quantum dabunt $2\frac{2}{3}$? Sequor regulam, exit $1\frac{7}{9}$. Et habeo quinque numeros in eadem proportione continue proportionales. Eodem modo poſſum procedere in infinitum, tam aſcendendo quàm deſcendendo. Nam aſcendendo ſic arguo. Si 6 dant 9. quantum dabunt 9? Seruo regulam, exit $13\frac{1}{2}$.

Deinde ſi 6 dant 9. quantum dabunt $13\frac{1}{2}$? ac deinceps.

Quæſtio 2.

SI quis emit brachia 4 panni precio librarum 15, & optat ſcire quanti ementur brachia 25. propono quatuor numeros inuicem proportionales, quorum quartus & ignotus, eſt numerus precij panni emendi, ad quem neceſſe eſt 25 eandem habere rationem, quam 4 ad 15. duco ergo 25 per 15, fit 375. diuido per 4. exit 93. & ſuperant libræ 3, quæ non poſſunt diuidi per 4. igitur eas reſoluo in ſolidos 60. quia libra continet ſolidos 20, diuido rurſum 60 per 4,

exeunt

exeunt ſolidi 15. igitur quartus numerus quæſitus continebit l. 93 ſ. 15. Tanti ementur brachia 25 panni.

Quæſtio 3.

SI *libræ 100 olei valent libras 125, quanti ementur eiuſdem olei libræ 2350? duco 2350 in 125, fit 293750, diuido per 100, exit 2937. & ſuperant l. 50 ſ. quæ non poſſunt diuidi per 100 reſoluo eas in ſolidos, ducendo 50 in 20. fit 1000. diuido per 100, exeunt ſolidi 10. erit igitur numerus precij quæſitus l. 2937 ſ. 10.*

Quæſtio 4.

SI *pannus ſericus emptus fuerit precio l. 180. & vis ſcire quanti oporteat ipſum vendere, vt lucreris 16 pro 100. ſumo quatuor numeros proportionales. volo enim 100 verti in 116. igitur ſic propono quæſtionem.*

Si 100 dant 116, quantum dabunt 180? duco 180, in 116, fit 20880. diuido per 100, exit 208; & ſuperſunt 80, quos reſoluo in ſolidos 1600, diuido rurſum per 100, exeunt ſolidi 16. Tantum vendere oportet.

Quòd ſi eandem ſummam l. 208 ſ. 16, diuiſeris per numerum brachiorum panni, naſcetur precium cuiuſlibet brachij. Vt ſuppono, quòd idem pannus contineat brachia 40. diuido l. 208 ſ. 16 per 40. exit l. 5 ſ. 4 d. 4 $\frac{4}{5}$ pro quolibet brachio panni.

Quæſtio 5.

SI *econuerſo quæſtio proponatur eſt pannus ſericus venundatus precio l. 208 ſ. 16, & lucratum eſt ad rationem 16 pro centeno, & quæratur quanti fuerit emptus, quia 116 prouenit ex 100. Propono in hunc modum ipſos numeros proportionales. Si 116 proueniunt ex 100, ex quo numero prodibunt l. 208 ſ. 16, duco l. 208 ſ. 16 in 100. fit 20880, diuido per 116, exeunt 180. Tanti fuit emptus.*

Deinde

Quæſtio 8.

SI quis optat ſcire a quo numero deducta tertia parte relinquantur 50, ſuppono aliquem numerum habentem tertiam partem, vtpote 3, cuius tertia pars eſt 1, aufero ex 3, reſtat 2.

Deinde ſi propono quæſtionem. Si 2 relinquitur ex 3, a quo relinquetur 50? duco 3 in 50, fit 150, diuido per 2, exit 75, numerus optatus.

Quæſtio 9.

ESto numerus cuius $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$, ſimul iuncta conficiant 60, quæritur quantus eſt? Hæc quæſtio vnica operatione reſolui non poteſt, quia portiones datæ non æquant vnitatem, quo caſu omnes datæ portiones ſimul aggregatæ pro vnitate ſumuntur. Deinde ad quæſtionis ſolutionem cum regula quatuor proportionalium proceditur. Inueſtigandus eſt igitur numerus partes denominatas habens, hoc modo. Duco *denominatores primum in ſecundum, & inde productum in tertium, ac deinceps, donec producatur numerus partes omnes habens datas, vt 2, in 3, fit 6, deinde 6 in 4, fit 24, qui habet dimidium, tertium, & quartum.* Nam *dimidium eſt 12, tertium 8, & quartum 6, aggrego partes datas, 12, 8, & 6. fit 26, qui non æquat 24.*

Deinde *ſic propono quæſtionem. Si 26 dant 24, quem numerum dabunt 60? Duco 24 in 60, fit 1440, diuido per 26, exit 55$\frac{5}{13}$. Tantus eſt numerus optatus, cuius dimidium eſt 27$\frac{9}{13}$, tertium 18$\frac{6}{13}$, quartum 13$\frac{11}{13}$, quæ aggregata conficiunt 60.*

Quæſtio 10.

TRes homines conueniunt, primus exponit l. 350, ſecundus l. 400, tertius l. 450. Facta rerum emptarum venditione, ſuperlucrati ſunt l. 1000, quæritur quantitas lucri competens vnicuiq; pro ratione pecuniæ expoſitæ. Aggrego pecunias omnes expoſitas 350, 400, & 450, fit 1200, pono 1200 pro primo proportionali,

& 1000 lucri pro ſecundo, pro tertio autem quamlibet ſummam particularem diſtincte. Duco igitur 1000 in 350, deinde diſtincte in 400, tandem in 450, productos, deinde numeros diuido per 1200, exit pro primo l. 291 ſ. 13 d. 4, pro ſecundo l. 333 ſ. 6 d. 8, & pro tertio l. 375, aggrego, fit 1000.

Quæſtio 11.

EXponatur l. 150 diſtribuendæ tribus, primo $\frac{1}{2}$, ſecundo $\frac{1}{3}$, & tertio $\frac{1}{4}$, ſuma numerorum per præcedentia habentem dictas partes, & eſt 12, cuius partes quæſitæ ſunt 6. 4. & 3. aggrego fit 13. Deinde ſic propono quæſtionem, ſi 13 dant 6, vel 4, aut 3, quantum dabunt 150? ſeruo regulam, exit pro primo $69\frac{3}{13}$, pro ſecundo $46\frac{2}{13}$, tandem pro tertio $34\frac{8}{13}$, aggregò, fit 150.

Quæſtio 12.

TRes homines ineunt ſocietatem cum conditione, quòd primus habeat $\frac{1}{2}$ lucri ſpectantis ſecundo, ſecundus habeat $\frac{1}{4}$ lucri ſpectantis tertio, lucrati ſunt 120. Quæritur pars vnicuique ſpectans, ſumo tres numeros quorum primus ſit $\frac{1}{2}$ ſecundi, & ſecundus $\frac{1}{4}$ tertij, vt 2. 4. 16. aggrego, fit 22, deinde ſic propono quæſtionem. Si 22 lucri venit ex 120, vnde 2? deinde 4? tandem 16? ſeruo regulam exit pro primo $10\frac{10}{11}$, pro ſecundo $21\frac{9}{11}$, & pro tertio $87\frac{3}{11}$.

Quæſtio 13.

TRes homines conueniunt, primus exponit 350, per menſes 12. ſecundus 400, per menſes 10, tertius 450 per menſes 8 lucrati ſunt 1000. Quæritur quantum debetur vnicuique, pro ratione temporis, & pecuniæ, duco quamlibet ſummam pecuniæ in ſuum tempus, vt 350 in 12, fit 4200. Deinde 400 in 10, fit 4000, tandem 450 in 8, fit 3600, aggrego, fit 11800, facio igitur 11800 primum proportionalem, & 1000 lucri ſecundum, in tertio ordine pono ſingulos numeros, ex qualibet ſumma, & ſuo tempore reſultantes.

Deinde ſic propono quæſtionem, ſi 11800, dant 1000, quantum

tum dabunt 4200 ? *deinde* 4000 ? *tandem* 3600 ? *ſeruo regulam, exit pro primo* 355$\frac{55}{59}$, *pro ſecundo* 338$\frac{38}{59}$, *& pro tertio* 305$\frac{5}{59}$, *quæ ſimul iuncta conficiunt* 1000 *lucri*.

Quæſtio 14.

DVo *ineunt ſocietatem, primus exponit aureos* 80 *ſecundus* 20, *pacto conuento, quod primus habeat* $\frac{2}{3}$ *lucri, ſecundus* $\frac{1}{5}$, *ſuperuenit tertius, qui aureos* 120, *expoſuit ratam lucri percepturus. Quæritur pars lucri cuiuſlibet.*

Aggrego $\frac{1}{5}$, *&* $\frac{2}{5}$, *fit* $\frac{3}{5}$, *aggrego* 80 *&* 20, *fit* 100 ? *deinde ſic propono quæſtionem. Si* 100 *lucrantur* $\frac{3}{5}$, *quantum* 120 ? *operor, exit* $\frac{6}{5}$, *pro tertio, tandem lucratis* 500, *partem ratam cuique ſic aſſigno.* Aggrego *primo partes lucri*, $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{5}$, *&* $\frac{6}{5}$, *fit* $\frac{11}{5}$. Deinde *ſic propono quæſtionem. Si* $\frac{11}{5}$ *lucrantur* 500, *quantum* $\frac{1}{5}$? *deinde* $\frac{2}{5}$? *tandem* $\frac{6}{5}$? *operor, exit pro primo* 75$\frac{25}{33}$. *pro ſecundo*, 151$\frac{17}{33}$, *& pro tertio* 272$\frac{24}{33}$. *Nam horum aggregatum eſt* 500. *Et primus habet* $\frac{1}{5}$, *ſecundus* $\frac{2}{5}$, *& tertius* $\frac{6}{5}$, *vt oportuit fieri.*

Quæſtio 15.

SI *quis proponat, ſi l.*100 *in menſibus* 12 *lucrantur* 10, *libræ* 200 *in menſibus* 24, *quantum lucrabuntur?* Duco *ſortes in ſua tempora, vt* 100 *in menſes* 12, *fit* 1200, *deinde* 200 *in menſes* 24, *fit* 4800, *deinde facio* 1200 *ſortem & tempus primum proportionalem, &* 10 *lucri ſecundum, &* 4800 *ſortem & tẽpus tertium.*

Deinde ſic propono quæſtionem. Si 1200 *ſors & tempus lucrantur* 10, *quantum lucrantur* 4800, *ſors & tempus? duco* 4800 *in* 10, *fit* 48000, *diuido per* 1200, *exit* 40, *tantum lucrantur l.*200 *in menſibus* 24 *ad* 10, *pro* 100.

SI *vero quæris tempus in quo libræ* 200 *ad* 10, *pro* 100 *lucrantur l.*40; *vel ſortem, ex qua in menſibus* 24, *prouenit lucrum librarum* 40; *tunc econuerſo propono quæſtionem.*

Si 10 *lucri in menſibus* 12, *prouenit ex libris* 100, *ſortis, libræ* 40 *lucri quanto tempore prouenient ex libris* 200 *ſortis?*

Vel a quot libris ſortis in menſibus 24 *prouenit lucrũ librarũ* 40?

Duco 100 ſortem in menſes 12, fit 1200. Deinde ſic propono quæſtionem. Si 10 lucri prouenit ex 1200 ſorte & tempore, libræ 40 lucri, a quo tempore & ſorte prouenient? Duco 1200 *in* 40, *fit* 48000, *diuido per* 10, *exit* 4800 *ſors & tempus. Deinde ſi volo tempus, diuido* 4800 *per ſortem* 200, *exeunt menſes* 24, *ſi volo ſortem, diuido* 4800 *per tempus* 24, *exeunt l.* 200.

Poteſt etiam hæc quæſtio abſolui, vt in tribus figuris ſequentibus, ponendo ſemper vnitatem loco numeri quærendi, cum regula ſex quantitatum.

l. 100 *in menſibus* 12 *lucrantur l.* 10
l. 200 *in menſibus* 24 *lucrantur l.* 1

In hac prima figura, ſic propono quæſtionem.

Si libræ 100 *in mẽſibus* 12 *lucrantur libras* 10, *libræ* 200 *in menſibus* 24 *quantum lucrabuntur? Duco primum in ſecundum, & inde productum in ſextum, & productum ſeruo. Deinde duco quartum in quintum, & inde productum in tertium, & inde productum, diuido per numerum ſeruatum, quod exit eſt numerus quæſitus, vt l.*100 *in* 12, *fit* 1200, *&* 1200 *in* 1. *fit idem. ſeruo.*

Deinde duco 200 *in* 24, *fit* 4800, *deinde* 4800 *in* 10. *fit* 48000 *Diuido per* 1200 *ſeruatos, exit* 40, *quæ poni debent in ſexto loco, loco vnitatis, pro numero quæſito.*

In ſecunda figura, ſic propono quæſtionem.

l. 100 *in menſibus* 12 *lucrantur* 10
l. 200 *in menſibus* 1 *lucrantur* 40

*Si l.*100 *in menſibus* 12 *lucrantur l.*10, *libræ* 200, *in quot menſibus lucrantur l.*40? Duco 10 *tertium in* 200 *quartum, fit* 2000, *deinde* 2000 *in* 1 *quintum, fit* 2000. *ſeruo.* Deinde duco 100 *primum in* 12 *ſecundum, fit* 1200. *deinde* 1200 *in* 40. *ſextum fit* 48000, *diuido per* 2000 *ſeruatos, exit* 24. *numerus menſium quæſitus.*

In tertia vero figura ſic.

l. 100 *in menſibus* 12 *lucrantur* 10
l. 1 *in menſibus* 24 *lucrantur* 40

Si libræ 100 *in menſibus* 12 *lucrantur libras* 10. *quot libra in menſibus* 24 *lucrantur libras* 40? *Duco* 10 *tertium in* 1 *quartum, fit* 10. *Deinde* 10 *in* 24 *quintum, fit* 240 *ſeruo. Deinde duco* 100 *primũ in* 12 *ſecundum, fit* 1200. *deinde* 1200 *in* 40 *ſextũ, fit* 48000, *diuido per* 240 *numerum ſeruatum, exit* 200 *numerus quæſitus. Idem iudicium de æquis manducantibus, & molaribus molis molentibus blada in tanto tempore.*

Quia ex præmiſſis, & ſequentibus patet, quòd ſæpe ſolemus ratiocinari de ſorte, & tempore, ac lucro ex eis proueniente, vtile fore cenſeo modũ addendi et ſubtrahendi tempus docere: pro cuius intelligentia aſſignabitur ſuus progreſſionis continuæ numerus cuiq; menſi.

Ianuarius,	*Februarius,*	*Martius,*	*Aprilis,*	*Maius,*	*Iunius,*
1	2	3	4	5	6
Iulius,	*Auguſtus,*	*September,*	*October,*	*Nouember,*	*December,*
7	8	9	10	11	12

Quæſtio 16.

Cum volo ſubtrahere tempus, id vt in figura diſpono, ponendo numerum progreſſionis aſſignatum menſi loco menſis. Subtrahendo ſemper minus a maiori reſpectu numeri.

Exemplum, volo ſubtrahere tempus a die 17 *Maij* 1572, *ad diem* 23 *Martij* 1575. *Diſpono tempora vt in figura. Ponendo* 3 *loco menſis Martij, quia eſt numerus eidem aſſignatus, &* 5 *loco Maij.*

1575	*menſis*	3	*die*	23
1572	*menſis*	5	*die*	17
anni 2	*menſes*	10	*dies*	6

Aufero dies 17 *a* 23, *reſtat* 6, *depono ſub linea ſolita. Deinde aufero menſes* 5 *a* 3, *non poſſum, addo menſes* 12 *ad* 3, *fit* 15, *aufero* 5 *a* 15, *reſtat* 10. *depono.*

Deinde

Deinde, quia mutuaui annum menſibus 3, cum reddo anno 1572, fit 1573, aufero ex 1575. reſtant anni 2, igitur dies 17 Maij 1572, diſtat a die 23 Martij 1575 annos 2 menſes 10 & dies 6.

Aliud exemplum, volo ſubtrahere tempus a die 29 Septembris 1573. ad diem 5 Aprilis. 1574. diſpono numeros, vt in figura.

1574	menſis	4	die	5	
1573	menſis	9	die	29	
anni	0	menſis	6	dies	29

Deinde aufero 29 a 5, non poſſum, addo dies 30 ad 5, fit 35. Nam menſes omnes ſupponuntur dierum 30, ſublata omni inæqualitate, & ita ſeruatur in omnibus rationibus mercatorum. Aufero igitur 29 a 35. reſtat 6. depono.

Deinde addo menſem mutuatum ad menſes 9, fit 10, aufero 10 a 4, non poſſum, addo menſes 12 ad 4, fit 16, aufero 10 a 16, reſtat 6, depono.

Deinde quia mutuaui annum, menſibus 4 cum reddo anno 1573, fit 1574, aufero 1574 a 1574, reſtat 0, igitur dies 29 Septembris 1573, diſtat a die 5 Aprilis 1574, menſes 6, & dies 6.

A conuerſo volo addere annos 2, menſes 10, & dies 6, anno 1572, incipiendo die 17 Maij. diſpono dicta tempora, vt in figura.

1572	menſis	5	die	17
anni 2	menſes	10	die	6
1575	menſes	3	die	23

Aggrego dies 17 & 6, fit 23. depono ſub linea ſolita. deinde aggrego menſes 10 & 5, fit 15, depono menſes 3, & ſeruo annum, quem addo annis 2, fit 3. aggrego cum 1572, fit 1575. igitur tale aggregatum finiet die 23 Martij 1575.

Item volo ſcire tempus ab hora 21 diei 19 Ottobris 1572, ad horas 7 diei 6 Iunij 1578. diſpono, vt in figura.

1578	menſis	6	die	6	hora	7	
1572	menſis	10	die	19	hora	21	
anni 5	menſes	7	dies	16	hora	10	

Aufero

Aufero horas 21 a 7. non poſſum, addo horas 24 ad 7, fit 31 aufero 21 a 31. reſtat 10. depono, deinde reddo diem mutuatum diebus 19, fit 20. aufero 20 a 6, non poſſum, addo dies 30 ad 6. fit 36. aufero 20 ex 36. reſtat 16. depono. deinde reddo menſem mutuatum menſibus 10. fit 11. aufero 11 a 6, non poſſum. addo menſes 12 ad 6, fit 18. aufero 11 a 18, reſtat 7. depono. Tandem reddo annum mutuatum anno 1572, fit 1573. aufero ex 1578. reſtant anni 5. igitur tempus quæſitum continet annos 5. menſes 7. dies 16, & horas 10.

Præterea eſt ſciendum, quòd hoc ratiociniū fieri ſolet duobus modis. Ad ſimplex lucrum, & ad caput anni. lucrum ſimplex trahitur ex tempore, & ſola ſorte, lucrum vero ad caput anni trahitur ex tempore, cum ſorte, & lucro lucri annorum integrorum præteritorum. Nam debitore non ſoluente in fine anni, lucrum aggregatur cum ſorte, & totum aggregatum fit ſors, itaquòd libræ 100 in annis quatuor ad 10 pro 100. augentur vſque ad l. 142. Cum ad ſimplex lucrum non excedant l. 140.

Quæſtio ſimplicis lucri 17.

Dedi Antonio ad 20 pro 100. ſummas ſequentes.

l. 420	ſ. 6	d. 4	1 Ianuarij	1574	lucrum l. 168	ſ. 2	d. 6
l. 372	ſ. 14	d. 8	20 Martij	1574	lucrum l. 132	ſ. 14	d. 8
l. 948	ſ. 15	d.	18 Iulij	1574	lucrum l. 275	ſ. 13	d. 3
l. 747	ſ. 12	d. 8	10 Februarij	1575	lucrum l. 133	ſ. 6	d. 6
l. 2489	ſ. 8	d. 8			l. 709	ſ. 16	d. 11

Accepi ab Antonio ad 20 pro 100 ſummas ſequentes.

l. 727	ſ. 12	d. 6	10 Ianuarij	1574	lucrum l. 263	ſ. 3	d. 1
l. 393	ſ. 15	d. 4	2 Aprilis	1574	lucrum l. 137	ſ. 11	d. 10
l. 134	ſ. 18	d.	18 Februarij	1575	lucrum l. 23	ſ. 9	d. 1
l. 358	ſ. 12	d. 8	15 Auguſti	1575	lucrum l. 27	ſ. 1	d. 11
l. 1614	ſ. 18	d. 6			l. 451	ſ. 5	d. 11

Hoc

Hoc ratiocinium, ſit die primo Ianuarij 1576 per regulas præcedentes. Dies primus Ianuarij 1574. diſtat a die primo Ianuarij 1576. menſes 24, quo tempore lucrum librarum 420 ſ. 6 d. 4, eſt l. 168 ſ. 2 d. 6, omiſſo fragmento. Et dies 20 Martij 1574, diſtat a die primo Ianuarij 1576 menſes 21, & dies 11, quo tempore lucrum librarum 372 ſ. 14 d. 8 eſt l. 132 ſ. 14 d. 8. reliquarum duarum lucrum, & tempus, eſt vt in figura.

Deinde aggrego ſortes & lucra. Sors mea cum lucro eſt l. 3199 ſ. 5 d. 7. ſors Antonij cum lucro eſt l. 2066 ſ. 4 d. 5. aufero minus a maiori, reſtat debitor Antonius de l. 1133 ſ. 1 d. 2.

Vel breuiori operatione, & minori memoriæ confuſione, rem abſoluo, reduco pecunias, & tempora quantitates diuerſas ad vnam naturam, hoc eſt ad vnum ex vtraque compoſitum, quia diuerſa non conueniunt, hoc modo. Duco quamlibet ſummam in ſuum tempus, & inde producta aggrego, & aggregatum, ſeruo pro tertio proportionali, reducendo in primis pecunias, & tempora ad minorem denominationem. Minor denominatio l. 420 ſ. 6 d. 4, ſunt denarij 4. Reduco igitur totam ſummam ipſam ad denarios 100876, reduco ſimiliter menſes 24 ad dies 720. quia in aliquibus alijs temporibus reperiuntur dies, duco dies 720 in denarios 100876, fit compoſitum, ex diebus & denarijs 72630720.

Deinde reduco l. 372 ſ. 14 d. 8 ad denarios 89456, & ſuum tempus menſium 21 & dierum 11 ad dies 641, duco dies 641 in denarios 89456, fit 57341296.

Deinde reduco l. 948 ſ. 15. ad denarios 227700, & ſuum tempus menſium 17 & dierum 13, ad dies 523, duco dies 523 in denarios 227700, fit 119087100.

Deinde reduco l. 747 ſ. 12 d. 8, ad denarios 179432, & ſuum tempus menſium 10 & dierum 21 ad dies 321, duco dies 321 in denarios 179432, fit 57597672. Aggrego hæc quatuor producta, ex diebus & denarijs, fit 306656788. ſeruo.

Deinde quia ſumma ſeruata producta fuit ex denarijs & diebus, conſidero quòd ad 20 pro 100, denarij 100 in diebus 360, lucrantur denarios 20, reduco ad minores numeros eadem quantitate manente, pro faciliori operatione, ſcilicet denarij 5 in diebus 360 lucrantur denarium 1. duco denarios 5 in dies 360, fit compoſitum 1800, pono 1800, pro primo proportionali, & denarium

rium 1 lucri pro ſecundo, in tertio ordine, pono productum ex denarijs & diebus ſeruatum, hoc modo. Si 1800 lucratur 1, quantum lucrantur 306656788. duco 306656788 in 1. fit idem, diuido per 1800, exeunt denarij 170364, diuido per 12, exeunt ſolidi 14197, diuido per 20, exeunt l. 709 ſ. 17. pro lucro omnium quatuor ſummarum debiti Antonij in temporibus ſupra expreſſis. Et licet videatur error denarij 1 hoc fit ex pluribus fragmentorum omiſſionibus plurium ſummarum. Cum ex hac vnica operatione, vnica omiſſio fragmentorum ſit facta. vnde minus deficit.

Eodem modo procedo in alijs quatuor ſummis crediti Antonij. Reduco l. 727 ſ. 12 d. 6 ad denarios 174630, & ſuum tempus menſium 21 & dierum 21, ad dies 651, duco dies 651 in denarios 174630, fit compoſitum, ex denarijs & diebus 113684130.

Deinde reduco l. 393 ſ. 15 d. 4 ad denarios 94500, & ſuum tempus menſium 20, & dierum 29, ad dies 629, duco dies 629 in denarios 94500, fit 59440500.

Deinde reduco l. 134 ſ. 18 ad denarios 32376. & ſuum tempus menſium 10 & dierum 13, ad dies 313, duco dies 313 in denarios 32376, fit 10133688.

Deinde reduco l. 358 ſ. 12 d. 8 ad denarios 86072, & ſuum tempus memſium 4 & dierum 16, ad dies 136. Duco dies 136 in denarios 86072, fit 11705792. Aggrego hæc quatuor producta, fit ſumma 194964110. ſeruo. Deinde ſic vt prius, propono quæſtionem. Si 1800 lucrantur 1, quantum lucrantur 194964110? duco 194964110 in 1. fit idem, diuido per 1800, exeunt denarij 108313, diuido per 12, exeunt ſolidi 9026, & ſupereſt denarius 1, diuido per 20, exeunt l. 451 ſ. 6 d. 1, cauſa erroris denariorum 2 eſt omiſſio fragmentorum, vt prius. Aggrego ſortem meam cum lucro, & ſortem Antonij cum lucro, & minorem ſummam a maiori aufero vt prius.

Aliud exemplum ſecundum Tartaleam in eius prima parte tractatuum numerorũ & menſurarum, cuius ſenſum potius quam verba & pecuniæ genus ſequutus ita propono. 1570 die 20 Octobris. Emptor emit prædium precio l. 20000, ex quibus eadem die ſoluit l. 8000, reliquum ſubinde diuerſis temporibus, tandem die 15 Aprilis 1573 inter emptorem & venditorem, fit ratiocinium per Tartaleam ipſum modo ſequenti.

1570 die 20 Octobris. Emptor debet pro reſiduo precij l.12000 ſ.

Item pro earum lucro ad 10 pro 100, pro menſibus 29 & diebus 25 finitis die 15 Aprilis 1573. l. 2983 ſ. 6 d. 8

Quorum ſumma eſt l.14983 ſ. 6 d. 8

Ecõuerſo 1571 die 24 Decẽbris, Emptor ſoluit l. 4000 ſ.

Item eſt creditor, pro earum lucro menſium 15, & dierum 21, finitorum die 15 Aprilis 1573 l. 523 ſ. 6 d. 8

Item die 18 Martij 1572. emptus ſoluit. l. 4000 ſ.

Item eſt creditor, pro eorum lucro menſium 12, & dierum 27, finitorum die 15 Aprilis 1573. l. 430 ſ.

Item die 20 Nouẽbris 1572. emptor ſoluit. l. 4000 ſ. d.

Item eſt creditor, pro earum lucro menſium 4, & dierum 25, finitorum die 15 Aprilis 1573. l. 161 ſ. 2 d. 2

Quorum omnium ſumma eſt l.13114 ſ. 8 d.10

Quæ detracta ex ſumma debiti l.14983 ſ. 6 d. 8

reſtat debitor emptor ſecundũ eundẽ Tartaleã l. 1868 ſ.17 d.10.

Ego vero in primis diſtinguendum fore cenſeo, aut omnes ſummæ ſolutæ & receptæ fuerunt ad computum ſortis, aut lucri, aut nihil eſt dictum, quia emptor tenetur ſimpliciter ſoluere ad rationem tanti pro quolibet centeno precij reſtantis.

Primo & ſecundo caſu rem ſic abſoluo, ſcribo a ſiniſtra emptorem debitorem pro reſiduo precij l.12000, a dextra vero ſcribo emptorem ſoluiſſe die 24 Decembris 1571 l.4000 ſ.

Item die 18 Martij 1572 l.4000.

Item die 20 Nouembris 1572 l.4000 ſ.

Deinde pro inueſtigãdo lucro librarum 12000 a die 24 Octobris 1570 ad diem 24 Decembris 1571, qui ſunt dies 424, duco dies 424 in libras 12000, producitur compoſitum ex diebus & libris 5088000. Deinde pro inueſtigando lucro reſidui, quod eſt l.8000 a die 24 Decembris 1571 ad diem 18 Martij 1572, qui ſunt dies 84, Duco dies 84 in l.8000, fit 672000. Deinde pro inueſtigando lucro reſidui, quod eſt l.4000, a die 18 Martij 1572 ad diem 20 Nouembris 1572, qui ſunt dies 242. Duco dies 242 in l. 4000, fit 968000. Aggrego hæc tria producta fit 6728000. ſeruo.

Deinde conſidero quòd l. 100 ad 10 pro 100 in diebus 360, lucrantur l.10, vel l. 10 in diebus 360 lucrantur l.1. Duco 10 in 360. fit 3600.

Deinde

Deinde ſic propono quæſtionem.

Si libræ & dies 3600 lucrantur l. 1. libræ et dies 6728000, quot libras lucrantur. Duco l. 1 in 6728000. fit idem, diuido per 3600, exeunt libræ 1868 ſ. 17 d. 9. Igitur emptor ſoluit ſortem integram, & reſtat debitor de toto lucro. Ad cuius computum ponuntur omnes aliæ ſumma ſolutæ. Si quæ ſunt pro ſecundo caſu.

Tertio caſu dico, quòd emptor ſingulo anno tenetur ſoluere lucrum conuentum precij reſtantis, loco fructuum, iuxta edictum prætoris, dicentis pacta ſeruabo, eo maxime, quia vbi nullum adeſſet pactum, emptor tamen teneretur ad intereſſe precij non ſoluti, a a die more, l. 2. & ibi per doctores C. de vſuris. Nec poſſet imputari venditori, quòd lucrum eidem debitum non petierit, tempore debito. Nã emptor debitor abſq; aliqua interpellatione tenetur ſpõte ſoluere, cum ſit regula, quòd dies interpellat pro homine l. magnam C. de cont. cõmit. Stip. quòd procedit non ſolum in die conuentionali, ſed etiam in die legali, & tacita l. 2. circa medium C. de iure Emphiteutico. vbi Iaſ. late. nũ. 35. Nec quòd venditor in receptione non fuerit proteſtatus, quòd ex pecunijs receptis, detrabit primò lucrum, ſibi debitum reliquum recipit pro parte ſortis debitæ, ex quo in electione debitoris, eſt dicere, quod debitum potius voluerit ſolutum, quia hoc debuit facere ſtatim l. quoties ff. de ſol. & lib.

Et quia in iſto caſu præſupponitur hoc a neutro dictum. Fuiſſe in quam cauſam cedere velint, quo circa id videtur ſolutum, cuius dies venit l. cæterum ff. eod.

Et omni in caſu creditor debet conſtituere ſolutum in id, in quod conſtitueret, ſi deberet d. l. quoties.

Concludendum eſt igitur in faciendis calculis, quoad ſoluendum tantum pro quolibet centeno, adhibendam eſſe talem regulam, vel aliam huic conformem. ſcilicet, quòd in ſingulis ſolutionibus prius calculandum, ſit illud tantum conuentum, pro quolibet centeno, pro tempore decurſo, a die contracti debiti, ad diem ſolutionis. vt in exemplo figuræ ſequentis, vbi a die 20 Octobris 1570, ad diem 24 Decembris 1571, includuntur menſes 14, & dies 24, quo tempore lucrum librarum 12000 ad 10 pro 100, eſt l. 1413 ſ. 6 d. 8. quod cum ſorte aggregatum facit ſummam librarum 13413 ſ. 6 d. 8.

Deinde aufero ab hac ſumma l.4000 ſ. ſolutas per emptorem, die 24 Decembris, reſtat debitor, idem emptor de l.9413 ſ.6 d. 8. ordinem eundem ſeruando in ſingulis ſolutionibus, vt in exemplo, quod quotidie occurrit, nec vllam patitur difficultatem, quia venditor non tenetur niſi, ad diminuendum lucrum, ad rationem ſortis recipiendæ, non autem ad ſoluendum vſuras de eo, quod non poſſidet. Sed recipit nomine ficti prædij. Sed libuit mihi illud animaduertere, ne forte aliquis incautæ incideret in errorem, ob memoratam Tartaleæ regulam, qui ſimplex, & purus mathemathicus non curauit ſcire ea quæ leges & prudentium reſponſa ſeruari iubent.

l. 12000	ſ.	d.
l. 1413	ſ. 6	d. 8
l. 13413	l. 6	d. 8
l. 4000	ſ.	d.
l. 9413	ſ. 6	d. 8
l. 219	ſ. 12	d. 10
l. 9632	ſ. 19	d. 6
l. 4000	ſ.	
l. 5632	ſ. 19	d. 6
l. 378	ſ. 13	d. 3
l. 6011	ſ. 12	d. 9
l. 4000	ſ.	
l. 2011	ſ. 12	d. 9
l. 81	ſ.	d. 6
l. 2092	ſ. 13	d. 3

Et vt calculator antequam calculos incipiat diligenter conſideret partium conuentiones. Deinde ſecundum eorum conuenta calculos ponat: 1570 die 20 Octobris, emptor debet l.12000 ſ. Item pro earum lucro ad 10 pro 100, a die 20 Octobris 1570 ad diem 24 Decembris 1571, qui ſunt menſes 14, & dies 4 l.1413 ſ.6 d.8.

Quorum ſumma eſt l. 13413 ſ.6 d.8. 1571 die 24 Decembris emptor ſoluit l.4000 ſ. Reſtat debitor idẽ emptor. l.9413 ſ.6 d. 8.

Item pro earum lucro a die 24 Decembris 1571 ad diem 18 Martij 1572, qui ſunt menſes 2 & dies 24 l.219 ſ. 12 d. 10. Quorum ſumma eſt l.9632 ſ.19 d.6.

Item die 18 Martij 1572, emptor ſoluit l.4000 ſ. Reſtat debitor idem emptor l.5632 ſ.19 d.6.

Item pro earum lucro a die 18 Martij 1572 ad diem 20 Nouembris 1572. qui ſunt menſes 8 & dies 2 l.378 ſ.13 d. 3. Quorum ſumma eſt l.6011 ſ.12 d.9.

Item die 20 Nouembris 1572. Emptor ſoluit l.4000 ſ. Reſtat debitor idem emptor l.2011 ſ.12 d.9.

Item pro earum lucro a die 20 Nouembris 1572, ad diem 15 Aprilis 1573 qui ſunt menſes 4 & dies 25. l.81 ſ. d.6.

Quorum ſumma eſt l.2092 ſ.13 d.3. Vnde ſecundum hanc regulam emptor, reſtat debitor l.2092 ſ.13 d. 3, ſecundum vero regulam Tartaleæ, reſtat l.1868 ſ.17 d.10.

Ex quo hæ duæ regulæ inter ſe differunt l.223 ſ.15 d.5.

Et eſt ratio, quia Tartalea pro meretur lucrum debitum venditori, ad quod non tenetur venditor rationibus præmiſſis.

Quæſtio

Quæſtio lucri ad caput anni 18.

QVæro lucrum ad caput anni librarum 300 ad 10 pro 100. pro annis quatuor.

Propono ſic quæſtionem.

Si 100 dant 100, quantum dabunt 300?

Vel ſi 10 dant 11. quantum dabunt 300? Duco igitur 11 in 300, fit 3300, diuido per 10, exit 330. pro ſorte & lucro primi anni.

Deinde pro ſecundo anno ſic rurſum arguo. Si 10 dant 11 quantum dabunt 330? Duco 11 in 330. fit 3630. Diuido per 10. exit 363, pro ſorte & lucro ſecundi anni.

Deinde pro tertio anno ſic quæſtionem propono.

Si 10 dant 11, quantum dabunt 363. Duco 11 in 363. fit 3993. Diuido per 10. exit $399\frac{3}{10}$. pro ſorte & lucro tertij anni.

Tandem pro quarto anno ſic propono quæſtionem.

Si 10. dant 11 quantū dabūt $399\frac{3}{10}$. Duco $399\frac{3}{10}$ in 11. fit $4392\frac{3}{10}$, Diuido per 10, exit $439\frac{23}{100}$, pro ſorte & lucro quarti anni.

Vel nunquam diuido niſi in fine, pro vitandis fragmentis, ſed duco 11 in 300, pro primo anno, fit 3300. Deinde 11 in 3300. pro ſecundo anno, fit 36300.

Deinde 11 in 36300 pro tertio anno. fit 399300. tandem 11 in 399300 pro quarto anno, fit 4392300 ſeruo.

Deinde ſumo toties 10, primum proportionalem, quot ſunt anni, vt 10. 10. 10. 10.

Deinde duco primum 10 in ſecundum, fit 100. Deinde 100 in tertium 10. fit 1000. Deinde 1000 in quartum 10. fit 10000.

Deinde, diuido 4392300, ſeruatos per 10000. exit $439\frac{23}{100}$. tanta eſt ſumma ſortis, & lucri ad caput anni pro annis 4.

Sed quando vltra annos integros interuenit pars anni, tunc ſequor opinionem Tartaleæ, qui in lib. 11. primæ partis. tractatuum numerorum & menſurarum. Diſputat hunc caſum, confutando opiniones fratris Lucæ, & Fortunati, qui partem anni deficientem ſupplent. Deinde pro eo anno integro lucrum ad caput anni inueſtigant.

Deinde partis anni pro ſupplemento additæ lucrum ſimplex, a ſorte & lucro ad caput anni annorum integrorum ſubtrahunt, quod reſtat pro ſumma ſortis, & lucri quæſita præſupponunt.

Vt ſi

Vt ſi vis lucrum ad caput anni cum ſorte librarum 860 ſ.16 d. 8, pro annis 2, & menſibus $9\frac{1}{2}$. *ſupplent partem anni deficientem, & ſumunt annos 3 integros, in quibus libras ipſas 860 ſ.16 d.8 cum lucro ad caput anni reducunt ad ſummam librarum 1145 ſ.15 d.4. Deinde ſumunt ſimplex lucrum vnius libra pro menſibus* $2\frac{1}{2}$ *pro ſupplemento additis, & ſunt denarij 5 ad 10 pro 100.*

Deinde ſic proponunt quæſtionem. Si ſ.20 d.5, fiunt ſ.20, quid fient l. 1145 ſ.15 d.4. ſeruo regulam, exeunt l. 1112 ſ.7 d.3.

Tartalea vero, ſumit lucrum ad caput anni primo, ex annis integris. Deinde lucrum ſimplex ex menſibus & diebus. Nam ad caput anni non quæritur lucrum lucri, niſi finito anno. Sumo igitur ſecundum Tartaleam ad 10 pro 100. $\frac{1}{10}$ *ex l.860 ſ.16 d.8, & eſt 86 ſ.1 d.8. addo ad l.860 ſ.16 d.8, fit 946 ſ.18 d.4. ſumma ſortis & lucri primi anni.*

Deinde pro ſecundo anno ſumo $\frac{1}{10}$ *ex l.946 ſ.18 d.4 & eſt l.94 ſ.13 d.10, addo ad l.946 ſ.18 d.4, fit l.1041 ſ.12 d.2. ſumma ſortis & lucri ſecundi anni.*

Deinde ſumo ex hac ſumma lucrum ſimplex menſium $9\frac{1}{2}$. *hoc modo, libra vna ad 10 pro 100. Lucratur ſingulo menſe d.2 Igitur in menſibus* $9\frac{1}{2}$ *d.19.*

Propono igitur ſic quæſtionem.

Si ſolidi 20. fiunt ſolidi 21 d.7, quid fient l.1041 ſ.12 d.2, ſeruo regulam, exeunt l.1124 ſ.1 d.4, relinquendo fractiones, ex quo regula Tartaleæ excedit Lucæ & Fortunati regulam in l.1 ſ.14 d.1. ratio huius differentiæ, eſt quia quanto plus augent ſummam, tanto plus lucri detrahunt, ex quo reliquum minus vera quantitate remanet igitur errant, & Tartalea veram dat regulam.

Si vero vis inueſtigare lucrum ad quamuis aliam rationem, vtpote ad 13. pro 100. inueſtigo primo ad 10 pro 100. pro faciliori operatione.

Deinde reduco ad 13, vel ad aliam quamlibet ſummam.

Hoc modo proponendo quæſtionem.

Si ad 10 pro 110 prouenit 50, quantum proueniet ad 13?

Duco 50 in 13, fit 650. Diuido per 10. exit 65. tantus eſt prouentus.

CONCLV-

CONCLVSIONES *memoriæ tenende pro ratiocinio lucri.*

Denarios tot in die lucrantur l.100. vel quæuis ſumma, quot libræ exeunt. Si ducis lucrum vnius anni in 2, & productum diuidis per 3. vt l.100 in anno lucrantur l.5. Duco 5 in 2, fit 10. Diuido per 3. exit $3\frac{1}{3}$. tot denarios lucrantur l.100 in die. hoc eſt $3\frac{1}{3}$.

Solidos tot in die lucrantur l.100, vel quæuis ſumma, quot libræ exeunt, ſi diuidis lucrum vnius anni per 18, vt l.100 lucrantur in anno l.5. Diuido 5 per 18. exit $\frac{5}{18}$. igitur l.100 lucrantur in die $\frac{5}{18}$ vnius ſolidi, & ſunt d.$3\frac{1}{3}$.

Denarios tot in menſe lucrantur l.100, vel quæuis ſumma, quot ſolidos lucrantur in anno, vt l.100 lucrantur in anno ſolidos 100, igitur in menſe denarios 100.

Solidos tot in menſe lucrantur l.100, vel quæuis ſumma quot libræ exeunt, ſi lucrum librarum anni ducis in 5, & productum diuidis per 3, vt l.100 in anno lucrantur l.5, duco in 5, fit 25, diuido per 3. exit $8\frac{1}{3}$. igitur l.100 lucrantur in menſe ſ.8.

Denarios quot in menſe lucrantur l.100, vel quæuis ſumma tot ſolidos lucrantur in anno, vt l.100 lucrantur in menſe d.100, igitur lucrantur in anno ſolidos 100.

Solidos quot lucrantur in menſe l.100, vel quæuis ſumma, libræ tot in anno exeunt, ſi ducis lucrum ſolidorum per 3, & productum diuidis per 5, vt l.100 lucrantur in menſe ſ.$8\frac{1}{3}$. duco in 3, fit 25, diuido per 5. exit 5. igitur l.100 lucrantur in anno l.5.

Denarios quot in menſe lucrantur l.100, vel quæuis ſumma, libræ tot lucri in anno exeunt, ſi lucrum denariorum, diuidis per 20, vt l.100 lucrantur in menſe d.100, diuido per 20, exit 5, igitur l.100 lucrantur in anno l.5.

Denarios tot in menſe lucrantur l.100, vel quæuis ſumma, quot producuntur ex ductu lucri librarum anni in 20, vt l.100 lucrantur in anno l.5. Duco 5 in 20, fit 100, igitur l.100 lucrantur in menſe d.100.

Libras tot in anno lucrantur l.100, vel quæuis ſumma, quot producuntur ex ductu lucri ſolidorum diei in 18, vt l.100, lucrantur in die $\frac{5}{18}$ ſolidi, duco 5 numeratorem in 18, fit 90. diuido per 18 denominatorem, exit 5, igitur l.100 lucrantur in anno l.5.

Libras

Libras tot in anno lucrantur l.100, vel quauis ſumma, quot exeunt ſi lucrum denariorum diei ducatur in 3. & inde productum diuidatur per 2. vt l.100 lucrantur in die d.$3\frac{1}{3}$. duco in 3. fit 10. Diuido per 2, exit 5. igitur l.100 lucrantur in anno l. 5.

Solidos tot in anno lucratur libra, quot exeunt ſi diuidis lucrum librarum 100 per 5. vt l.100 lucrantur in anno l. 5. Diuido 5 per 5, exit 1. tot ſolidos lucratur libra in anno.

Denarios quot in menſe lucratur libra, duco in 10, & productum diuido per 3, exeunt denarij quot l 100 lucrantur in die. vt l. 1. lucratur in menſe d. 1. duco in 10. fit 10. diuido per 3 exit $3\frac{1}{3}$. tot denarios lucrantur l. 100 in die.

Denarios quot in menſe lucratur libra, duco in 5 tot libras lucrantur in anno l. 100. vt libra lucratur in menſe d. 1. duco in 5, fit 5. igitur l. 100 in anno lucrantur l. 5.

Denarios tot in menſe lucratur libra, quot exeunt, ſi ducis denarios quos l.100 lucrantur in die in 3. & inde productum diuidis per 10. vt l.100 lucrantur in die d. $3\frac{1}{3}$. duco in 3. fit 10. diuido per 10. exit 1. igitur libra lucratur ſingulo menſe d. 1.

Intelligendo ſemper omnes menſes æquales, & dierum 30, quaſi annus conſtet ex diebus 360.

Quot denarijs venditur libra in ponderibus, vel brachium cubum in menſuris ſolidorum tot ſ.8 d.4, venditur 100, vt vendo libram ferri d.36 duco 36 in ſ.8 d.4 fit 300. Igitur vẽdo l. 100 ferri ſ. 300

Item vendo brachium cubũ fœni d.36. igitur vendo currum ſ. 300

Quot ſolidis venditur libra, vel brachium cubum, tot l.5. venditur 100, vt libra piperis venditur ſ. 32, duco in 5. fit 160.

Item brachium fœni venditur ſ.6, duco in 5 fit 30. igitur currus fœni venditur l. 30.

Quot ſolidis valent l. 100, duco in 3. & diuido per 25, tot denarios valet libra in ponderibus, & brachium cubum in menſuris, vt vendo libras 100 ferri, vel currum fœni pro ſolidis 300. Duco in 3. fit 900. diuido per 25, exeunt denarij 36. valor libræ, vel brachij.

Quot ſolidos valent 100. tot $\frac{1}{100}$ denarij vnius valet vncia, vt 100 valent ſ. 300. duco 300 in $\frac{1}{100}$. fit $\frac{300}{100}$ denariorum, hoc eſt denarij 3.

Quot libras valet 100, tot denarios $2\frac{2}{5}$, valet libra, vel brachiũ vt 100 valẽt l. 15. duco in $2\frac{2}{5}$, fit 36. igit̃ d.36, valet libra vel brachiũ.

Quot

Quot libras valent 100, *diuido per* 5. *exit valor denariorum vnciæ, vt* 100 *valent l.*15. *diuido per* 5, *exeunt denarij* 3.
Quot libras valent 1000, *duco in* 6. *& productum diuido per* 25. *quod exit ſunt tot denarij, quot valet libra.*

Quot libras valent 1000, *diuido per* 10. *tot libras valet* 100.
Quot ſolidos valet 1000. *diuido per* 10, *quod exit tot ſolidos valet* 100.

Quæſtiones ſuper lucris ad caput anni, quæ abſque regulis ſequentibus abſolui, aut nullo modo, aut non ſatis commode poſſunt.

Quæſtio 19.

Cognita prima & tertia trium quantitatum continue proportionalium. Si vis ſecundam, duco primam in tertiam, & radix producti eſt quantitas quæſita. vt pono quòd prima ſit 9. *tertia* 4. *duco* 4 *in* 9, *fit* 36. *radix eſt* 6. *ſecunda quantitas continue proportionalis quæſita.*

*Exemplum operatiuum. Quidam mutuo accepit l.*750, *in fine annorum duorum reſtituit creditori l.*1080 *ſortem & lucrum. Quæritur quantitas lucri cuiuſlibet centeni ad caput anni. In hac quæſtione ſunt tres termini continue proportionales. Primus eſt l.*750. *Secundus eſt ignotus, & eſt ſors & lucrum primi anni. Tertius eſt l.*1080. *Duco igitur* 750 *in* 1080. *fit* 810000. *Radix eſt* 900. *Secundus terminus continue proportionalis. Deinde aufero* 750 *ex* 900, *reſtat lucrum primi anni l.*150. *vt autem ſcias ad quam rationem pro quolibet centeno, propono quæſtionem in hunc modum.*

Si 750 *lucrantur l.*150, *quantum lucrantur* 100? *Sequor regulam, exit* 20, *pro quolibet centeno.* Si *vero exiens ſit ineffabilis, poteſt reſponderi per radicem ineffabilem, vt pono quòd pecuniæ mutuatæ ſint* 354, *& ſors cum lucro* 406. Secundus terminus erit Radix 143724. *Deinde ſcias lucrum cuiuſlibet centeni. Aufero* 354. *ex* ℞. 143724. *reſtat radix* 143724 *m̃.* 354.

Deinde ſic propono quæſtionem.

Si 354 *lucrantur* ℞. 143724 *m̃.* 354, *quantum lucrantur* 100? *Seruo regulam, exit lucrum cuiuſlibet centeni* ℞. 1468 $\frac{116112}{1253116}$ *m̃.* 10.

Quæſtio 20.

Cognita prima et vltima quatuor quantitatum continue proportionalium. Si vis ſecundam, duco vltimam in quadratum primæ, & Radix cubica producti, eſt ſecunda quantitas quæſita. vt pono quòd prima ſit 64, vltima 27. quadro, fit 4096. Duco in 27. fit 110592. Radix cubica eſt 48 ſecunda quantitas quæſita. Adhuc deſideramus tertiam, quæ pluribus modis poteſt inueſtigari. Primo duco primam in quartam, & inde productum, diuido per ſecundam, exiens eſt tertia quantitas quæſita.

Secundo diuido quadratum ſecundæ per primam, exit tertia.

Tertio duco primam in quadratum vltimæ, & radix cubica producti eſt tertia.

Exemplum operatiuum, quidam mutuo accepit l. 27. finitis annis tribus reſtituit creditori l. 64, ſortem & lucrum quæritur quantitas lucri cuiſlibet centeni, ad caput anni.

In hac quæſtione ſunt quatuor termini continue proportionales, quorum primus & vltimus ſunt noti, reliqui ignoti. Primus eſt ſors, & eſt 27. vltimus eſt 64 ſors & lucrũ, oportet primo inueſtigare ſecundum terminum, quo inuento facile inueſtigatur tertius.

Duco igitur vltimum terminum in quadratum primi, & radix cubica producti, eſt ſecundus terminus. vt duco 64 in quadratum 27, & eſt 729, fit 46656. quorum radix cubica eſt 36 ſecundus terminus. Deinde aufero 27 ex 36. Reſtat 9, lucrum primi anni. Deinde vt ſcias rationem cuiſlibet centeni, ſic propono quæſtionem. Si 27 lucrantur 9. quantum lucrantur 100? Sequor regulam, exit $33\frac{1}{3}$. *Tantum lucratur quilibet centenus.*

Quæſtio 21.

Cognita prima & vltima quinque quantitatam continue proportionalium, ſi vis ſecundam, duco vltimam in cubum primæ. & R. ce ce producti eſt quantitas quæſita. Vt ſit prima 32, quinta 2 cubo 32. fit 32768. Duco in 2. fit 65536. R. ce ce. eſt 16 ſecunda quantitas quæſita.

Si vero vis quartam, duco primam in cubum quintæ, & R R. producti,

ducti, eſt quarta quantitas quæſita, vt cubus 2 eſt 8, duco in 32, fit 256. R R. eſt 4. quarta quantitas quæſita. Reſtat adhuc incognitus tertius terminus, quem ſic inueſtigo, duco primum in vltimum, & Radix producti eſt tertius terminus. quæſitus vt 2 in 32. fit 64. R. eſt 8. tertia quantitas quæſita.

Item cognito primo & ſecundo termino per regulam quatuor proportionalium poſſunt inueſtigari omnes alij ſequentes, tam aſcendendo, quàm deſcendendo.

Exemplum operatiuum. Quidam mutuo accepit l. 3. poſt annos quatuor ſoluit l. 12. ſortem & lucrum. quæritur ad quam rationem pro centeno, ad caput anni. Duco cubum 3 & eſt 27 in 12. fit 324. Radix eſt 18. igitur R. 18 eſt ſors, & lucrum primi anni. Deinde aufero 3 ex R. 18. Reſtat R. 18 m̃ 3. lucrum vnius anni.

Deinde ſic propono quæſtionem.

Si 3 lucrantur R. 18 m̃. 3. quantum lucrantur 100? Seruo regulam, exit R. 20000 m̃. 100. tantum lucratur quilibet centenus in anno, ad caput anni. Vel inueſtigo radicem propinquam 18, & operor abſque radice, tamen non præciſe.

Quæſtio 22.

Cognita prima & vltima ſex quantitatum continue proportionalium, ſi vis ſecundam, duco vltimam in quadratum quadrati primæ, & Radix relata producti eſt ſecundus terminus quæſitus, vt ſit prima quantitas 4. & ſexta 128. Duco quadratum quadrati 4, & eſt 256 in 128, fit 32768. radix relata eſt 8. ſecundus terminus quæſitus. quo habito facile habentur omnes alij ſequentes, cum regula quatuor proportionalium.

Quæſtio 23.

Cognita prima & vltima ſeptem quantitatum continue proportionalium. Si vis ſecundam, duco vltimam in relatum primæ, & R. ce cu. producti eſt ſecunda quantitas quæſita, vt pono quod prima ſit 6. vltima 4374.

Duco relatum primum 6 & eſt 7776, in 4374. fit 34012224. horum R. ce cu. eſt 18, ſecunda quantitas quæſita.

Quæſtio 24.

COgnita prima & vltima. Octo quantitatum continue proportionalium, ſi vis ſecundam, duco vltimam in ce cu prima, & radix ſecunda relata producti, eſt quantitas quæſita. Sit prima quantitas 2. Octaua 6. duco ce cu 2 & eſt 64, in 6. fit 384. Igitur radix relata ſecunda 384 ineffabilis eſt quantitas quæſita.

Quæſtio 25.

COgnita prima & vltima, nouem quantitatum cõtinue proportionalium, ſi vis ſecundam, duco vltimam in relatum ſecundum primæ, & R. ce ce ce. producti eſt quantitas quæſita, vt ſi prima 3 nona 6. duco relatum ſecundum 3 & eſt 2187 in 6, fit 13122. igitur R. ce ce ce. 13122, ineffabilis eſt quantitas quæſita.

Quæſtio 26.

COgnita prima & vltima, decem quantitatum continue proportionalium. Si vis ſecundam, duco vltimam in ce ce ce primæ, & R. cu cu. producti eſt quantitas quæſita, vt ſit prima 5, vltima 2, duco ce ce ce 5. & eſt 390625 in 2. fit 781250. igitur R. cu cu. 781250 ineffabilis eſt quantitas quæſita.

Queſtio 27.

COgnita prima & vltima vndecim quantitatum continue proportionalium, ſi vis ſecundam, duco vltimam in cu cu primæ, & R. ce rel. producti eſt quantitas quæſita. vt ſit prima 3. vndecima 2. Duco cu cu 3 & eſt 19683 in 2, fit 39366. igitur R. ce rel. ineffabilis 39366, eſt quantitas quæſita.

Queſtio 28.

COgnita prima & vltima, duodecim quantitatum continue proportionalium, ſi vis ſecundam, duco vltimam in ce rel. primæ, & radix

& radix tertia relata producti eſt quantitas quæſita. vt ſit prima 1, vltima 2. duco ce rel. primæ 1 & eſt 1 in 2, fit 2. igitur radix tertia relata 2 ineffabilis, eſt quantitas quæſita.

Queſtio. 29.

CVm vis reducere plures terminos ad vnum operare primo vt in exemplo ſequenti.

Antonius debet ad 10 pro 100 ſummas ſequentes maturandas vt in figura.

l. 250 ſ. 8 d. 4 maturandas	*1575 die 25 Maij*	*lucrum l.*	*ſ. d.*
l. 368 ſ. 5 d. 6 maturandas	*1576 die 16 Iulij*	*lucrum l.*	*42 ſ. 2 d. 2*
l. 451 ſ. 6 d. 8 maturandas	*1576 die 30 Septēb.*	*lucrū l.*	*106 ſ. 9 d.*
l. 1070 ſ. d. 6			*l. 148 ſ. 2 d. 2*

In hac quæſtione ſolum eſt conſiderandam terminorum differentia, & lucrum termini ſecundi, & tertij, relinquendo primum ſine lucro, (quia ibi incipit lucrum aliorum) vt dicti tres termini ad vnum ſolum reducantur. cogito igitur in primis, quod a die 25 Maij 1575. primi termini ad diem 16 Iulij 1576 ſecundi, includantur menſes 13 & dies 21. quo tempore lucrum l. 368 ſ. 5 d. 6 ad 10 pro 100. eſt l. 42 ſ. 2 d. 2. Depono vt in figura. Deinde quia a dicta die 25 Maij 1575 ad diem 30 Septembris 1576. tertij termini includuntur menſes 28 & dies 6. quo tempore lucrum l. 451 ſ. 6 d. 8 eſt l. 106, eas depono vt in figura. Deinde aggrego ſortem & eſt l. 1070 ſ. d. 6. ſubinde lucrum, & eſt l. 148 ſ. 2 d. 2.

Deinde ſic propono quæſtionem.

Si l. 100 in menſibus 12 lucrantur 10 libræ 1070 in quot menſibus lucrantur l. 148 ſ. 2, ſeruo regulam, exeunt menſes 16 & dies 18, quod tempus addo ad 1575 die 25 Maij, fit tempus commune omnibus terminis & lucris 1576 die 13 Octobris, quo tempore Antonius tenetur ſoluere totam ſummam ſortis & lucri hoc eſt l. 1218 ſ. 2 d. 8.

Vel duco quamlibet ſummam in ſuum tempus, & inde producta aggrego, & hoc aggregatum diuido per aggregatum ſortis,

vt duco

vt duco l. 368 ſ. 5 d. 6 in menſes 13 & dies 21, & l. 451 ſ. 6 d. 8 in menſes 28 & dies 5. reducendo in primis pecunias, & tempora ad minorem denominationem. Nam minor pecuniarum denominatio ſunt denarij. temporis vero dies, reduco igitur l. 368 ſ. 5 d. 6 ad denarios 88386. Deinde menſes 13 & dies 21 ad dies 411. Duco inuicem, fit 36326646.

Deinde l. 451 ſ. 6 d. 8 ad denarios 108320. Deinde menſes 28 & dies 5 ad dies 845. Duco inuicem, fit 91534400. Aggrego hęc duo producta, cõpoſita ex pecunijs et tempore, fit 127861046 ſeruo.

Deinde reduco l. 250 ſ. 8 d 4, ad denarios 60100. Aggrego cum alijs denarijs 88386, & 108320, fit 256806.

Diuido igitur hoc compoſitum ex pecunijs & tempore ſeruatum 127861046. per denarios ſortis 256806. exeunt dies 498 paulominus. Diuido per 30, exeunt menſes 16 & dies 18 vt prius.

Cum vero vis reducere ad vnum terminum reſpiciendo ad diem contracti debiti. non autem a termino primo maturato ad vltimum vt prius. tunc omnes debiti ſummas aggrego, & aggregatum ſeruo.

Deinde minorem terminum a ſingulis maioribus aufero, quod reſtat, duco in ſuas relatiuas debiti ſummas, & inde producta aggrego, & hoc aggregatum diuido per aggregatum ſeruatum, & exeunti addo minorem terminum ablatum, vt quidam debet l. 500 in menſibus 6 & l. 1000 in menſibus 8, & l. 1500 in menſibus 10. diſpono vt in figura.

l.	500	*menſes*	6			
l.	10000	*menſes*	8	:	2	*l.* 2000
l.	1500	*menſes*	10	:	4	*l.* 6000
	3000					8000
					menſes	*dies*
					2	20
					6	
					8	20

Aufero menſes 6, qui eſt minor terminus ex 8. reſtat 2. Deinde ex 10. reſtat 4, depono 2 poſt 8 a dextra & 4 poſt 10, & ſub 2. Deinde aggrego ſummas debiti & ſunt 3000. ſeruo.

Deinde duco menſes 2, qui ſunt reſiduum de 8, in ſuas libras 1000, fit 2000, depono a dextra vt in figura.

Deinde 4 reſiduum de 10 in ſuas libras 1500, fit 6000. Depono a dextra vt in figura. Aggrego producta, fit 8000, diuido per 3000 ſeruatos, exeunt menſes 2 & ſuperant 2000, duco in dies 30. fit 60000, diuido per 3000, exeunt dies 20. addo menſes 6 ablatos ad 2, fiunt menſes 8 & dies 20, qui ſunt tempus a die contracti debiti, quo ille debebit totam ſummam librarum 3000. cum earum lucro, in qua ſumma computo primam ſummam librarum 500, licet eas non multiplicauerim.

Quæſtio 30.

Fit etiam aliquando tranſmutatio inter duos, vtpote vnus dat lanam, & recipit bombicem centenus lanæ ad pecuniam, preſentem, valet l. 20, ad traſmutationem, fit l. 32, precium bombicis ad pecuniam preſentem eſt l. 7, ad tranſmutationem, fit l. 10. Quæritur vtilior tranſmutatio, & ad quam rationem pro centeno.

Propono ſic quæſtionem.

Si 7. fit 10, quid 20. duco 10 in 20, fit 200. diuido per 7, exit 28 $\frac{4}{7}$, tantum debuit valere, quòd valuit 20, & quia ex 20, fit 32, igitur hæc fuit vtilior tranſmutatio. Nam 32 excedit 28 $\frac{4}{7}$ in 3 $\frac{3}{7}$.

Deinde ſi vis ad quam rationem pro centeno.

Sic propono quæſtionem.

Si 20 lucrantur 3 $\frac{3}{7}$, quantum 100, duco 3 $\frac{3}{7}$ in 100, fit 346 $\frac{2}{7}$, diuido per 20, exit 17 $\frac{1}{7}$, tantum lucratur pro cẽteno qui poſuit 20.

Quæſtio 31.

VNus dat lanam, & recipit pannum, brachium panni valet l. 13, ad pecuniam præſentem, ad tranſmutationem ponitur l. 15. centenus lanæ ad pecuniam præſentem valet l. 28. Quæritur quantum debeat poni ad tranſmutationem.

Sic prono quæſtionem.

Si ex 13 fit 15, quantum ex 28, operor exit 32 $\frac{4}{13}$, tantum debet poni centenus lanæ.

Quæſtio

Cum igitur vis ſcire mixtionem duarum, aut plurium rationum argenti. diuido ſummam vnciarum argenti puri, per ſummam librarum mixtam puri & impuri, quod exit dicitur liga.

Exemplum.

Sint libræ 9 ligarum 8 & libræ 10 ligarum 11, conſidero quot vnciæ argenti puri ſint in libris 9 ligarum 8, ducendo 8 in 9, fit 72.

Deinde in libris 10. ligarum 11. ducendo 10 in 11, fit 110. Aggrego 110 & 72, fit 182 vnciarum ſumma argenti puri.

Deinde aggrego ſummas librarum puri & impuri mixtas, 10 & 9, fit 19, diuido vncias 182 argenti puri, per aggregatum librarum 19, exeunt ligha $9\frac{11}{19}$ pro mixtione.

Aliud exemplum ſint libræ 100 argenti puri, volo miſcere cum libris 20 æris, quæro ligam, reduco libras 100 argenti puri ad vncias 1200. Deinde aggrego libras 100 argenti puri cum libris 20 æris, fit 120 puri & impuri. Diuido 1200 per 120, exeunt lighæ 10 pro mixtione.

Quæſtio 35.

Volo reducere libras 40 argenti puri ad ligas $7\frac{1}{2}$. quæro ſummam æris addendi, duco 40 in vncias 12, fit 480, diuido per ligas $7\frac{1}{2}$ exit 64 pōdus maſſæ argenti ligarum $7\frac{1}{2}$. aufero libras 40 puri, ex 64 impuri, reſtat 24 pondus æris addendi.

Quæſtio 36.

Habeo libras 15 æris, volo addere tantum argenti, quòd maſſa mixta fiat ligarum 9, conſidero quòd libra argenti ligarum 9, habet vncias 3. æris & vncias 9 argenti puri.

Deinde ſic propono quæſtionem.

Si in vncijs 3 æris ponuntur vnciæ 9 argenti, in vncijs 180 æris, quot vnciæ argenti puri ponentur? duco 9 in 180, fit 1620. Diuido per 3. exeunt vnciæ 540. argenti puri, & ſunt libræ 45 quod conſolidatum cum libris 15 æris, ponderabit libras 60, ligarum 9.

Quæſtio 37.

H*Abeo libras 20 argenti ligarum 8. volo illud reducere ad ligas 9; quæro pondus argenti addendi. Conſidero quòd libra argenti ligarum 8, continet vncias 4 æris. duco 4 in 20, fit 80.* Deinde ſic propono quæſtionem.

Si vnciæ 3 æris miſcent libram argenti, ligarum 9. vnciæ 80 æris, quot libras miſcent? Duco *1 in 80. fit 80, diuido per 3. exit 26$\frac{2}{3}$. pro toto pondere ligarum 9, a quibus aufero libras 20 argenti ligarum 8. reſtat 6$\frac{2}{3}$. pondus argenti puri addendi.*

Quæſtio 38.

H*Abeo libras 21 argenti ligarum 8, volo reducere ad ligas 7. quæro pondus æris addendi, duco 8 in 21 fiunt vnciæ 168 argenti puri, diuido per ligas 7. exit 24. pondus argenti ligarum 7. aufero 21 a 24. reſtat 3 ſumma æris addendi.*

Quæſtio 39.

H*Abeo vncias 20 auri charactorũ 14 vncias 15 charactorum 16, volo addere tantum auri puri, quòd fiat charactorum 18. quæro pondus auri addendi.* Duco *charactos æris in pondus auri, 10 in 20, & 8 in 15. fit 200 & 120. characti æris, aggrego, fit 320. Deinde ſic propono quæſtionem.*

Si vnciæ 6 æris requirunt vncias 18 auri, vnciæ 320 æris quantum auri puri requirunt? Duco 18 in 320, fit 5760. diuido per 6. exeunt vnciæ 960, auri puri, diuido 960 per charactos 18, exeunt vnciæ 53$\frac{1}{3}$ charactorum 18. aufero 20 & 15. hoc eſt 35, a 53$\frac{1}{3}$. Reſtant vnciæ 18$\frac{1}{3}$ pondus auri addendi.

Vel aggrego æs & aurum 320 & 960, fit 1280, diuido per charactos 24, exeunt vnciæ 53$\frac{1}{3}$.

Quæſtio 40.

H*Abeo vncias 14 auri charactorum 16, & vncias 15 charactorũ 18. volo addere tãtum æris, quòd reducatur ad charactos 14. quæro*

quero pondus maſſæ fiendę. Hęc eſt conuerſa priori. Duco charactos in ſuum pondus 16 in 14. & 18 in 15, fiunt 224, & 270, aggrego fiunt vnciæ 494 auri puri. Deinde ſic propono quæſtionem.

Si characti 14 auri puri requirunt charactos 10 ęris, characti 494 auri puri, quot charactos ęris requirunt? Duco 10 in 494, fit 4940, diuido per 14, exeunt characti 352 $\frac{6}{7}$. diuido per charactos 10 ęris, exit 35 $\frac{1}{7}$. pondus maſſę fiendę. aufero vncias 14 & 15. hoc eſt 29, reſtant vncię 6 $\frac{1}{7}$ æris addendi.

Vel aggrego charactos 494 auri puri, & charactos 352 $\frac{6}{7}$ ęris. fit 846 $\frac{6}{7}$. diuido per charactos 24 ęris & auri exeunt vncię 35 $\frac{1}{7}$.

Quæſtio 41.

H*Abeo vncias 25 auri, pono ad ignem reducitur ad vncias 20 charactorum 21. quero priorem ligam. duco 20 in 21. fit 420, diuido per 25, exeunt characti 16 $\frac{4}{5}$. prior liga.*

Quæſtio 42.

H*Abeo vncias 25 auri charactorum 16 $\frac{4}{5}$. pono ad ignem reducitur ad vncias 20. quęro priorem ligam. Duco 25 in in 16 $\frac{4}{5}$. fit 420. diuido per 20. exit 21 prior liga.*

Quæſtio 43.

H*Abeo vncias 84 auri charactorum 18. pono ad ignem, reducitur ad vncias 72, quæro ligam, duco charactos 18 in vncias 84, fit 1512, diuido per 72. exit 21 liga.*

Quæſtio 44.

H*Abeo vncias 12 auri charactorum 18. pono ad ignem, reducitur ad charactos 24, quæro pondus, duco vncias 12 in charactos 18. fit 216. diuido per 24, exit 9 pondus.*

Quæſtio 45.

HAbeo aurum charactorum 18, pono ad ignem reducitur ad charactos 24, & ponderat vncias 9. quæro primum pondus. duco 24 in 9. fit 216. diuido per 18, exit 12, prius pondus.

Quæſtio 46.

HAbeo vncias 60 auri diuerſorum charactorum vncias 14 charactorum 16. Vncias 12 charactorum 18. Vncias 18 charactorum 20. vncias 16 charactorum 22. Pono ad ignem, reducitur ad charactos 24, quæro pondus. Duco quodlibet pondus in ſuos charactos. Deinde aggrego producta, & aggregatum, diuido per charactos 24, quod exit eſt pondus. Nam aggregatum quatuor productorum eſt 1152, diuido per 24, exit 48 pondus auri puri quæſitum.

Regula poſitionis.

RAtio exigit interdum, vt antequam regula vti poſſimus, vnius numeri poſitio ſit vtcunque facienda, ex qua ſemper prouenit falſum, niſi caſu, & fortuito, contingat, ita tamen, vt deinde verum ſequatur, opera regulæ. Vnde a multis poſitio falſa eſt dicta, vulgo autem regula Chataim, rem indicant ſequentia problemata.

Numerum inuenire cuius $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$. faciant 65, quæro numerum datus partes habentem. cuius inuentio ſic eſt. duco denominatores 3 in 4. fit 12. qui ſi non haberet dimidium, eſſet iterum multiplicandus in 2. alium denominatorem. Pono igitur numerum, qui quæritur eſſe 12. huius $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$, ſunt 6 4 & 3. aggrego, fit ſumma 13, qui non eſt numerus, quem quærimus. Sed 65, igitur ſuper hoc falſo inuento ſic eſt ratiocinandum. ſi 13 venit ex 12, vnde veniet 65? operor ducendo 12 in 65, fit 780, diuido per 13, exit 60, numerus quæſitus. Nam $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ ex 60, ſunt 30. 20. & 15 quæ partes additæ faciunt 65.

Aliud problema. Numerum inuenire qui additus ad eius $\frac{3}{4}$, & inde aggregatum ductum in 3. producat 84.

Pono

Pono talem numerum eſſe 4, huius ¾ ſunt 3. addo ad 4. fit 7. duco in 3. fit 21. Sed non quæro 21. imo 84. ſic igitur ratiocinor. Si 21 eſſet 84. quid eſſet 4? duco 4 in 84, fit 336, diuido per 21. exit 16. numerus quæſitus. Nam eius ¾ ſunt 12 qui additi ad 16, faciunt 28, ter autem 28 creſcit in 84, quod erat probandum.

Aliud problema, Duos numeros inuenire in ratione tripla, qui ſimul iuncti, & ex ſumma detractis ⅔. fiat reſiduum 12. Pono minorem numerum ex quæſitis eſſe 6. igitur maior eſt 18, aggrego fit 24, aufero ⅔ & ſunt 16, reſtat 8. Sed quia non quæro 8. imo 12. Propono ſic quæſtionem.

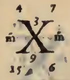
Si 8 ſuperfuit ex 6, vnde 12. duco 6 in 12, fit 72. diuido per 8, exit 9. qui eſt minor numerus ex quæſitis. igitur maior 27. inter quos eſt ratio tripla, & ambo ſimul componunt 36, vnde ſi ⅔ auferas, qui ſunt 24 fiet reſiduum 12, quod eſt propoſitum.

Regula poſitionis duplę.

QVoniam plerunq; in quæſtionem numerorum, inueſtigatio vna poſitione conſequi non poteſt, ſed duabus. earum artem & vſum problemata ſequenti inſtituemus.

Numerum 47 in tres partes ita diuidere, vt ſecunda primam excedat in 5. & tertia ſecundam in 10.

Pono primam partium dati numeri 47 eſſe 4, ſecunda igitur erit 9, & tertia 19, aggrego 4. 9. & 19, fit 32. aufero ex 47. reſtat 15. Cum igitur 32 a 47 deficiat in 15 ſignum eſt ipſam poſitionem 4 fuiſſe minorem quam oportuit, & ad eam aliquid adijciendum. addo igitur ad 4 quemlibet numerum, vtpote 3. ponens iterum primam quęſitarum partium eſſe 7. ſecunda igitur erit 12, tertia 22. & tres in ſumma 41. quæ cum ſit veritati propior altera, tamen a dato numero 47 adhuc deficit in 6. Vnde ſecunda poſitio etiam augmentum deſiderat, quot per hanc regulam inueſtigatur. Duco in decuſſim duas lineas, vt in figura. Ad quarum terminos ſuperiores noto duarum poſitionum numeros 4 & 7. & ipſarum differentiam 3. in medio. ad terminos autem inferiores ſubſcribo ſuis poſitionibus defectus 15 & 6. & eorum differentiam 9 inter ipſas, & inter eos ab vtraque parte duo m̃, quorum ſignificatio erit minus, & ideo ſubſcripti numeri 15 & 6 dicuntur errores, & eorum differentia 9 dicitur errorum

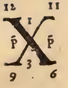


rum

rum emendatio. His diſpoſitis facio primum proportionalem 9, qui eſt errorum emendatio. Secundum autem 3. qui inter duas poſitiones ipſarum differentiam notat. Tertium vero alterutrum errorum, prout eſt 15, vel 6. Sic igitur ſuper errore primo ratiocinandum eſt. Si facta eſt emendatio 9 propter adiectionem 3. propter quam adiectionem emendabitur error 15? operor, & inuenio adiectionem 5 faciendam poſitioni primæ 4, & ſic erit 9. prima partium quam quærimus.

Super errore ſecundo diſpones argumentum hoc modo.

Si emendatio 9 prodijt ex adiectione 3. vnde veniet emendatio 6? operor & inuenio numerum 2 addendum poſitioni ſecundæ 7. & ſicut prius habebit 9. partem primam ex quæſitis. Secunda igitur erit 14, tertia 24 quarum compoſitio facit 47.



Si vero eundem numerũ 47 reaſummamus, & ponamus in quæſitis partibus primam eſſe 12, ſecunda igitur erit 17, tertia 27. & earum ſumma 56. datum numerum 47, excedens in 9, indicat poſitionem eſſe ſupra verum.

Pono iterum primam partium eſſe 11, ſecunda erit 16. tertia 26. & trium ſumma 53. quę excedit 47 in 6.

Huius operationis formulam ſimilem priori facio, excepto quòd vbi ponebam duo m̄. hic apponi debent duo p̄. quorũ ſenſus erit pluſquam ſit opus, ex vtraque poſitionum prouenire. igitur 1 differentia inter 11 & 12. non adiectionem ſicut prius, ſed detractionem ſignificat. Dico igitur ſi emendatio 3 venit, ex detractione 1. vnde veniet emendatio erroris 9. vel erroris 6? operor vt in primo modo, & habeo 3 detrahendum ex prima poſitione 12, & relinquentur 9. Et ſecundo modo habeo 2 detrahendum ex altera poſitione 11, & ita ſemper 9 id eſſe quod quærebatur.

Viſis huius regulę duabus differentijs, quarum prior dedit infra verum, poſterior autem ſupra, reſtat videre tertiam ex vtraq; permixtam, cum ſcilicet alter errorum abundat, & deficit alter. Ad hoc autem dabit exemplum alterutra poſitionum, quę citra verum conſiſtit, alteri comparata cuius error exuberauit, prout appoſui, ſcilicet 4, quę dat m̄ 15. & 11, quæ dat p̄ 6. & eſt poſitionum differentia 7. Obſeruabis autem vt cum fuerint errorum ſigna diuerſa, hoc eſt p̄ & m̄, vel m̄ & p̄, tunc non ſubtrahitur alter ab altero, ſicut in pręcedentibus, ſed ipſi duo errores componuntur in vnum: velut hic



hic 15 & 6, fit 21, inter duos errores ſumma collocanda. Hic igitur ſumma 21 non emendationis ſicut in pręcedentibus, ſed erroris obtinet rationem. Dicendum itaque, ſi error 21 ſuborritur adiectione 7. vnde error 6? operor & inuenio 2 auferendum ex poſitione 11, quę peccauit in exceſſu fietque reſiduum 9.

Si vero in alterutrum errorum vertatur argumentum dic. Si error 21 venit ex detractione 7. vnde 15? operor & inuenio 5 addendum poſitioni 4, & ita ſemper in omni diſpoſitione prima quęſitarum partium inuenitur eſſe 9. Sed eſt ſciendum quòd huic regulę non ſubiacent quantitates ineffabiles, nec proportiones fundatę in pluribus quam quatuor quantitatibus.

PRO *eo ratiocinandi modo, qui vulgo & arabica voce algebra dicitur, latine autem a doctioribus quibuſdam quadratura, qui numeros ſemper inquirit, ſecundum quantitates geometricas.*

Et qui recondutę ſubtilitatis multa in ſe habet, quę citra eius opem abſolui; aut nullo modo, aut non ſatis commode poſſunt, neceſſe eſt in primis figurationes, ſeu notulas quaſdam ad commodiorem intelligentiam paucis exponere cum ab omnibus communi vſu receptę ſint. Eę ſunt n°. co. & ce.

N°. ſumitur ſecundum diuiſiones lineę, quę eſt latus rectanguli ęqualiter factas, & ſi vna ſit inęqualis, particulę, ſeu fragmenti vicem obtinet. Vt ſi tetragoni vna linearum latitudinis ſit diuiſa in $2\frac{1}{2}$*. & vna longitudinis in* $6\frac{1}{4}$*, tunc eſt intelligendum vtrumque latitudinis latus diuiſum in duas partes cum ſemiſſe, & vtrumque longitudinis in ſex cum quadrante.*

Co. ſumitur pro tota linea coſtę lateris tetragonici, ſic vt dictum eſt in partes ęquales diuiſa, quę etiam alio nomine radix appellatur, tamquam quadrati principium. Nam ſicut Cęſar lib. primo belli Gallici imam partem montis, radices montis vbi caſtra facere conſtituit appellat. Ita coſtam quadrati tamquam principium & fundamentum quadrati radicem appellamus.

Cę. vero ſumitur pro tota rectanguli quadratura, & area, ex ductu laterum duorum tetragoni, vel quadrati reſultante, vt ſi latus quadrati ſit in tribus æqualibus partibus diuiſum, tota eius quadratura erit 9. hoc eſt nouem quadrata minora, toti quadrato æqualia, tetragoni vero altera parte longioris cuius vnum ex lateribus, ſit in

tres æquas partes diuiſum, & aliud in ſex. tota quadratura erit 18. hoc eſt decemocto quadrata minora toti tetragono æqualia, ſicut enim cenſus ſignificat annuum reditum, & facultates hominum. ita cenſus quadrati minora quadrata totam eius aream implentia.

Igitur numerus ſumitur pro diuiſionibus lineæ æqualibus. Co. pro tota eadem linea, C. pro tota area rectanguli decuſſata.

Subiectum modi huius ratiocinandi eſt proportio æqualitatis, & quatuor canonibus concluditur. quorum vnus ſimplex, reliqui tres compoſiti vocantur, quorum accidentia non aliter melius, quam problematum exemplis doceri poſſunt.

Canon ſimplex docet formare rectangulum, cuius ſuperficies ſit in quadrata minora decuſſata diuiſa, quorum latera ſingula ſint æqualia diuiſionibus æqualibus laterum rectanguli ipſius, & quorum minorum quadratorum numerum contentum vocamus laterum vero lineas, quadraturam omnem ambientes continens. Cum hoc canone facimus ſemper æquationem continentis ad contentum quando quatuor rectanguli latera, totam quadraturam minorum quadratorum præciſe ambiunt, & quadrata ipſa minora quatuor coſtas ipſorum rectanguli laterum præciſe implent qua æquatione ſic facta contentum per cõtinens diuidimus, quod exit ſeruat naturã continentis diuiſoris, nam ſi continens ſit linea ſimplex per co. vel R. figurata, exiens eſt numerus diuiſionũ æqualium lineæ lateris rectãguli ipſius quæſitus.

Si vero exiens ſit quadratura ſuperficiei. rectanguli, in quadrata minora diuiſa per ce ſignata. tunc exeuntis latus tetragonicum eſt inueſtigandum, cuius æquales diuiſiones ſunt numerus quæſitus.

Si vero exiens ſit cubus per cu ſignatus, tunc exeuntis latus cubicum inueſtigamus, cuius æquales diuiſiones cubos minores generantes, ſunt numerus quæſitus ac deinceps, vt exempli gratia. Si 6 co. ſunt æquales 18 numeris, diuido 18 contentum, per 6 continens, exit 3 numerus quæſitus. Et ſi 5 ce. ſunt æquales 20 numeris, diuido 20 per 5, exit 4 latus 4 eſt 2 numerus quæſitus. Et ſi 3 cu. ſunt æquales 24 numeris, diuido 24 per 3, exit 8. cuius latus cubicũ eſt 2, numerus quæſitus, ac deinceps.

Exemplum aliud operatiuum co. æqualium numero. Si brachia 6 panni ſerici veneunt aureis 18. igitur valor brachiorum ſex panni eſt æqualis aureis 18. Si vis igitur valorem co. hoc eſt brachij, diuido 18 per 6. exit 3. numerus quæſitus.

Problemã

Problema canonis ſimplicis 1.

N*Vmerum inuenire, qui ductus in 4, rurſusque productum in 2, faciat 24.*

Pono eum, qui quæritur numerum eſſe 1. duco in 4. fit 4. duco iterum 4 in 2. fit 8. diuido 24 per 8. exit 3. numerus quæſitus.

Probatio fit ducendo 3 in 4, fit 12. rurſumque 12 in 2, fit 24. Per regulam autem quadraturæ ſic operor.

Pono eundem numerum eſſe 1 co. duco in 4, fit 4 co. duco iterum 4 co. in 2. fit 8 co. continens æquale contento 24. diuido contentum 24, per continens 8, exit 3 numerus quæſitus, diuiſionum æqualium lineæ lateris tetragonici rectanguli, cuius quadratura eſt 24.

Nam eadem linea in tres æquales diuiſiones diuiſa ducta in lineam longitudinis, in octo æquales diuiſiones diuiſam, producit quadrata minora decuſſata 24. æqualia toti lineæ rectanguli.

Problema 2.

N*Vmerum inuenire cuius dimidium & tertia pars ſimul iuncta faciunt 15.*

Pono eundem numerum eſſe 1 co. ſumo $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$, aggrego, fit $\frac{5}{6}$ co. continens, æquale contento 15, reduco æquationem ad co. hoc modo. diuido $\frac{5}{6}$ co. per $\frac{5}{6}$ co. exit 1 co. & 15 per $\frac{5}{6}$ co. exit 18, igitur 1 co. eſt æqualis 18. Nam ſi æqualia æqualiter diuidantur, hoc eſt per eundem numerum exeuntia, erunt æqualia. diuido igitur 18, per numerum co. 1. exit 18, numerus quæſitus. Nam dimidium 18. eſt 9 tertium 6. quorum aggregatum eſt 15.

Problema 3.

N*Vmerum inuenire, cuius quadratum ductum per 7. faciat 63.*

Pono eundem numerum eſſe 1 co. quadro, fit 1 ce. duco in 7. fit 7 ce. continens, æquale contento 63. reduco æquationem ad 1 ce. diuidendo continens & contentum per 7. hoc eſt 7 ce. per 7 ce. exit 1 ce. & 63 per 7. exit 9. latus 9 eſt 3. numerus quæſitus.

Nam ſi ducis quadratum 3, quod eſt 9 in 7. fit 63.

Item ſi 12 ce. ſunt æquales 48 numeris. reduco æquationem ad 1 ce, diuidendo continens & contentum per 12, exit 1 ce. æqualis 4. diuido 4 per 1 ce. exit 4 ce. latus 4 eſt 2 numerus quæſitus.

Problema 4.

N*Vmerum inuenire cuius quadratum per 6 ductum faciat 48. Pono eundem numerum eſſe 1 co. quadro, fit 1 ce. duco in 6. fit 6 ce. continens æquale contento 48. reduco æquationem ad 1 ce. diuidendo continens & contentum per numerum ce. 6. exit 1 ce. & 8. diuido 8 per 1, exit 8, cuius latus ineffabilis eſt numerus quæſitus, nam quadratum lateris 8 eſt 8. duco in 6. fit 48.*

Problema 5.

N*Vmerum inuenire, qui per 6 ductus producat duplum ſui quadrati.*

Pono eundem numerum eſſe 1 co. duco in 6. fit contentum 6 co. Deinde quadro 1 co. fit 1 ce. duplo. fit 2 ce. continens, facio æquationem auferendo ab vtraque quantitatũ vnum dimenſionis gradum, reſtat contentum 6, æquale continenti 2 co. Nam ſi ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquuntur ſunt æqualia. Deinde diuido contentum 6 per continens 2. exit 3 numerus quæſitus.

Nam ſi ducis 3 in 6. fit 18. & eſt duplum 9. quadrati 3.

Problema 6.

N*Vmerum inuenire, qui partitus in 5, eius quod prouenit decuplum componat 15.*

Pono talem numerum eſſe 1 co. diuido per 5, exit $\frac{1}{5}$ co. huius decuplum eſt 2 co. latus vnum rectanguli, cuius quadratura eſt 15. diuido contentum 15 per continens 2. exit $7\frac{1}{2}$. numerus quæſitus. figura problematis huius eſt rectangulum, cuius duo latera ſunt 2. hoc eſt in duas æquales partes diuiſa, reliqua duo in $7\frac{1}{2}$.

Sciendum eſt propoſitiones aliquando viciose fieri, quod in ipſo calculo ſtatim intelligitur, vt ſi quis proponat.

Numerum inuenire, qui multiplicatus in 2, & productum in 3. tantum

tantum faciat, quantum ſi idem numerus multiplicetur in 6.

Pono talem numerum eſſe 1 co. duco in 2, fit 2 co. duco in 3. fit 6 co. Item duco 1 co. in 6. fit 6 co. habeo igitur vtrinque 6 co. Quoties igitur continens eſt æquale contento, ſignum eſt propoſitionem inepte fieri, & in omni numero verum habere. Si vero contingat ipſum continens ſimile & inæquale fieri contento, inditium eſt impoſſibile fieri quæſitum, vt in præmiſſo exemplo, mutando vltimam multiplicationem 6 in 7. quo in caſu habebis 6 co. & 7. co. quare dicendum impoſſibile fieri propoſitum.

Problema 7.

NVmerum inuenire, qui ductus in 4. & producto additis 5. totum faciat 17.

Pono talem numerum eſſe 1 co. duco in 4. fit 4 co. addo 5. fit 4 co. p̄. 5. continens æquale contento 17. ſed quia contentum 17 non poteſt concludi, quia partem ſuperfluam continet, & continens 4 co. p̄. 5 habet ſuperfluum illud p̄. 5. quæ eſt pars quadraturæ, vnde cognoſcimus factum eſſe rectangulum, cuius vnum ex lateribus eſt 4, & pars quadraturæ 5, & tota ipſa quadratura 17. quæ quidem cognitio non plana eſt, ſed implicita. Explicabitur autem ſic, auſero ex continente 4 co. p̄. 5. ſuperfluū, illud p̄. 5. auſero etiā ex contento 17 tantundē, hoc eſt 5. reſtat continens 4 co. & cōtentū 12. huiuſmodi autē detractio ſuperflui vocatur æquatio, proterea quòd facienda venit æqualiter, ab vtraque parte, continentis & contenti. Hic igitur intellige factum rectangulū, cuius vnū latus eſt 4, quadratura vero 12. vt autem alterum latus habeas, partire 12 in 4, prouenit 3. qui numerus eſt quem primo poſuiſti, eſſe 1 co. & quem oportuit inuenire. Nam ſi 3 ducatur in 4. & producto 12 addideris 5. totum fiet 17.

Problema 8.

NVmerum inuenire, qui ductus in 2. & a producto ſublatis 6 reſiduum fiat 10.

Pono talem numerum eſſe 1 co. duco in 2. fit 2 co. auſero 6. reſtat

2 co. m̃. 6. & debet eſſe æquale 10. hic autem non habes continens abſolutum, quia illud m̃. 6. defectum quadraturæ notat, in rectangulo, cuius vnum ex lateribus iam ſcimus eſſe 2, & ipſius quadraturam eſſe 10. abſciſa parte, quę eſt m̃ 6. facienda igitur erit ęquatio, non detractione ſicut prius, ſed adiectione hoc modo. Quoniam continens habet defectum m̃. 6. finge donare illi huiuſmodi defectum, ipſum erit pure 2 co. dona tantundem contento 10. fit 16. Nam ſi ęqualibus ęqualia addantur, tota quoque fient ęqualia. Habes igitur latus vnum rectanguli facta æquatione 2 co. cuius quadratura, eſt 16. partire 16 in 2, prouenit 8. numerus quęſitus. Sciendum eſt omnem numerum cui non adheret nota quantitatis, eſſe quadraturam rectanguli vel totam, vel ex parte.

Item omne continens, atque contentum, adiectione, vel detractione æqualiter vtrinque facta, ita diſponi debent, vt in continente ſolus remaneat numerus, lineæ, & in contento numerus abſolute. Et propter hoc, pars iſta prima quadraturæ, ad rectangulum perducens ſimpliciter, canon ſimplex dicitur eſſe, ad differentiam aliorum, qui compoſiti vocantur.

Problema 9.

NVmerum inuenire qui duplicatus, & additis 2, tantundem faciat, quam ſi eidem adijciantur 11.

Pono talem numerum eſſe 1 co. duplico, fit 2 co. addo 2. fit. 2 co. p̃. 2, quod eſt continens adhuc confuſum.

Item ad poſitionem 1. co. addo 11, fit 1. co. p̃. 11, quod eſt contentum etiam in confuſo, habeo igitur duo rectangula, inter ſe commixta, quibus eſt opus æquatione, vt in vnum coaleſcant hoc modo, aufero a contento 1. co. & item a continente 1. co. relinquitur 1. co. p̃. 2. & 11. & tamen nundum æquatio eſt perfecta, niſi ab vtraque parte auferantur 2. & ſic habeo 1 co. æqualem 9. partior in 1, prouenit 9. numerus quæſitus.

Problema 10.

NVmerum inuenire qui triplicatus, & inde ſublatis 7. eandem ſummã cõponat, quã ſi duplicatus fuerit, & auferatur vnitas.

Pono

Pono talem numerum eſſe 1 co. triplico, fit 3 co. aufero 7. reſtat 3 co. m̃. 7. quod eſt continens implicitum. duplico 1 co. fit 2 co. aufero 1 reſtat 2 co. m̃ 1. æquationem ita facio, ex contento, & continente aufero 2 co. reſtat 2 co. m̃. 7. æquale m̃. 1. Deinde fingo donare, ſiue ſupplere defectum m̃. 1. in vtraque partium, quod nihil aliud eſt, quam ipſum auferre, reſtat igitur vtrobique 1 co. m̃. 6. æquale 0.

Poſtremo defectum m̃. 6 condonabis vtrique parti, & habebis 1 co. æquales 6. partire 6 in 1. prouenit 6. numerus quæſitus.

Problema 11.

NVmerum inuenire, qui cum ſui dimidio faciat m̃. 10. quam ſi ducatur in 2, & producto addatur 4.

Pono talem numerum eſſe 1 co. addo dimidium, fit 1 $\frac{1}{2}$ co. addo m̃. 10, fit 1 $\frac{1}{2}$ co. m̃. 10, quod eſt continens adhuc perturbatum. duco 1 co. in 2. fit 2 co. addo 4. fit 2 co. p̃. 4. habeo itaque 1 $\frac{1}{2}$ co. m̃. 10, æquale 2 co. p̃. 4. facio æquationem auferens ab vtraque partium 1 $\frac{1}{2}$ co. reſtat m̃. 10, æquale $\frac{1}{2}$ co. p̃. 4, & quoniam in contento, reſtat ſignum co. & in continente nullum eſt, ſicut ſemper eſſe debet, propter hoc igitur, viciſsitudine facta, contentum erit continens, & ex contrario. Sic $\frac{1}{2}$ co. p̃. 4 æquale m̃. 10, aufero ſuperfluum p̃. 4, ab vtraque partium, & ab altera ſignum m̃. reſtat $\frac{1}{2}$ co. æquale 6. partior $\frac{1}{2}$. in 6 prouenit 12. numerus quæſitus.

Poteris etiam, vt ex particula continentis $\frac{1}{2}$, fiat numerus, ipſum augere dimidio hoc eſt 1 co. augendo etiam contentum 6. æqualiter, & habebis 12.

Problema 12.

DVos numeros inuenire, quorum ſit differentia 3, ita vt minor ductus in maiorem & producto additis 24. ſumma fiat æqualis quadrato maioris.

Pono minorem numerum eſſe 1 co. maior igitur erit 1 co. p̃. 3; duco in 1 co. fit 1 ce. p̃. 3. co. addo 24. fit ſumma 1 ce. p̃. 3 co. p̃. 24. Item duco 1 co. p̃. 3. in ſe. fit 1 ce. p̃. 6 co. p̃. 9. æquale 1 ce. p̃. 3 co. p̃. 24,

p̄ 24, facio ęquationem, auferens vtrobique 1 ce. reſtat 6 co. p̄. 9, æquale 3 co. p̄. 24.

Item ex 6 co. aufero 3 co. & aufero 9. ex 24, & habeo 3 co. æquale 15. partior 15 in 3. exit 5 minor numerus quęſitus, quare maior erit 8.

Problema 13.

DVos numeros inuenire, qui ſimul iuncti faciant 12, & eorum quadrata differant in 24.

Pono minorem numerum eſſe 1 co. maior erit 12 m̄ 1 co. & ipſius quadratum eſt 1 ce. m̄. 24 co. p̄. 144, aufero quadratum minoris, ſcilicet 1 ce. reſtat m̄. 24 co. p̄. 144, ęquale 24. facio æquationem donans vtrobique m̄. 24 co. & ſubtrahens 24, ex 144. reſtat 24 co. æquale 120. diuido 120 in 24. exit 5. minor numerus, alter erit igitur 7. quos oportuit inuenire.

Problema 14.

NVmerum inuenire quo diuiſo in ſuum latus m̄. 4 proueniat 6 pluſquam ipſum latus.

Pono talem numerum eſſe 1 ce. huius latus eſt 1 co. diuido 1 ce. per 1 co. m̄. 4. prouenit $\frac{1\ ce.}{1\ co.\ \bar{m}.\ 4}$. ęquale 1 co. p̄. 6. facio æquationem multiplicando contentum 1 co. p̄. 6 in denominatorem fragmenti 1 co. m̄. 4. fiet 1 ce. p̄. 2 co. p̄. 24. æquale 1 ce. & tandem 2 co. ęquale 24. diuido 24 per 2. exit 12 quod eſt tetragonicum latus quęſiti numeri 144.

Problema 15.

NVmerum inuenire, cuius quadratum ſit ęquale quatuor eius lateribu.

Pono talem numerum eſſe 1 co. eius quadratum eſt 1 ce. quatuor ipſius latera ſunt 4 co. habeo igitur 1 ce. ęqualem 4 co. ſic facio ęquationem, aufero ab vtraque quantitatum vnam dimenſionem. reſtat 1 co. ęquale 4. diuido 4 in 1, exit 4, numerus quęſitus.

Problema

Problema 16.

NVmerum inuenire, qui ductus in ſe & producto iunctis 4. faciat 29.

Pono talem numerum eſſe 1 co. duco in ſe. fit 1 ce. addo 4. fit 1 ce p̃. 4, ęquale 29. facio æquationem auferens vtrinque p̃. 4. reſtat 1 ce. ęquale 25 latus tetragonicum contenti 25, eſt 5. igitur 5. eſt numerus quęſitus.

Hic non intelligitur deſcribi rectangulum altera parte longius, vt in problematibus pręcedentibus. Sed quadratum ęquilaterum & æquiangulum, cuius quadratura, hoc eſt quadrata minora decuſſata, ſunt 25. quę ſemper producuntur ex ductu vnius lateris, in quinque ęquas diuiſiones diuiſi.

Quoties igitur poſt ęquationem habetur in continente quadratum, & in contento numerus, latus ipſius tetragonicum, eſt numerus quęſitus, quem prima poſitio ſignat.

Problema 17.

NVmerum inuenire, qui ductus in ſe producat 30.

Pono talem numerum eſſe 1 co. duco in ſe. fit 1 ce, continens, ęquale contento 30. cum autem numerus 30 non ſit quadratus, & propterea tetragonicum latus non habeat, dicendum huiuſmodi quęſitum in numeris fieri non poſſe, niſi ſecundum veri propinquitatem, vt in hoc loco potes dicere propinquum latus 30 eſſe $5\frac{1}{2}$.

In geometricis autem latera tetragonica omnium in lineis aſſignare promptiſſimum eſt.

Problema 18.

NVmerum inuenire, qui ductus in ſe, & productum in 6. iunctiſque 4 totum faciat 58.

Pono talem numerum eſſe 1 co. duco in ſe. fit 1 ce. duco 1 ce. in 6. fit 6 ce. addo 4. fit continens 6. ce. p̃. 4 æquale contento 58. facio æquationem auferens vtrobique p̃. 4. reſtat 6. ce. æquale 54, diuido deinde 6 per 6, & 54 per 6, exit 1 & 9. igitur habeo 1 ce. ęqualem 9. eius latus tetragonicum eſt 3. numerus quæſitus.

Problema

Problema 19.

Nvmerum inuenire, qui ductus in ſui quadrantem, & a producto remota vnitate, relinquat 99.

Pono talem numerum eſſe 1 co. duco in $\frac{1}{4}$ co. fit $\frac{1}{4}$ ce. aufero 1. reſtat $\frac{1}{4}$ ce. m̄ 1 continens, æquale contento 99. facio æquationem donans vtrobique m̄. 1. reſtat $\frac{1}{4}$ ce. æquale 100. duco $\frac{1}{4}$ ce. in 4, item 100 in 4, fit 1 ce. æqualis contento 400. eius tetragonicum latus eſt 20, numerus quæſitus.

Ex hoc & præcedenti exemplo notabis ipſum cõtinens partitione, vel multiplicatione æqualiter vtrobique facta ad vnicum ſemper quadratum debere reſtringi.

Nam ſi æqualia ęqualiter multiplicentur, hoc eſt per eundem numerum, eorum producta erunt æqualia. Et ſi æqualia æqualiter diuidantur, hoc eſt per eundem numerum, exeuntia erunt æqualia.

Problema 20.

Nvmerum inuenire, qui ductus in ſe, poſtea in productum, & detractis inde 7. reſiduum fiat 57.

Pono talem numerum eſſe 1 co. duco in ſe, fit 1 ce. duco in 1 co. fit 1 cu. aufero 7. reſtat 1 cu. m̄. 7 continens, æquale contento 57. facio æquationem, donans vtrobique m̄. 7. & habeo 1 cu. æqualem 64. latus cubicum eſt 4. numerus quæſitus. Hic & in ſimilibus intellige deſcribi cubum, cuius cubicationem per decuſſationem poteſt monſtrari, & latus in continenti ſignari, diuiſum in quatuor æquas diuiſiones, & vna ſuperficies in 16 quadrata minora, ipſi ſuperficiei æqualia, & tota craſſitudo in 64 cubos minores, toti cubo maiori ęquales. Quòd ſi non fuerit in contento cubus, numerus non erit in numeris effabile, nec explicabile quæſitum.

Problema 21.

Nvmerum inuenire, qui ductus in ſui dimidium, & productum in quadratum, iunctiſque 2 totum faciat 218.

Pono talem numerum eſſe 1 co. duco in $\frac{1}{2}$ co. fit $\frac{1}{2}$ ce. duco in

in $\frac{1}{4}$ co. fit $\frac{1}{8}$ cu. addo 2, fit $\frac{1}{8}$ cu. p̃. 2, continens æquale contento 218. facio æquationem, reſtat $\frac{1}{8}$ cu. æqualis 216. duco $\frac{1}{8}$ cu. in 8, vt ęquatio ad integrum cu. redigatur, fit 1 cu. duco 216 in 8. fit 1728, huius cubicum latus eſt 12 numerus quæſitus.

Problema 22.

D*Vos numeros in ratione dupla reperire, quorum alter ductus in alterum, & maior in productum, ſummam faciant 108.*

Pono minorem numerum eſſe 1 co. maior erit 2 co. duco 1 co. in 2 co. fit 2 ce. duco 2 ce. in 2 ce. fit 4 cu. cōtinens, æquale contento 108. redigo ad 1 cu. vtrinque facta partitione in 4, & habeo 1 cu. æqualem 27. eius latus cubicum 3, eſt minor numerus, maior igitur erit 6. quos oportuit inuenire.

De tribus compoſitis canonibus.

V*Iſo canone ſimplici, reliquum eſt, vt tres compoſitos inſpiciamus. Qui compoſiti dicuntur, quia poſt æquationem factam, ſemper in continente remanent duæ quantitates diuerſæ, & in contento vna ſola, ex qua ipſi canones inter ſe dignoſcuntur. Nec plures habentur, quia in eis de tribus tantum quantitatibus agitur, quę ſunt numerus, linea, & quadratum.*

Nam cubum prorſus non recipiunt.

In primo canone numerus eſt ſemper contentum.

In ſecundo quadratum.

In tertio linea.

Primi canonis exemplum.

N*Vmerum inuenire cuius quadratum, cum ſuis quatuor lateribus, & additione 7, faciat 52.*

Pono talem numerum eſſe 1 co. ipſius quadratum eſt 1 ce. addo quatuor ipſius latera, quę ſunt 4 co. fit 1 ce. p̃. 4 co. addo 7. fit 1 ce. p̃. 4 co. p̃. 7. quę omnia proponuntur facere 52, quod eſt contentum, facio ęquationem, auferens vtrinque p̃. 7. reſtat 1 ce. p̃. 4 co. continens ęquale contento 45. Et talis terminatio fit ſem-

per in canone primo, ſcilicet in continente quadratum, cum numero lineę, & in contento ſolum numerus. Huiuſmodi quantitates ad inuentionem quæſiti tractantur hoc modo.

Primum ex numeri dimidio linearum factum quadratum additur contenti numero, cuius ſummæ tetragonicum latus ſumitur, & ex eo latere ſublato linearum dimidio, reſtabit quęſitum. Velut in propoſito. Quadro dimidium numeri linearum, ſcilicet 2. fit 4. addo numero 45, fit 49. huius tetragonicum latus eſt 7. aufero dimidium numeri linearum, quod eſt 2. reſtat 5, numerus quęſitus. Hæc operandi forma perpetuo ſeruatur in canone primo.

Si autem iuncto quadrato dimidij linearum ad contenti numerum, ſumi non poſſit ex ea ſumma tetragonicũ latus, vt quæ non ſit quadratus numerus, tunc impoſſibile eſt fieri per numeros quod proponitur, vt ſi mutetur datus numerus 52 in 53, tunc ęquatione facta habeo 1 ce. p̃. 4 co. æqualem 46, addo 4 quadratum dimidij linearum, ad 46. fit 50. qui non habet tetragonicum latus, igitur nullus eſt numerus qualis proponitur. Aliqui tamen per lineas ineffabiles reſpondere ſolent.

Dicunt enim latus tetragonicum 50 eſſe R. 50 m̃. 2, nam ad propoſitum de numeris lineam non reſpondere debemus.

Aliud exemplum, Duos numeros in ratione tripla reperire, vt ex ductu alterius in alterum, & ad productum iuncto maiori, indeque ſublatis 4 reſiduum fiat 32.

Pono minorem numerum eſſe 1 co. maior erit 3 co. duco in 1 co. fit 3 ce. addo 3 co. fit 3 ce. p̃. 3 co. aufero 4. reſtat 3 ce. p̃. 3 co. m̃. 4 continens, æquale contento 32. facio æquationem, donans vtrobique m̃. 4. reſtat 3 ce. p̃. 3 co. continens, æquale contento 36. facio æquationem ſecundam, ſingula partiens in quadrati numerum 3. & habeo 1 ce. p̃. 1 co. æqualem 12. operor modo priori, hoc eſt quadro $\frac{1}{2}$ co. fit $\frac{1}{4}$. addo ad 12, fit 12 $\frac{1}{4}$, huius tetragonicum latus eſt 3 $\frac{1}{2}$, aufero $\frac{1}{2}$, reſtat 3, numerus minor, quare maior eſt 9 numeri quæſiti.

Item numerum inuenire cuius quadrati dodrans, iuncto beſſe ſui lateris, faciat 21.

Pono talem numerum eſſe 1 co. huius quadrati dodrans eſt $\frac{3}{4}$ ce. addo beſſem lateris, fit $\frac{3}{4}$ ce. p̃. $\frac{2}{3}$ co. continens æquale contento 21. facio æquationem ſingula partiendo in quadrati particulam $\frac{3}{4}$, exit

exit 1 ce. p̃. $\frac{8}{9}$ co. ęqualis 41 $\frac{1}{3}$, ſequor canonis inſtitutum, quadrans $\frac{4}{9}$. fit $\frac{16}{81}$, addo ad 41 $\frac{1}{3}$, fit 41 $\frac{43}{81}$. huius tetragonicum latus $\frac{58}{9}$, hoc eſt 6 $\frac{4}{9}$, aufero $\frac{4}{9}$, reſtat 6, numerus quęſitus. Nam quadratum 6 eſt 36, huius dodrans 27, ipſius autem 6. bes eſt 4. addo ad 27, fit ſumma 31, quod erat probandum.

Secundi Canonis compoſiti exemplum.

NVmerum inuenire, cuius quadratum octuplo lateris deducto, relinquat 20.

Pono talem numerum eſſe 1 co. duco in ſe, fit 1 ce. aufero octuplum ſui lateris, quod eſt 8 co. reſtat 1 ce. m̃. 8 co. habeo igitur continens 20, ęquale contento 1 ce. m̃ 8 co. facio ęquationem donans vtrobique m̃ 8 co. fit 20 p̃. 8 co. ęquale 1 ce.

Et huiuſmodi quantitates ęquatione facta canon ſecundus ſemper habebit, hoc eſt quadratum in contento, & duas in continente reliquas, quarum altera, quę numeri titulo cenſetur, pars eſt ipſius contenti, ſicut erat priore quadratum, ſuper quibus ad inuentionem quęſiti, ita procedit opus.

Primum ex dimidiato linearum numero factum quadratum, additur continentis numero, cuius ſummę tetragonicum latus dimidiato linearum numero coniunctum, ſummam facit, eum quem quęris numerum, ſicut in propoſito.

Quadro ſemiſſem numeri linearum, qui eſt 4, fit 16, addo numero 20, fit 36. huius tetragonicum latus, eſt 6. addo dimidium numeri linearum, ſcilicet 4, fit ſumma 10, numerus quęſitus.

Patet igitur inueſtigationis huius differentiam, a pręcedenti canone in hoc ſolum eſſe, quod hic linearum dimidium tetragonico lateri iungitur, vnde prius iubebatur auferri, fit etiam in hoc canone demonſtratio, ſicut in primo paucis mutatis.

Poſt ęquationem factam, ſemper eſt intelligendum formari quadratum diuiſum per lineam in duo rectangula, quorum alterum ſemper habet quadraturam numeri in continente relicti, qualis eſt hic 20, in parte autem lateris quadrati; ſicut eſt numerus linearum ſemper habebitur, & totum quadrati lateris numerum quęſitum in ſe continet, quem inueſtigabo diuidendo lineam per ęqualia, erit igitur vna pars 4, & ipſius quadratum 16. Scimus autem ex propoſitione 5.

ſecundi, quòd rectãgulum cum quadrato, quod ab ea quę inter vtraſq; eſt ſectiones deſcribitur, eſt æquale ei quadrato, quod a dimidio totius lineæ in ſeipſam ducto deſcribitur, ſed rectangulum cum quadrato lineæ eſt 36, igitur ipſa lineæ eſt tetragonicum latus numeri 36. quòd eſt 6. cui addendo numerum lineæ, qui eſt 4, fit totius lateris numerus 10. numerus quęſitus, quod erat demonſtrandum.

Si autem quadratum dimidij linearum iunctum continentis numero ſummam conſtituat, vnde non poſſit haberi tetragonicum latus, indicium erit impoſſibile quæſtionem in numeris abſolui.

Eſt autem primi & ſecundi canonum, inter ſe magna vicinitas, quod exemplo ſequenti patebit.

Duos numeros inuenire quorum ſit differentia 3, & ex ductu alterius in alterum, fiat 28.

Pono maiorem numerum eſſe 1 co. minor erit igitur 1 co. m̃ 3. duco in 1 co. fit 1 ce. m̃. 3 co. continens, æquale contento 28. facio æquationem, donans vtrobique m̃ 3 co. fit 1 ce. ęqualis 28 p̃. 3 co. quoties autem vna ſola quantitas relinquitur in continente, ex ipſo fieri debet contentum, vt conſtituto fine canon terminetur.

Hic habeo 28 p̃. 3 co. ęquales 1 ce. qui terminus eſt canonis ſecundi. ſumpto igitur dimidio 3, quod eſt $1\frac{1}{2}$, duco in ſe, fit $2\frac{1}{4}$, addo numerum 28, fit $30\frac{1}{4}$. huius tetragonicum latus eſt $5\frac{1}{2}$, addo $1\frac{1}{2}$ fit 7, numerus maior, igitur minor ex data differentia 3 noſcitur eſſe 4. ſunt itaque duo numeri 7, & 4 quęſiti.

Si autem poſitio fiat ſuper numero minori, terminabit ſeſe calculus aliter. vt pono minorem numerum eſſe 1 co. maior erit 1 co. p̃. 3, duco in 1 co, fit 1 ce. p̃ 3 co. continens æquale contento 28, & ita ratio cadit in canonem primum cuius eſt operandi modus ſimilis priori; niſi quòd ex tetragonico latere $5\frac{1}{2}$, auferri debet $1\frac{1}{2}$, & reſtabit 4, numerus minor, cui iuncta differentia 3, fiet numerus alter 7, quos oportuit inuenire. Diſpoſitio etiam regulæ in canonibus habet locum, velut ſi proponatur hoc modo.

Numerum inuenire cui addendo 8, & ex ea ſumma facta detractione, quę ſit proportionalis additamento, reſiduum fiat 63.

Pono talem numerum eſſe 1 co. addo 8, fit 1 co. p̃. 8, & quoniam fieri proponitur detractio ad rationem additamenti, vt eam inuenias, diſpono regulam, ſic dicendo, ſi 1 co. fit 1 co. m̃. 8, quod 1 co. p̃. 8? operor multiplicando 1 co. m̃. 8 in 1 co. p̃. 8, fit 1 ce. m̃. 64, diuido

do per 1 co. exit fragmentum $\frac{1\ ce.\ \tilde{m}.\ 64}{15}$ æquale 63, frango 63, ſubſcripta vnitate, ſic $\frac{63}{1}$ & more fragmentorum, duco in $\frac{1\ ce.\ \tilde{m}\ 64}{15}$, fit 1 ce. m̃. 64 æquale 63 co. facio æquationem, donans vtrobique m̃. 64, faciensque ex continente contentum, & habeo 63 co. p̃. 64 æquales 1 ce qui eſt terminus canonis ſecundi, quadro igitur dimidium 63, quod eſt $31\frac{1}{2}$, fit $992\frac{1}{4}$, addo 64, fit $1056\frac{1}{4}$, huius tetragonicum latus eſt $32\frac{1}{2}$, addo $31\frac{1}{2}$, fit 64, numerus quæſitus.

Nam ſi ad 64 addideris 8, quæ eſt pars octaua 64, fit ſumma 72, cuius pars octaua eſt 9, qua ſublata reſtat 63, numerus datus in propoſito, quod erat probandum.

Tertij canonis compoſiti exemplum.

NVmerum inuenire, qui ductus in 8, & ex producto ſublatis 12 reſiduum quadrato ſuo faciat æquale.

Pono talem numerum eſſe 1 co. duco in ſe, fit 1 ce. rurſum duco 1 co. in 8, fit 8 co. aufero 12, reſtat 8 co. m̃ 12. habeo igitur continens 1 ce. æquale contento 8 co. m̃. 12, facio æquationem donans vtrobique m̃. 12, fit 1 ce. p̃. 12, æqualis 8 co. & huiuſmodi contentum numeri linearum canon tertius ſemper habebit, & duas in continente reliquas. Hic autem quamuis aliquantulum impropriè, dicitur linea contentum, quia finis eſt canonis, quo dignoſcitur ab alijs. Ex iſtis operatio diſponitur in hunc modum.

In primis ex dimidiato linearum numero fit quadratum, vnde continentis numerus ſubtrahi debet, eiuſque reſidui tetragonicum latus iunctum linearum dimidiato numero ſummam conſtituit eum, qui quæritur numerum. Sicut in propoſito. Quadro linearum dimidium 4, fit 16, aufero numerum 12, reſtat 4, cuius tetragonicum latus eſt 2, addo linearum dimidio 4, fit 6, numerus quæſitus.

Huius tertij canonis figuratio fieri poteſt ſimilis ei quæ facienda venit in canone primo, non tamen eſt eadem in vtraque demonſtratio. Hic autem poſt æquationem factam intellige deſcribi rectangulum diuiſum in duas partes, quarum altera ſit quadratum, altera vero rectangulum, cuius quadratum numerum continentis ſemper obtinet, qualis eſt hic 12. latus autem numerum habet linearum ſicut eſt hoc in loco 8.

His ergo cognitis, quantitas lateris, quę numerum quęſitum ſemper habet, inueſtigatur hoc modo. Dimidatur linea 8 per ęqualia, exit 4, ipſius quadratum eſt 16, & quoniam linea 8 eſt diuiſa per æqualia in 4, & per inęqualia in 6. & 2 ſcimus ex ſecunda quinti Elementorum rectangulum, quod fit ex 2 in 6. vna cum quadrato 2, eſſe ęquale quadrato 4, quod eſt 16. vnde ſublatis 12, reſtat 4, pro quadrato lineæ 2. quæ linea 2 iuncta ad 4. facit 6, numerum quem quęrimus. Si autem ipſum 2 auferas, ex 4, reſtat 2. qui eſt numerus lateris in rectangulo, cuius quadratum cum ſit 12, ſi partiaris in 2. prouenit ſicut priori modo 6. numerus quæſitus. Et ita tetragonicum latus reſidui vel additione, vel ſubtractione quæſitum nobis numerum oſtendit, expeditius tamen addendo.

Problema aliud.

NVmerum 17 ita bipartiri vt portio maior in ſemiſſem ducta minoris, producat 36.

Pono vnam portionem eſſe 1 co. altera erit 17. m̃ 1 co. quæ ducenda eſt in $\frac{1}{2}$ co. ſed quo magis expedite ratio procedat, duco 17 m̃. 1 co. in 1 co. fit 17 co. m̃. 1 ce. & quia duplicaui continens, duplico etiam contentum 36, & habeo 17 co. m̃. 1 ce. æquales 72. facio æquationem donans vtrobique m̃. 1 ce. fit 72 p̃. 1 ce. æquale 17 co. ſequor præſcriptum canonis multiplicando in ſe 8$\frac{1}{2}$, fit 72$\frac{1}{4}$, aufero 72. Reſtat $\frac{1}{4}$, cuius tetragonicum latus eſt $\frac{1}{2}$, addo ad 8$\frac{1}{2}$, fit 9. portio maior. Si autem $\frac{1}{2}$ auferatur ex 8$\frac{1}{2}$, relinquetur 8 portio minor, ſunt igitur ex 17 duæ partes 9 & 8, quas oportuit inuenire.

Problema aliud.

NVmerum inuenire cuius quadrati, duplum iunctis 50 decuplo ſui geminato fiat ęquale.

Pono talem numerũ eſſe 1 co. huius quadrati duplum iunctis 50. fit 2 ce. p̃. 50. decuplum vero 1 co. geminatum eſt 20 co. habeo igitur continens 2 ce. p̃. 50. æquale contento 20 co. facio æquationem ſecundum minuens ſingula dimidio. Reſtat 1 ce. p̃. 25, ęqualis 10 co.

Procedo via canonis quadrans dimidium 10, & eſt 5, fit 25, aufero dimidium 25, reſtat 0, cuius tetragonicum latus eſt 0. quòd ſi vel addas ad 5, ſiue ſubtraxeris inde, tantundem efficies, quia ſemper relinquitur 5, numerus quæſitus.

Si autem quadratum dimidiati numeri linearum non fuerit maius, aut æquale continentis numero, ſignum eſt impoſſibile fieri quod quæritur.

Quæſtiones vſum canonum quadraturæ clarificantes.

Quæſtio 1.

N*Auta recepit tres itinerantes tribus aureis, ea conditione, vt ſi alius reciperetur in naui, dimidium lucri eſſet nautæ, aliud dimidium inter ſocios diuideretur, aduenit alius, qui ea conditione ingreſſus eſt nauim, vt ſolueret ea conditione qua tres primi; quæritur quantum quilibet debeat ſoluere.*

Pono quòd quartus debeat ſoluere 1 co. igitur nauta debet habere $\frac{1}{2}$ co. & quia habuit tres aureos, igitur tota ſolutio fuit aureorum 3 p̄. $\frac{1}{2}$ co. & quia omnes æqualiter ſoluunt, diuido aureos 3 & $\frac{1}{2}$ co. in quatuor partes, exit $\frac{3}{4}$ aurei p̄ $\frac{1}{8}$ co. & quia quartus ſoluit 1 co. igitur 1 co. æquatur $\frac{3}{4}$ aurei p̄. $\frac{1}{8}$ co. quare $\frac{7}{8}$ co. æquantur $\frac{3}{4}$ aurei, quare co. erit $\frac{6}{7}$ aurei, tantum quilibet ſoluit.

Quæſtio 2.

F*Vr in regia ſurreptis aliquot aureis, ſatagens de fuga, ipſo vultu ſuſpectus, ianitori remoranti furtiuæ pecuniæ ſemiſſem, & tres inſuper aureos, velut offam cani latranti callidus obiecit. Secundo præterea ianitori, eius quod ſuperat trientem, & quatuor amplius aureos obtulit. Tertio demum ianitori porrecto quadrante reſidui minus aureo, ſecurus abijt, reliquos adhuc habens aureos centum. Quæritur quot primum, fur inuolauit aureos.*

Pono furem inuolaſſe aureos 1 co. aufero ſemiſſem p̄. 3. reſtat $\frac{1}{2}$ co. m̄. 3. aufero trientem p̄. 4. reſtat $\frac{1}{3}$ co. m̄. 6. detraho quadrantem m̄. 1 relinquitur $\frac{1}{4}$ co. m̄. $3\frac{1}{2}$, æqualis 100. & per æquationem $\frac{1}{4}$ co. æqualis $103\frac{1}{2}$, ad poſtremum ex æquatione ſecunda, multipli-

tiplicando decuſſatim habebis 2 co. æquales 828, diuido in 2, exit 414, fur igitur a principio ſurripuit aureos 414. quod erat quęſitum.

Quæſtio 3.

CVm ex prȩda titia pecunia inter piratas aureorũ ſumma 500, in duas partes æqualiter diuidenda foret, ſuborta rixa, rapuit vterque quod potuit. ſedato poſtea ab archipirata tumultu, depoſuit alter ex rapto ſemiſſem, & alter quadrantem, quibus inter ſe diuiſis ȩqualiter, tulit vterque, ſicut primum debuit, ſummȩ totius dimidium, quȩro quot aureos ipſorum vterque rapuit.

Neceſſe eſt in propoſito, ȩqualia fuiſſe duo reſidua, facto rapturȩ depoſito, quod diuiſum per ȩqualia, duas facit ex toto partes ȩquales. Nam ſi æqualibus adantur ȩqualia, tota quoque ſiunt ȩqualia, vnde procedit formula talis.

Duos numeros in ratione ſexquialtera reperire, qui iuncti ſimul faciant 500.

Pono minorem eſſe 1 co. erit ergo maior $1\frac{1}{2}$ co. addo 1 co. fit ſumma $2\frac{1}{2}$ co. ȩqualis 50, facio ȩquationem ſecundam, & habeo 5 co. æquales 1000. diuido per 5, exit 200, rapina vnius, quare & alterius 300. dico igitur alterũ rapuiſſe aureos 200, & alterum 300, quod erat quȩſitum.

Quæſtio 4.

AVreorum ſummam 348 tribus ȩqualiter latronibus partiri debuit. Sed inter ipſos facta controuerſia, totum confuſe diripitur, compoſita tandem lite, placuit, vt ex rapto ſinguli reponerent, primus quidem ſemiſſem, ſecundus trientem, tertius quadrantem, quibus inter ſe diſtributis æqualiter, aureos quiſquis (ſicut debuit) 116 reportauit, quȩro quanta fuit ſingulorum rapina.

In hac ratione, ſicut in prȩcedenti ȩqualia ſunt inter ſe reſidua, vnde fit vt ex raptura tertij, tres quartȩ ſint æquales duabus tertijs rapturæ ſecundi, & huius duæ tertiæ æquales dimidio rapinæ primi, vt autem inuenias in qua ratione ſunt rapinæ, tertia ad ſecundam, diſpoſitis, $\frac{3}{4}$ & $\frac{2}{3}$, decuſſatimque multiplicatis, fient 8 & 9, quare ſecunda ad tertiam, rationem habet ſexquioctauam, & eadem

via reperitur prima ad tertiam, in ratione ſexquialtera, hoc eſt multiplicando decuſſatim $\frac{3}{2}$ in $\frac{1}{2}$. His cognitis. Pono tertiam eſſe 1 *co. erit igitur ſecunda* $1\frac{1}{8}$ *co. & prima* $1\frac{1}{2}$ *co. addo ſimul trium rapinas, fit ſumma* $3\frac{5}{8}$ *co. æqualis* 348, *facio æquationem ſecundam fit* 29 *co. æquales* 2784, *diuido per* 29, *exit* 96, *pro rapina tertij, qua data ſequuntur aliæ, dices itaque rapinã primi fuiſſe aureos* 144, *ſecundi* 108 *tertij* 96, *quod erat quæſitum.*

Quæſtio 5.

D*Vo nauigantes naulum cum nauarco pepigerunt aureos* 84, *hoc adiecto, vt quotquot vellet alios ipſe vectores reciperet, dummodo ex ſuperuenientium vectura dimidium ipſi duo participarent, accidit autem tres alios ſuperueniſſe, pacto conuento, vt ipſi tres cum prioribus ſortem eandem nauli ſubirent, expleta nauigatione, quæro quid pro vectura ſinguli nauiculario debeant. Formula poſitionis huius talis eſt. Quæro quinque numeros inuicem æquales, quorũ duo, ex ipſis cum reliquorum trium dimidio, faciant* 84, *quos per quadraturam ſtatim habebis.*

Pono vnum ex talibus numeris eſſe 1 *co. erunt igitur omnes ſimul* 5 *co. quorum duo ſunt* 2 *co. addo dimidium reliquorum trium, ad* 2 *co. hoc eſt* $1\frac{1}{2}$ *co. fit ſumma* $3\frac{1}{2}$ *co. æqualis* 84, *hoc eſt* 7 *co. æquales* 168, *diuido* 168 *per* 7. *proueniunt aurei* 24. *pro naulo ſingulorum, quod erat quæſitum.*

Sic enim duo priores dabunt 48, *& tres poſteriores* 72, *aufero dimidium pro lucro nauarchi, reſtant* 36, *addo ad* 48, *fit ſumma* 84, *pro naulo duorum conuento, quod erat probandum.*

Quæſtio 6.

D*Vo mercatores pro lana ſua vecturam nauiculario perſoluerunt, primus quidem in ſaccos* 30 *poſitos in naui duos ſaccos, & inſuper aureos* 6. *ſecundus pro ſaccis* 50, *ſaccos* 5. *reſtitutis a nauarco aureis* 10, *quæro quanti fuit ſaccus, & ipſius naulum.*

Pono ſaccum valere 1 co. fuit ergo pro ſaccis 30 naulum 2 co. p̃. 6. diuido in 30. exit $\frac{2}{30}$ co. p̃. $\frac{6}{30}$, quod eſt naulum vnius ſacci; ſecundus, quia pro naulo dedit ſaccos 5 receptis aureis 10, fit in ſaccos 50 naulum 5 co. m̃. 10, diuido in 50. exit $\frac{5}{50}$ co. m̃. $\frac{10}{50}$, quod eſt etiam naulum vnius ſacci habeo itaque $\frac{2}{30}$ co. p̃. $\frac{6}{30}$, æquales $\frac{5}{50}$ co. m̃. $\frac{10}{50}$. Et æquatione facta, reſtat 5 co. continens, æquale contento 60, diuido 60 per 5, exeunt aurei 12, quos valet ſaccus.

Cum igitur duo ſacci valeant aureos 24. iunctis 6. fiunt aurei 30, pro naulo ſaccorum totidem, quare cadit in ſaccos ſingulos aureus. Dico ergo precium lanæ in ſaccum fuiſſe aureos 12, & aureum pro naulo in ſingulos, quod erat quæſitum.

Aequationis formula ſic ſe habet, multiplico decuſſatim $\frac{2}{30}$ co. in $\frac{5}{50}$, fit 100 & 150, aufero 100 ex 150. reſtat 50 co. rurſum duco decuſſatim p̃. $\frac{6}{30}$ in m̃. $\frac{10}{50}$ fiunt 300 & 300, aggrego fit 600. habeo igitur 50 co. æquales 600, vel quod idem eſt 5 co. æquales 60.

Hæc etiam inueſtigatio expeditior erit in hanc formam.

Numerum inuenire, qui ductus in 5 duplo plus efficiat, quam ſi idem ducatur in 2, & ad productum iungantur 6.

Pono talem numerum eſſe 1 co. duco in 5, fit 5 co. duco iterum 1 co. in 2, & producto iungo 6, fit 2 co. p̃. 6. duplico, fit 4 co. p̃. 12, æquale 5 co. & æquatione facta, reſtat 1 co. æqualis 12, qui numerus eſt aureorum ſicut antea in ſacci precium.

Quæſtio 7.

Menius vaccam prægnantem vendit Titio, ea lege, vt ſi vitulam pariat, 40 ſoluat Titius. Si vero vitulum 45, & de precio quidem vaccæ conuenit inter eos, vt eſſet triplum ad vitulam, ad vitulum vero duplum. Exacto tempore vacca peperit gemellos, maſculum, & fœminam.

Quæritur quantum debeat Titius Menio.

Pono vt vacca ſit 1 co. erit igitur vitula $\frac{1}{3}$ co. habeo igitur $1\frac{1}{3}$ co. continens æquale contento 40. hoc eſt 4 co. æquales 120, diuido 120 per 4, exit 30, pro precio vaccæ, quod cum ſit triplum ad vitulam, ad vitulum vero duplum precia amborum erunt 10, & 15, quibus iunctis ad 30, fit 55, tantum debet Titius Menio.

Quæſtio 8.

NEgociator Lugdunum profectus ad nundinas, lucrum fecit aureorum 40. Lutetiam deinde petens lucrum, fecit iterum ad rationem prioris. Poſtremo reuerſus Lugdunum ibi lucratur ad rationem, qua prius aureos 90, quæro quot aureis a principio negociator mercaturam inſtituit, & quot habuit in fine.

Quoniam hic fiunt tria lucra proportionalia, quod fit ex ductu primi in tertiũ, æquale eſt ei quod fit ex ductu ſecũdi in ſe, duco igitur 40 in 90, fit 3600, cuius latus tetragonicum 60, eſt lucrum ſecundum, oportet autem & ipſis tribus lucris ſortes ſuas eſſe proportionales. Quod fit igitur ex ductu primi lucri in ſortem ſecundam, æquale eſt ei, quod fit ex ductu primæ ſortis in lucrum ſecundum.

Pono vt prima ſors ſit 1 co. ſecunda erit 1 co. p̃. 40, duco in primum lucrum 40, fit 40 co. p̃. 1600. rurſum duco primam ſortem 1 co. in lucrum ſecundum 60. fit 60 co. æquales 40 co. p̃. 1600, & æquatione completa, habeo 2 co. æquales 160. diuido 160 in 2. prouenit 80, pro prima ſorte, quare ſecunda erit 120, tertia 180. quarum inter ſe ratio eſt ſexquialtera, ſicut & lucrorum inter ſe. Cum autem ſors tertia ſit 180, addo lucrum tertium 90. fit 270. Dicemus igitur negociatorem a principio cum aureis 80, mercaturam inſtituiſſe, & ad finem aureos habuiſſe 270, quod erat quæſitum.

Quæſtio 9.

SI oua 7 minus denario valent denarios 8, & amplius ouum, quæro quanti ſit ouum.

Pono quòd ouum valeat 1 co. igitur oua 7. valent 7 co. m̃. denario 1, igitur 7 co. m̃. 1 ſunt æquales 8 p̃. 1 co. & æquatione facta, reſtant 6 co. æquales 9, diuido 9 per 6, exit $1\frac{1}{2}$, dico igitur ouum valere denarios $1\frac{1}{2}$, quod eſt quæſitum.

Quæſtio 10.

SI poma 9 minus piro valent denarios 13, & pira 15 minus pomo denarijs 6. quæro quanti ſit pirum & pomum.

Pono vt pomum valeat 1 co. igitur poma 9 valent 9 co. aufero 13. reſtant 9 co. m̄. 13, pro valore piri, duco 9 co. m̄. 13 in pira 15. ſit 135 co. m̄. 195, aufero 1 co. reſtant 134 co. m̄. 195, æquales 6, & æquatione facta 134 co. æquales 201, diuido 201 in 134, exit $1\frac{1}{2}$, valor pomi, quare poma 9 valent denarijs $13\frac{1}{2}$, valet ergo pirum denarijs $\frac{1}{2}$, igitur pomum valet denarijs $1\frac{1}{2}$ & pirum $\frac{1}{2}$, quod erat quæſitum.

Quæſtio 11.

SI decem pipiones valore denarios 40 tantum excedunt quantum pipiones 12. precio denariorum 70. ſuperantur, quæro quanti conſtet pipio.

Pono precium pipionis eſſe 1 co. erit igitur pipionum 10. precium 10 co. quod vt proponitur excedit 40. vt autem habeatur exceſſus, aufero 40 ex 10 co. reſtat 10 co. m̄. 40.

Deinde pipiones 12 valent 12 co. quod eſt minus, quam 70. vt habeatur defectus, aufero 12 co. ex 70. reſtat 70 m̄. 12 co. eſt autem exceſſus æqualis defectus, habeo igitur 70 m̄. 12 co. æquales 10 co. m̄. 40 & æquatione facta reſtant 22 co. æquales 55, diuido 55 per 22, exeunt denarij 5 precium pipionis, quod erat quæſitum.

Quæſtio 12.

IVſtinus puer nuces habens 700 pomis aliquot cum Lucio permutatur numeratis in ſingula nucibus totidem quot ipſa numero poma fuerunt, & datis inſuper nucibus 24, quæro quot Lucius poma dederit pro nucibus.

Pono Lucium habuiſſe poma 1 co. duco in ſe, ſit 1 ce. addo 24, ſit 1 ce. p̄. 24, æqualis 700, æquatione facta, reſtat 1 ce. æqualis 676.

Huius tetragonicum latus eſt 26.

Dicemus igitur Lucij poma fuiſſe 26, quod erat quæſitum.

Quæſtio 13.

NEgociator in mercationibus ſuos primum nummos lucro duplicauit,& impendit 12, reliquum tandem triplicauit, & impendit 15, ad poſtremum quadruplicauit, impenſis 14; atque tandem inuenit lucrum nummos 12, quæritur quot a principio nummos habuit mercator.

Pono nummos habuiſſe 1 co. duplico, fit 2 co. aufero expenſum 12, reſtat 2 co. m̃. 12 triplico, fit 6 co. m̃. 36, aufero impenſum 15, hoc eſt addo 15 ad m̃. 36, reſtat 6 co. m̃. ſi hoc autem quadruplico, & aufero 14 reſiduum eſt 24, co. m̃. 218, aufero inde ſortem 1 co. reſtat 23 co. m̃. 18 continens, æquale contento 12. æquatione facta habeo 23 co. æquales 230. diuido 230 in 23 co. proueniunt nummi 10, quos a principio mercator habuit, quod erat quæſitum.

Quæſtio 14.

AVrei 224, ex compacto duobus ita partiri debent, vt altera portio alteram excederet quinta ſui parte, & adhuc quatuor aureis, quæritur quę portio debeatur vtrique.

Pono minorem eſſe 1 co. altera $1\frac{1}{5}$ co. p̃. 4, aggrego fit $2\frac{1}{5}$ co. p̃. 4 continens, ęquale contento 224, & ęquatione facta 11 co. ęquales 1100. diuido in 11, exit 100 in partem vnam, quare reſiduum quod eſt 124 cedit in alteram, dico igitur vni deberi aureos 100, alteri 124, quod erat quęſitum.

Quæſtio 15.

CEnturiones aliquot Imperatoris iuſſione, facto delectu cū quiſq; numerum militum adduxit in caſtra, qui fuit centurionum, ipſique centurijs adnumerati, multitudinem faciebant 22650. quæro centurionum multitudinem.

Pono centuriones eſſe 1 co. igitur milites 1 ce. addo centuriones 1 co. & habeo 1 ce. p̃. 1 co. continens, æquale contento 22650, opero per canonem primum, & inuenio centuriones 150, quod erat quęſitum.

Quęſtio

Quæſtio 16.

DEbitor nummorum 225, primum ſoluit creditori nummum. Deinde tres poſtea quinque, & ita deinceps, per numeros impares, plus ſemper nummis duobus, ad ſolutionem proceſſit, quæro quot fuit nummorum vltima ſolutio.

Pono ſolutionem vltimam fuiſſe 1 co. addo 1 fit 1 co. p̃. 1. huius dimidium quod eſt $\frac{1}{2}$ co. p̃. $\frac{1}{2}$, duco in ſe, fit $\frac{1}{4}$ ce. p̃. $\frac{1}{4}$ p̃. $\frac{1}{2}$ co. continens æquale contento 225, æquatione facta habeo 1 ce. p̃. 2 co. æqualem 899, operor per canonem primum, & habeo 29. pro nummis vltimæ ſolutionis.

Vt autem habeas ſolutionum numerum, iungo primam vltimæ fit 30, cuius dimidium eſt 15, & tot ſolutiones factæ ſunt. Dicemus igitur vltimam ſolutionem fuiſſe nummos 29, quod erat quæſitum.

Quæſtio 17.

MErcator lucrum faciens, illius quem habuit argenti numerum in ſe multiplicauit, decuplumque ſuæ ſortis impendit, reſiduum habens nummos 13200, quæritur ſors expoſita lucro.

Pono ſortem fuiſſe 1 co. duco in ſe, fit 1 ce. aufero decuplum, reſtat 1 ce. m̃. 10 co. continens æquale contento 13200, operor per canonem ſecundum, & inuenio ſortem fuiſſe nummos 120, quod erat quæſitum.

Quæſtio 18.

SVbulcus aliquot ſues emit in capita ſexquiaureo, quos poſtea glande ſaginatos vendens, ſingulos aureis æqualibus numero gregis, lucrum inuenit aureos decem. Quæritur porcorum numerus.

Pono ſues emptos 1 co. duco in 1$\frac{1}{2}$, fit 1$\frac{1}{2}$ co duco 1 co. in ſe, fit 1 ce. aufero ſortem 1$\frac{1}{2}$ co. reſtat lucrum 1 ce. m̃. 1$\frac{1}{2}$ co. continens æquale contento 10, hoc eſt 1$\frac{1}{2}$ co. p̃. 10, æquale 1 ce. operor per canonem ſecundum, & habeo 4. pro numero porcorum, quod erat quæſitum.

Quæſtio 19

IN piſcaria coquus emit in cœnam domino piſces, pari ſumma nummorum ſingulos, quæ fuit eapitum, venditisque duobus 18 nummis ſupputauit, ex reliquis vnumquemque ſtare ſibi nummis 17, quæro quot piſces coquus emerit.

Pono emptos piſces 1 co. fuerunt ergo nummi 1 ce. m̃. 18, & quia venditi ſunt duo piſces, reliqui fuerunt 1 co. m̃. 2, duco in 17, fit 17 co. m̃. 24, æquale, 1 ce. m̃. 18, hoc eſt 1 ce. p̃. 16, æquale 17 co. operor per canonem tertium, & inuenio coquum emiſſe piſces 16, quod erat quæſitum.

Quæſtio 20.

VIllica quot ouuorum decades attulit in forum, denarijs totidem ſingulas addixit, & ſi denarijs ſexdecim amplius totam ſummam vendidiſſet, pari denariorum numero, quo tulerat oua redibat, quæro ſummam ouorum.

Pono oua fuiſſe 1 co. duco in 10, fit 10 co. rurſum, duco 1 co. in ſe fit 1 ce. addo 16, fit 1 ce. p̃. 16, æquale 10 co. operor per canonem tertium, & habeo 8 pro numero decadum, dico igitur ſummam ouorum fuiſſe decades 8, hoc eſt 80, quod erat quæſitum.

Quæſtio 21.

DVo trapezitæ collata ſorte communi, ſed inæqualiter aureorum 540, poſt aliquot annos vſuram recenſentes, inuenerunt aureorum 72000 multiplicatione collationis alterius in alteram accreuiſſe, quæritur quæ nam fuerit ſors, vtriuſque ſeparatim.

Pono collationem vnius fuiſſe 1 co. fuit igitur alterius, collatio 540 m̃. 1 co. duco in 1 co. fit 540 m̃. 1 ce. æquale 72000. hoc eſt 72000 p̃. 1 ce. æquale 540 co. operor per canonem tertium, & inuenio collationem vnius fuiſſe aureos 300, quare & alterius 240, quod erat quæſitum.

Quoniam

Quoniam in ſuperioribus tractatum eſt de numerorum operationibus, & de regula quatuor proportionalium, ac quæſtionibus vſum regulæ ipſius clarificantibus, & tandem de eo ratiocinandi modo, qui numeros ſemper inquirit, ſecundum quantitates geometricas, quæ omnia ad calculandi artem pertinent, calculorum vero ars in libris aliena negotia gerentium, ac mercatorum quotidie exercetur ſuſcepto negotio erit maxime cõſentaneum de arte huiuſmodi calculorum tractare, etiam ſecundum rationem a iure communi deſumptam. Et ad poſtremum formulas librorum ipſorum negotio neceſſariorum explicare, vt qui hac non tractarit facilius intelligere poſſit.

Secundum igitur ius commune, tutor & curator, vel eorum hęredes, tenentur reddere rationem adminiſtrationis, vt de tutore eſt textus in l. 1. §. officio ff. de tut. & rat. diſtr. & ibi per Bar. & doct. Et de curatore in l. aduerſus. & in l. rationes C. de admi. tut.

Item negotiorum geſtor. vt in l. 2. & ibi per Bart. ff. de neg. geſt.

Item procurator ad lites, & negotia. l ſi remunerandi, & l. ſi procuratorem §. 1. ff. mandati.

Item actor vniuerſitatis l. 1. & l. ita eorum §. ſi decuriones ff. quod cuique vni. nom.

Item executor teſtamentorum c. tua nobis. de teſt. ac ſententiarum l. executorem C. de ex. re iud.

Item curator ad lites. Inſti. de auct. tut. in fin.

Item hoſpitalarij, vt not. in §. 1. in autten. de eccl. tit.

Item hæres grauatus per fideicommiſſum, vt per Bart. in l. cum talem ff. de condit. & demonſtr. Soci. conſi. 24. num. 37. vbi idem dicit de ſeruo. & ſocio. & de fratre, qui exiſtens cum fratribus in communione, adminiſtrauit bona communia. Abbas conſi. 12. in 6. dubio, volu. 1. quem ſequitur Socin. conſil. 192. col. 5. in princi. vbi etiam tradit filium reddere debere rationem de his, quæ viuente patre adminiſtrauit, licet pater rationem non petierit. ar. l. cum oportet §. ſed in hac ſpecie C. de bon. quæ lib. idem videmus de patre, qui & ſi non teneatur reddere rationem filio, de bonis in quibus habet legitimam adminiſtrationis rationem d. l. cum oportet, tamen quando non eſt legitimus adminiſtrator, & gerit negotia filij, tenetur reddere rationem l. litis §. pater. & ibi Bart. ff. de nego. geſt.

Et quòd redditio rationis aſtringat etiam hæredem, voluit Deci. conſi. 110. col. fin. per textum in l. 3. §. hęc ratio ff. de nego. geſt.

l. tutelę,

l. tutelæ, & l. omnes tutores. C. arbitri. tut.

Hoc etiã procedit in eo qui de facto & prætermiſſo omni iuris ordine aſſũpſit adminiſtrationem bonorum pupilli, vel alterius, vt per Soci. *conſi.* 2. *vol.* 1. *& conſi.* 24. *col. pen. &* Deci. *conſi.* 449. *col. fi. & conſi.* 591. *col.* 1. *quia non debet eſſe melioris conditionis eius, qui tutelam legitime ſumpſit.*

Et in ratione reddenda debet tutor, vel curator exhibere repertorium, factum de bonis pupilli, quod facere tenetur iuxta notata per Bar. *in l. legitimos. ff. de leg. tut.*

Quòd ſi non exhibuerit, quia non fecerit, vel fecerit, ſed non legitime, quia non poſuit in eo omnes res, vel illas obſcure poſuit, ex quo eſt in dolo præſumpto, vt per Bar. *in l. tutor, qui repertorium, vltra pœnas infamiæ perpetuæ, cui ſubiacet, & alijs quibus puniendus venit, tenetur pupillo, quatenus iurauerit in litem l. fi.* C. *arbitrium tutelæ, & poteſt officio priuari, l.* 3. *§. tutores. ff. de ſuſp. tut.*

Secundo tenetur exhibere libros rationis, & adminiſtrationis tutelæ, & curæ. ſaltem vnum, quem conficere tenetur, de adminiſtratis, vt per doctores in l. 1. *§. officio. ff. de tut. & rat. diſtr.*

Et in quo ſint deſcripti & annotati redditus, & fructus, qui percipiuntur ex bonis, quorum adminiſtrationem habet, vt inſtruit Bar. *conſi.* 150. *&* Iaſ. *conſi.* 219. *col.* 1. *vol.* 2. *& non confuſe, nec in genere, aſſerendo ſe tantum expendiſſe, & tantum accepiſſe, vt per* Bald. *in rub.* C. *de fide inſtru. col.* 9. *verſi. ſequitur videre, ſed ſigillatim, & diſtincte ex tali fundo, & a tali colono, tantum percepi. vt per* Bar. *vbi ſupra.*

Nam impoſſibile eſt quòd poſſit reddi ratio abſque libro, vt iubet l. cum ſeruus ſcilicet volumina primum legenda, deinde computandum. Et propterea ſi tutor non exhibuerit, librum, quia non confecerit, ex quo ſtatim dolus in ea deprehenditur, præſumptus, tenetur ad intereſſe declarandum per iuramentum in litem, vt per Bar. *& alios in d. §. officio.*

Et idem ſi confecerit, & exhibuerit, ſed minus legitime, & legaliter, vt quia multos fructus recepit, ac pecunias exegit, quas non poſuit ad redditum, in libro rationum, vel in eo ſcribit ſoluiſſe pro pupillo, quod non ſoluit, quia cum arguatur in eo dolus, & falſitas, in præiudicium pupilli, vel adulti, & conuer-

tendo pecunias in vtilitatem propriam, poteſt dici prædo. vt per Angel. & Imol. & Modern. *in l. Pomponius. §. & facta. ff. de aqui. poſſ.*

Eſt enim dolus falſa aſſeueratio ſcienter facta, cum animo fallendi l. 1. ff. de dol. Et ex illis preſupponitur tutor locupletatus, niſi aliud doceatur, vt eſt glo. not. & ibi Angel. in l. verum. ff. de pet. hęr.

Item ſi tutor ſuper libro rationum pupilli immiſcuit redditus ſuos cum redditibus pupilli, pro tali culpa poteſt in litem contra eum iurari ſecundum Innocen. quem ſequuntur Ant. Butr. & Imol. in ca. cum officijs. de teſta.

Nec dignus eſt excuſatione, ſi dicat libros non habere, vel amiſiſſe, quia non creditur, niſi probet, quia eius officium erat diligenter cuſtodire, vnde præſumptio eſt, quòd malicioſe occultet, iuxta notata in l. ſi quis, ex argentarijs. §. pen. ff. de eden.

Item tenetur tutor pecuniam pupillarẽ conuertere in emptionem prædiorum venalium, ita Bart. in d. l. tutor. §. ſi poſt. Et hoc quando probatum eſſet ipſam pecuniam fuiſſe ſufficientem ad illorum emptionem, vt not. Paul. de Caſt. conſi. 140. col. fin. verſicu. ſuper 5. alias in redditione rationis tenetur, ad intereſſe declarandum per iuramentum in litem, ita doct. vbi ſupra. Vel ſi non dederit ad honeſtum lucrum, vt per Bar. in d. §. ſi poſt. Et quamuis Deci. conſi. 170. col. fin. videatur dicere hoc non habere locum hodie, quia pecuniam dare ad vſuram eſt prohibitum, tamen ad eius dicta patet reſponſum ex his quæ dicit Soci. conſi. 2. in fi. vbi concludit, ꝙ quamuis. l. tutor. qui. §. poſt. ff. de admit. tut. loquatur de vſuris, tamen lucrum ipſum non debetur, vt vſura, ſed vt intereſſe. Nam cum tutor teneatur de mala adminiſtratione, ſequitur quòd tenetur ad ea in quibus pupillus propter negligentiam tutoris damnificatus eſt.

Item in redditione rationis venit vt debitores cum quibus contraxit non vtique in diem mortis domini fuiſſe idoneos, præſtare cogendus ſit, ſed eo tempore, quo his creditum eſt, eius conditionis fuiſſe, vt diligens pater familias, his crediturus fuiſſet. l. qui ſub conditione. ff. de condit. & demonſtr. & l. a tutoribus. ff. de admi. & peri. tut.

Item vt inſtrumenta & alia ac pupillum pertinentia reſtituantur, quòd

quòd ſi dolo, lata culpa, vel leni, non reſtituantur, aduerſus tutorem iuratur in litem l. alia. C. de in litem iurando, vbi etiam diſponitur in litem iurari contra hæredem, vbi contra tutorem viuentem lis fuiſſet conteſtata, licet alias contra hæredem non iuretur, niſi de dolo, & latiore culpa.

Item tutor tenetur ſibi conſignata non legitime alienata, tanquam reliqua reſtituere. l. 1. §. 1. ff. de tut. & rat. diſtr.

Nec obſtat aliqua quietatio, vi vel dolo extorta, etiam iurata, & verbis prægnantibus firmata, quia lex neceſſario requirit factum, & actualem redditionem, & ob hoc non ſtatur alicui aſſertioni, vt l. ſi forte. ff. de caſtr. pecul.

Quia vbi opus eſt facto non ſufficiunt verba. l. ait prætor. §. ſi quis. ff. no. op. nunt. Item aliud eſt rationem reddere, aliud redditam confiteri. l. aſſiduis, cum glo. C. qui pot. & pig. hab. l. a diuo pio. §. ſi emptor. ff. de re iud. Imo talis quietatio quantumcunque generalis, ad talem adminiſtrationem non extenditur. Nam quando ſumus in liberatione inter viuos, ſi ei qui dolum commiſit aliquid adeſt, quia apparet quòd in manibus tutoris, vel curatoris, vel alterius adminiſtratoris aliquid remanſerit, tunc generalis liberatio, & abſolutio ad hunc caſum non extenditur, nec per illam dolus præteritus cenſetur remiſſus, niſi expreſſe ſit facta mentio doli, ita concludit Bar. in l. aurelio. §. gaius. ff. de lib. leg. & in l. ſi vnus. §. illud. ff. de pactis. Secus quando ei qui dolum commiſit nihil adeſt, quia tunc dolus præteritus cenſetur remiſſus, vt per doct. in l. actione. C. de tranſact. Sed quando aliquid remanſit adminiſtratori, quod non reſtituit, tunc ad illud non extenditur liberatio. quoniam non reddendo reliqua, dicitur eſſe in dolo, l. ſi procuratorem §. fin. cum l. ſeq. & l. dolus. ff. mandati. Et quando dolus ineſt liberationi, non purgatur per liberationem ſequutam, ita Bald. in l. ſub prætextu. l. 2. in fin. C. de tranſact. Nec obſtant narrata in procemio liberationis, quia vbi non ſunt vera, tota compoſitio de iure communi irritatur. ita Anchar. conſ. 180. col. 2. quem ſeq. Soci. conſi. 159. col. 5. verſi. 2.

Scias tamen, quòd valde intereſt inter eos, qui vltro gerunt amico affectu, & illos qui cogente neceſſitate accedunt negotijs gerendis.

Nam ſua ſponte gerenti, non incumbit omnium rerum adminiſtratio, ſed eorum dumtaxat, quæ ſuſcipere maluerit, quoniam ſatis

ſufficit, ſi cui vel in paucis labore conſulatur, l. tutori. C. de nego. geſt. Et coniectura eſt veriſimilis aliquem ab initio, non alijs ſe voluiſſe negocijs immiſcere, quam quæ poſtea gerere viſus eſt. In rebus enim dubijs, plerumque ex poſt facto apparere ſolet, quo animo aliquid cæptum ſit. l. quædam. ff. de rebus dubijs, in arbitrio igitur amici eſt, vtrum ad omnia abſentis negotia, an ad vnum aliquod accedere velit, vt eo finito diſcedat, an noua voluntate aliud quoque aggredi malit, niſi alius forte huiuſmodi negocia geſturus, contemplatione eius, qui cæperat non acceſſit. Hoc enim caſu cum nocuerit aliquid gerendo tenetur hac actione. l. item ſi cum. ff. de nego. geſt. §. fina. & l. ſed & cum. eodem titu.

Item tutor & curator pupillares debitores exigere aſtringitur, alias damnum ex ceſſatione proueniens reſarcire tenetur. l. 2. C. arbitrium tutelæ, vbi glo. in verbo negligentia.

Expenſa facta ſcienter, calumnioſa inſtituta actione, pupillis vel adultis in reddenda ratione computari nequeunt. l. non ignotum, C. de admi. tut. & cur.

Si tutor frumentum pupilli tempore villiori, vel extra locum fori vendit, inualida eſt venditio, & a dolo ſaltem præſumpto excuſari non poteſt. Bario. in lib. 10. Afflict. Deciſ. 316. num. 8. Deci. conſi. 274. nu. 7. & ſeq. niſi cum iuſſu & æſtimatione iudicis hoc faceret. Roma. ſingu. 80.

Item tutor tenetur reddere rationem, tam de non geſtis attamen gerendis, quàm de geſtis. l. ſi tibi. C. de teſt. tut. l. 1. & 2. C. ſi tut. vel. cur. non geſ. l. ſi quis tutor. §. quin autem. ff. de rit. nup. l. 1. ad exordium. ff. de tut. & rat. diſtr.

Sed ſi legitima afferatur a tutoribus cauſa ob quam non potuerint res ab ipſis geri, a ratione reddenda excuſandi ſunt l. 2. C. ſi tut. vel cu. non geſ. l. fi. C. de her. tu. & cu. Idem de eorũ heredibus. l. 1. & 2. C. eo.

Ratio eſt reddenda de tota, ac vniuerſa adminiſtratione, nullo autem modo de parte aliqua. Bal. in l. ſi plures. C. de cond. inſer. & l. cui fundus. ff. de cond. & demonſtr.

Reddita ſemel, & debite approbata ratione, adminiſtrator non poteſt denuo vrgeri ad iterãdum calculandi moleſtiam. l. ſemel. C. de apoch. pub. lib. x. & tãtominus camerarius, qui facta appocha non tenetur amplius. Tamen erratis calculi beneficio ſuccurritur. Nam error calculi veritati nullum affert præiudiciũ. l. illicitas. §. veritas. ff. de

officio præſidis. Quo circa licet inter mercatores ſit ſolidata & probata ratio, poteſt tamen creditor, vel debitor adhuc petere, vt iterum ratio computetur, & videatur ſi eſt erratum in calculo. Bar. in l. in ſtar. C. de iure fiſci. lib. x. Dummodo id petatur intra triginta annorum ſpacium. l. licet. C. de iure delib. l. pignori. ff. de vſucap. l. calculi. erroris. ff. de admi. re. ad ciuit. perti. & ibi glo.

Adminiſtrator non ſolum tenetur rationem reddere, ſed ſolutionis reliqui moram purgare, quod reliquum ſoluere dicitur, ita quod nihil pœnes ſe retincat, quod calculo deberi compertum fuerit. l. Lucius titius. ff. de manu. teſt. l. ſi quis ita. §. ſi duo. ff. de ſtat. lib. & l. Africanus. ff. de cond. & demonſt. Nam rationes reddere, nihil aliud eſt quam reliqua ſoluere.

Neceſſitas rationis reddendæ remitti poteſt per teſtatorem, inter viuos, vel ex vltima voluntate, verū talis remiſſio non releuat a reliquis omnino reſtituēdis, ſi quę pœnes adminiſtratorē fuerint, multo minus a dolo malo. Bar. in l. Aurelio. §. gaius. ff. de lib. leg. Imo neq; per viā rectam, neq; indirectā teſtator cuipiam; pōt relinquere tutelā, ſimulque eundē a doloſe, ac fraudulēter gerēdis rebus abſoluere, qa talis remiſſio inuitat ad delinquēdū, & ita intelligitur. l. ſi quis. cū gl. ibi. & Bart. ff. de lib. leg. coniuncta. l. conuenire. ff. de pact. dot. & l. ſi vnus. §. illud.

Omnis ratio fulciri debet probatione, verificatione & iuſtificatione, quia paria ſunt rationem non reddere, & reddere ſed inſufficienter, & indebito modo. ar. l. 1. §. quod ait prætor. ff. quorū leg. & l. quoties. ff. qui ſatiſ. cog. & l. qui ſub conditione. ff. de cond. & demonſt. l. etiam. §. licet. in prin. & l. conſtante. §. ſi maritus in fi. ff. ſolut. matr.

Mercatoris vero libro etiā ſimplici & recenter cœpto fides eſt adhibenda pro ſcribente, quando in pluribus capitulis ibi deſcriptis veritatis reperitur conformitas. Panor. conſi. 310. in fi. ver. potiſſime. vol. 1. Ang. de Aret. §. actionum. col. 28. in materia tutelæ. q. 13. Inſt. de act. Phili. Cor. conſi. 81. verſ. & ſaltem volu. 1. Iaſ. in l. admonendi. num. 128. ff. de iureiurando. Nam alia eſt ratio mercatoris, qui ſibi ipſi rationes conficit, alia adminiſtratoris, & tutoris, qui alteri adminiſtrationis ſuæ rationem reddere cogitur, quo circa licet mercatori rationem ſuam neglectius, & liberius contexere, & non tam accurate ſingula probare, & verificare. Adminiſtratoris vero rei alienæ, qui non ſibi, ſed domino rationem conficit, merito omnia redempta, & expenſa verificare tenetur, vt de ſingulis

ſuffi-

ſufficienter ſecundum rei ſubiectę rationem veritas appareat, quòd ſi non fecerit, in culpa eſt ſaluis tamen his quæ ſunt leuioris precij, in quibus ſufficit ſolum iuramentum rationem reddentis, Spec. in tit. de inſtru. edit. §. nunc vero, verſi. 20. Bar. in l. Diuus, in fi. ff. ſi cui plus. Res leuioris precij ſunt illæ de quibus commode non poſſunt parari inſtrumenta, & probationes, quia hæc eſſent maioris ſumptus. In magnis vero expenſis & ſumptibus, opus eſt certioribus probationibus, & documentis. Bald. in l. id quod, pauperibus in fi. & in l. nulli, col. 2. verſi. ſed verius. C. de Epiſc. & cle. l. ſi quis pro redemp. in fi. C. de donat. ęſtimat enim Bald. vbi ſupra modicam impenſam eſſe ſolidorum quinque, vt de ea fieri non debeat inſtrumentum, ſed ſufficiat iuramentum in ſupplementum. Tamen ſecundum multiplices, & varias circumſtantias, etiam longe maior quantitas poteſt dici modica, arbitrio boni iudicis, qui poteſt arbitrari ex rei, actus, & perſonæ qualitate, vt tenet Ang. & Phil. Cor. in d. §. in computatione, conſi. 1. Corſ. in tractatu de minimis in prin. col. 3. verſi. 16.

Nam iudex obſeruabit qualitatem rei adminiſtratæ, an ampla, vel exigua, precioſa an vilis, actus qualitatem videbit, hoc eſt impenſas, an ſint veriſimiles, vel non, an probationes parari commodè potuiſſent, an difficulter. Perſonam autem obſeruabit, an ſpectatæ, probatæque fidei, an improbe. Et ſi minutæ impenſæ in rationum ſcriptura ſpecificentur, cui, quam ob cauſam, quantum ſingulariter datum eſt; quæ ſi affirmatiue iuramento probantur, vt placet Io. Andr. in addi. Specu. de inſtr. edit. §. nunc vero, verſicu. 21. Et an hę minutæ impenſę debuerint fieri, quia ſi non debuerunt fieri, etiam probatæ non approbantur. Pan. & Iaſ. in d. l. fi. §. in computatione col. 1. C. de iure delib. Quòd ſi potuerunt fieri, ſed non conſtat eſſe factas, imo veriſimilius eſt factas non eſſe, tunc non probantur iuramento, ſaltem ſi ſimul iunctæ aſcendũt ad magnam quantitatem, ſecundum Bald. in conſi. 117. volu. 2.

Quando vero id quod requirit ſumptum apparet factum, eo ipſo præſumitur factum ab eo, & eius impenſis, ad quem eos ſumptus facere ſpectabat, idque tam ad obligationem, & actionem acquirendam, quàm ad pœnam euitandam. l. 2. C. de alimen. pupil. præſt. & tanto magis quando de hoc ſunt veriſimiles coniecturę.

Et quamuis de impenſę quantitate liquido non appareat, & ob hoc ratiocinator minutatim ſingula exprimere non poſſit, non tamen ob hoc

hoc reijcitur articulus, h uiuſmodi impenſæ, ex quo noneſt dubium, niſi de ſola quantitate, ſed ſatis eſt probare, quòd in ea re bonus paterfamilias tantum expendidiſſet.

Vel fiet ęſtimatio per peritos in tali opere, ſecundum Bart. in d. l. id quod pauperibus, in fin. limitat p. l. in conſanguineis, a quibus ſicut non exigitur tam ſtricta ſpecificatio, vt ab extraneo, ſic nec tam ſtricta probatio. Caſtr. conſi. 12. in 6. dubio, in fi. vol. 1. Soci. conſi. 73. vol. 1.

Is cui prelegata fuit rationum reddendarum liberatio, non tenetur rationem ponere, nec probare, niſi quatenus dolum, & latam culpam a ſe excludat, tamen libros, & rationum codices exhibere; & reſtituere tenetur, vna cum reliquis, & etiam cum his, quæ ad ſuas manus peruenerunt, quæque damno, & dolo, & lata culpa, vel fecit, vel aliquando omiſſit. l. quidam decedens, & l. qui plures. ff. de admi. tut. & cur. l. non ſolum. §. ſi hæres. l. fi. §. inter, cętera. ff. de lib. leg. Quocirca de his omnibus rationem reddere neceſſario obligatur, & aſtringitur, quantumuis teſtamenta, & legata his refragari videantur. Ang. conſi. 175. Alex. conſi. 74. volu. 7. Papien. in lib. de red. rat. tut. in verbo analogiſtas. Ad hoc ſolum operatur huiuſmodi legatum, ne ſcilicet nimis ſcrupuloſa ſpecificatio, vel nimis anxia probatio ab adminiſtratoribus requiratur, ita vt ob leuiuſculam culpam, aut negligentiam condemnari debeant. l. ſi ſeruus vetitus. ff. de leg. 1. & ibi Bart. & Salic. & l. cum neceſſitatem. C. de fideicom. vbi Cor. expreſſe vult latam culpam minime eſſe remiſſam.

Mors illius, qui librum ſcripſit, non minorem fidem rationario libro adhibet, quam iuramentum viuentis iuxta notata per Bar. in l. admonendi. ff. de iureiurando.

Tutelę & curę munus debet eſſe gratuitum, vt minime tutores & curatores gaudeant ſalario, vel mercede. glo. in l. in eos ff. de tutel. & glo. in l. 1. §. mandatum ff. mandati. limitatur tamen quando tutor pauper diuitis pupilli bona fideliter, & diligenter gubernat. tū ex bonis pupilli merito alendus eſt. Dignus eſt enim operarius mercede ſua. Et maxime ſalarium decernitur tutori quando eſt pauper, & aliunde ſe non poteſt ſuſtentare. l. 1. §. ſi pupillus. ff. de tut. & rat. diſtr.

Item ſi tutori aliquo proficiſcendum ſit pro negotijs pupilli, tunc ęquo iure, pro maioribus moleſtijs ferendis, tum pro grauioribus

ſumptibus in itinere ſumendis, quã domi ſuæ impenderet, æqua ſalaria a iudice conſtitui ſolent, nemo enim proprijs ſtipendijs alteri militare cogitur. l. ſed & ſi hæreditas. ff. ad exhibendum. Si enim tutor, vel curator pro bonorum pupilli, vel adulti adminiſtratione, ex officio neceſſe habuerit aliquo excurrere, vel proficiſci. iuxta l. primam. § ſi pupillis. ff. de tut. & rat. diſtr. tunc ei adijcientur ſalaria diurna pro qualitate perſonæ, ſiue pro redditibus patrimonij pupilli, idque pro impenſis itineris, æqui & victus. Bar. & doct. in d. l. a tutoribus. §. ſi.

Si perſona tutoris ſit honeſta & diues, is non vulgari cibo, ſed vino, pullis, atque huiuſmodi, alendus eſt præter has impenſas nihil conſequitur.

Si vero ſit ruſticus diues, is fabis, piſis, allio, butiro, caſeo lacte, & huiuſmodi vulgaribus cibis, foris alendus eſt, præter quæ nihil recipiet amplius, aut horum loco illi ſtipendium quoddam diurnum a iudice aſſignabitur.

Porrò, ſi tutor ſit ruſticus pauper humiliſue conditionis, tunc præter expenſas & victum, tantum accipiet, quantum domi ſuæ per laborem lucratus fuiſſet.

Pupillus non poteſt agere cum tutore & fideiuſſore inſolidum. l. 1. C. de fide tut. & cur.

Mala fides non patitur, vt præſcriptio etiam vltra annos triginta proſit tutori, qui rationes non reddidit, quia ſcit ſe teneri ad vltro & ſponte reddendam rationem, Alex. conſi. 102. nu. 9. volu. 1. in fi. præter id quòd præſcriptio non currit contra minores, ſtante regula, quòd non valenti agere non currit præſciptio. l. 1. in fin. C. de ann. excep. Tamen quando poſt lapſum tempus adminiſtrationis occurrit aliquid aliud, vtpote diuiſio bonorum inter adminiſtratorem & adminiſtratum, excluditur actio, Caſtr. conſi. 126. num. 1. ad fin. verſi. tollitur. volu. 2. Vel quando libri rationum reperiuntur, vel reperiri debent, pœnes adminiſtratum. Barto. in l. tutor. qui repertorium, in princ. col. 1. ff. de admi. tut. & cura. Iaſ. conſi. 14. col. pen. vol. 3. Vel quando pupillus ſuccedit tutori. Si autem in parte, pro eadem parte excluditur. l. 3. ſi pater. C. de hær. tut. & cur. [redacted].

Alimenta debent taxari ſecundum vires patrimonij. l. pen. in prin. ff. de

ff. de alimen. & cib. leg. & iudicis officio peti. l. ſolent. ff. eodem.

Et appellatione alimentorum, quæ pupillis relinquuntur, veniunt ſecundum Rolan. *a Valle conſi. 22. vol. 1. habitatio, cibaria, & potus, expenſæ medici, & medicinæ, veſtes calcearia, lectus, aqua venalis, & alia, quæ ſunt neceſſaria ad victum hominis, & expenſæ pro præceptoribus, vt pupilli inſtruantur in arte ſibi conuenienté.*

Qui probat alimenta præſtaſſe per triennium continuum, præſumitur ea præſtaſſe præterito tempore. ar. l. quicunque. C. de appoch. pub. lib. x. Et per quam l. glo. & doc communiter in l. 2. C. de iure Emphiteotico, & maxime Iaſ. in nume. 168. & 170. dicunt quòd eo ipſo, quòd Emphiteota probat ſe ſoluiſſe cenſum, tribus continuis annis, præteritis, præſumitur ſoluiſſe toto tempore retro, niſi contrarium probetur, & hoc habet locum etiam in ſimplici colono.

Si quis negotia aliena gerens indebitum exegerit, reſtituere cogitur, quod autem indebitum ſoluit magis eſt, vt ſibi imputare debeat. l. ead. ff. de neg. geſt.

Creditorem debitoribus tutorem datum non tantum petitionem non amittere, ſed etiam ipſum ſibi poſſe ſoluere non ambigitur. l. ead. C. qui dare. tut. & cur. poſ.

Sumptus in pupillum tuum neceſſaria, & ex iuſtis, honeſtiſque cauſis, indici qui ſuper ea re cogniturus eſt, ſi probabuntur facti, accepto ferentur, etiam ſi prætoris decretum de dandis eis non ſit interpoſitum, id namque quod a tutoribus, ſiue curatoribus bona fide erogatur, potius iuſticia, quam aliena auctoritate firmatur. l. ead. C. de admi. tut.

Si ſciſſes te curatorem datum, nec adminiſtraſſes, cæteris curatoribus adminiſtrationem peragentibus, & ſufficientibus damno præſtando, contra te agi non poteſt. Si autem neſciſſes te curatorem datum, etiam ſi ſoluendo cæteri non ſint, damni periculum ad te non redundat. l. ead. & C. eod.

Immobilia & mobilia, quæ ſeruando ſeruantur, præter animalia ſuperuacua, non poſſunt tutores, vel curatores alienare, etiam in cauſam dotis, ſine decreto iudicis. l. lex. C. de admi. tut. & cur. fructus vero poſſunt vendi. l. fi. §. fi. C. eod.

Si tutoris vel curatoris culpa, vel dolo, eo quòd vectigal prædio

V emphi-

emphiteotico impoſitum, minime dependere voluiſſent, minoris prædium fuerit amiſſum, damnum quod ei contingit, ex ſubſtantia eorum reſarciri neceſſe eſt. C. eod.

Libro referenti non creditur, niſi relatum proferatur. l. ſi quis in aliquo. C. de eden. & l. aſſe toto. ff. de hær. inſt.

Filius gerens negocia patris, ſcientis, & non contradicentis, tamquam inſtitor patrem, & eius bona obligat.

Idem de eo qui gerit vt procurator, domino ſciente, & non contradicente. Aſſlictus vtroque caſu. deciſ. 308. nu. 4. & ſeq. quem refert. & ſequitur Ioſephus Ludou. deciſ. 55.

Emphiteota ſoluens falſo procuratori, vel ei qui mandatum habuit, ſed eſt reuocatum, liberabitur cedendo creditori actionem, quam habet contra eum, qui recepit. l. cum fundus. §. ſeruum tuum imprudens. ff. ſi cert. pet. do. Bar. in l. ſi procuratori in 5. col.

Notarius poteſt conficere inſtrumentum, in quo alteri ſe obliget. Barto. in l. ſi puberes. ff. de ſal. ac etiam inſtrumentum procuratæ per eum in alium factæ ad negocia Notarij ipſius. Bart. in l. ſeruus communis, in verbo quæro quidem. ff. de ſtip. ſer.

Erronea diuiſio errorem probato non officit diuidenti. & præſumitur error ſi ex poſt facto, apparet rem aliter ſe habere. l. ſi poſt diuiſiones. C. de iuris & facti ignorantia.

Si paterno affectu priuignas tuas aluiſti. Seu mercedes pro his aliquas magiſtris expendiſti, eius erogationis tibi nulla eſt repetitio. Quod ſi vt repetiturus ea quæ in ſumptum miſiſti, aliquid erogaſti. negociorum geſtorum tibi intendenda eſt actio. l. ead. C. de nego. geſt.

Titium ſi pietatis reſpectu ſororis aluit filiam, actionem, hoc nomine contra eam non habere reſpondi. l. ead. C. eod.

Res in dotem datæ quando ſunt æſtimatæ, cedunt periculo, damno & lucro viri, quia æſtimatio venditionem facit. ff. de iure dotium, & l. plerunque. C. res in dotem, & C. eod. l. quoties, & l. cum dotem.

Cum vero non ſunt æſtimatæ pertinent ad vxorem ſaluis fructibus, qui ſunt mariti propter onera matrimonij.

Dotem quæ in prius matrimonium data eſt, non aliter conuerti in poſterius dicendum eſt, quam cum agitur, dum hoc agi ſemper interpretemur, niſi probetur aliud conueniſſe. l. ead. ff. de iure dotium.

Mulier

Mulier quæ honeſtè nubere non poteſt niſi omnia bona ſubiecta fideicommiſſo conſtituat in dotem illa dare poteſt. Et pro conſequenda dote data habet hypothecam in bonis fideicommiſſo ſubiectis, & hoc ius competit etiam eius hæredibus extraneis, auten. res quæ. C. com. de leg. Rolan. *a Valle. conſi.* 85. *nu.*4. *vol.*1.

Mulier non dans dotem non lucratur ante nuptias, & ſi partem dederit, pro parte petere poteſt. Auten. de non eligen. §. fi.

Mercator tenetur edere reo codicem rationum, vt veritas appareat. l. non eſt nouum. C. de eden. cui libro an detur plena fides fiat in arbitrio iudicis, attenta qualitate perſonæ. Iaſ. in l. admonendi. nu. 125. *ff. de iureiuran. qui etiam dicit nu.* 128. *quòd quando ſcriptura librorum reperitur in vno falſa, præſumitur in omnibus falſa.*

Liber productus in iudicio dicitur communis vtrique parti, ideo probat contra producentem, licet produxerit in parte & paſſibus. Crau. *conſi.*80. *nu.*7. *vol.* 1.

Si liber rationum ſit confectus ex neceſſitate officij, alicui de publico iniuncti, exemplificando in theſaurario, & contineatur in eo, quòd theſaurarius ſoluerit pro tertio, liber ille quo ad tertium, plenam fidem facit, ac ſi eſſet publicum inſtrumentum, per l. quædam. §. nummularios. ff. de eden. ita Bar. & Iaſ. *in l. admonendi, in* 2. *lectura. nu.*132.

Rem *maioris precij, ſi tu, vel pater tuus minore precio diſtraxerit humanum eſt, vt vel precium te reſtituente emptoribus fundum venundatum recipias, authoritate iudicis intercedente, vel ſi emptor elegerit, quod deeſt iuſto precio recipias, minus autem precium videtur, ſi nec dimidia pars iuſti precij, ſoluta ſit. l. ead. C. de reſcin. vendi.*

Verus valor elicitur quando redditus annorum viginti æquat precium prædij. Auten. de non alie. & permut. cum glo. in auten. perpetua C. de ſacro. eccl. in verbo iuſta.

Si quis maior annis vigintiquinque, aduerſus pacta, vel tranſactiones, nullo cogente imperio, ſed libero arbitrio, & voluntate confectas, putauerit eſſe veniendum, vel interpellando iudicem, vel ſupplicando principibus, vel non implendo promiſſa, eas autem inuocato Dei *omnipotentis nomine, eo auctore ſolidauerit, non ſolum notetur infamia, verum etiam actione priuatus, reſtituta pœna, quæ pactis probatur inſerta, & rerum proprietate careat, & emolumẽto,*

quod ex pactione, vel tranſactione illa fuerit conſecutus. Itaque omnia eorum mox commodo deputabuntur, qui intemerata pacti iura ſeruauerint. Eos autem huius legis, vel iactura dignos, eſſe iubemus, vel munere, qui nomina noſtra placitis inſerentes, ſalutem principũ, confirmatione initarũ inuenerint eſſe pactionũ. l. ead. C. de tranſac.

Vnde quando contractus eſt vndique obligatorius, non poteſt quis agere, niſi ex latere ſuo adimpleuerit. l. iulianus. 14. ff. de act. empt. & vendit. §. offerri.

Si quis in tãtam peruenerit audatiam, vt poſſeſſionem rerum apud fiſcum, vel apud homines quoſlibet conſtitutarum ante aduentum iudicialis arbitrij, violenter inuaſerit, dominus quidem conſtitutus poſſeſſionem quã abſtulit, reſtituat poſſeſſori, & dominiũ eius rei amittat. Si vero alienarum rerum poſſeſſionem inuaſit, non ſolum eam poſſidẽtibus reddat, verum etiam æſtimationem earumdem rerum reſtituere compellatur. l. ead. C. vnde vi.

Pro diuiſionibus ſeruantur concluſiones ſequentes. Debita contracta per vnum ex fratribus communem hæreditatem poſſidentibus, non veniunt de communi ſoluenda. l. filius. ff. fami. hercis.

Impenſæ quas pater fecit pro filio in ſtudio, non veniunt filio imputandæ tempore diuiſionis, niſi animo repetendi patrem feciſſe conſtet. l. quæ pater. ff. eod.

Ea quæ pater erogauit pro filio in nuptijs, non debent filio imputari in partem tempore diuiſionis, niſi eo tempore extarent, vt veſtes, & alia ornamenta precioſa, quæ non eſſent neceſſaria, & ad vſum quotidianum deputata, nam neceſſaria, & ad vſum quotidianum non ſunt imputanda. l. ex annuo. ff. de donat. int. vi. & vx. ff. ad l. falcidiam. l. ſed ſi vſufructus. §. dos. cum ſua glo. ita tenet Nic. Vbal. in 1. par. tract. de ſucceſſ. ab inteſt.

Lucrum perſonæ debitum diuiditur in capita ruſticorum terrã colentium, lucrum vero quod debetur bobus, vel terræ, diuiditur in ſtirpes. Bal. in l. ſi patruus. C. communia vtriuſque iudicij propè fi.

Ad diſtinguendum partes lucri ipſius, ſciendum eſt quòd prima eſt pars terræ debita, quæ vulgo pars donica appellatur, quæ quandoque eſt dimidium, quandoque plus, quandoque minus. Nam in locis pinguibus pars ipſa eſt maior quam in ſterilibus, & quanto plus a pinguedine diſtat terra, tanto minor eſt pars fructuum ipſi debita. Ex reliquis detrahuntur ſemina & apendices ſi quæ ſunt. Quod

reliquum eſt, in duas reliquas partes æquales ſubdiuiditur, quarum vna bobus, reliqua hominibus terram ipſam colẽtibus debetur.

Frater cuius vxori pater donationes propter nuptias fecit, vel ſoror dotata & maritata, volentes ad ſucceſſionem hæreditatis paternæ, ſimul cum alijs fratribus, vel ſororibus venire, tenentur dotes & donationes ipſas, conferre. ff. de col. bon. per totum, & l. filiæ, & l. illam. C. de coll. Et eadem ratione, frater qui de rebus communibus propriam filiam dotauit, altero fratre conſentiente, tenetur dotem ipſum fratri ſuo in diuiſione computare.

Nam talis conſenſus fratri non præiudicat.

Peculium vero caſtrenſe, quod eſt militum, & quaſi caſtrenſe, quod eſt litteratorum, & aduentitium, quod ex induſtria, & laboribus, abſque patris pecunia, & onere acquiritur, nullo modo conferuntur. l. certum. C. fam. hær. l. 1. §. nec caſtr. ff. de coll. bon. in l. fi. C. de coll. imo acquirenti acquiruntur, tamen in aduentitio pater habet vſumfructum. Inſt. per quas per. no. acq.

Peculium vero quod ex laboribus & induſtria filij, & cum pecunia, & onere patris acquiritur, ſecundum Bart. in d. §. nec caſtrenſe in duas æquales partes diuiditur, quarum vna perſonæ acquirenti aſſignatur, quæ peculium aduenticium dicitur, reliqua pecuniæ, quæ peculium profecticium nuncupatur, quæ cum alijs fratribus confertur.

Frater, qui cum fratribus ſocietatem non contraxit, tacite nec expreſſe, aliquid, ex hæreditate cum fratribus communi acquirit ſuo nomine tantum, non tenetur in diuiſionibus id communicare, vt probatur in l. ſi patruus. C. communia vtriuſque iudicij, in dubio præſumitur non contracta ſocietas, vt l. ex parte. §. cuius. ff. famil. hær. niſi omne lucrum ponerent in communi, quo in caſu præſumitur contracta ſocietas non generalis, ſed illius negocij tantum.

Pro ſolutionibus, & liberationibus ſeruantur quinque ll. ſeq. ex ff.

Quoties quis debitor ex pluribus cauſis vnum debitũ ſoluit in arbitrio ſoluentis eſt dicere, quod debitum voluerit ſolutum. Poſſumus enim certã legẽ dicere ei quod ſoluimus. Quoties vero non dicimus id quod ſolutũ ſit, in arbitrio eſt accipiẽtis, cui debito acceptũ ferat, dũmodo in id cõſtituat ſolutũ, in quod ipſo ſi deberet eſſet ſoluturus, quoq; debito exoneraturus eſſet ſi deberet, ideſt in id debitũ, qđ nõ eſt in cõtrouerſia,

uerſia, aut in illud, in quod quis pro alio fideiuſſerat, aut cuius dies nũdũ venerat. Aequiſſimũ enim viſum eſt creditorem, ita agere rem debitoris, vt ſuam ageret. Permittitur ergo creditori conſtituere in id quod ſolutum velit, dummodo in id conſtituat, vt in re ſua conſtitueret, ſed conſtituere in re præſenti. hoc eſt ſtatim, atque ſolutum eſt debet.

Cum in re ſua agenda hoc fiat, vt vel creditori liberum ſit non accipere, vel debitori non dare, ſi alio nomine exolutum quis eorũ velit.

Cæterum poſtea non permittitur. Hæc res efficit, vt in duriorem cauſam ſemper videatur ſibi debere accepto ferre. Ita enim & in ſuo conſtitueret nomine. Quòd ſi forte a neutro dictum ſit, in ijs quidem nominibus quæ diem vel conditionem habuerint, id videtur ſolutum, cuius dies venit.

Et magis quod meo nomine debeo. Et potius quod cum pœna, quã quod ſine pœna debetur, & potius quod ſatiſdato, quam quod ſine ſatiſdatione debeo.

In ijs vero quæ præſenti die debentur, conſtat etiam quoties indiſtincte quid ſoluitur, in grauiorem cauſam videri ſolutum. Si autem neutra prægrauet, ideſt ſi omnia nomina ſimilia fuerint, in antiquiorem cauſam, grauior cauſa videtur, quæ ſub ſatiſdatione debetur, quam ea quæ pura eſt. Cum pecuniam eius nomine ſolueris, qui tibi nil mandauerat, negotiorum geſtorum actio tibi competit cum ea ſolutione debitor a creditore liberatus ſit, niſi ſi quid debitoris interfuit, eam pecuniam non ſolui. l. 45. ff de neg. geſt. licet pro inuito, & ignorante. l. 41. & l. 2. ſi quis. ff. eod. tit.

Pro ſucceſſionibus ab inteſtato, ſeruatur auten. de hære. excepto. §. ſi autem cum fratribus, qui corrigitur per autten. vt fratrum filij.

Plurimas & diuerſas leges veteribus temporibus prolatas inuenientes, per quas non iuſte differentia ab inteſtato ſucceſſionis inter cognatos ex maſculis, & fœminis introducta eſt, neceſſarium eſſe perſpeximus omnes ſimul ab inteſtato cognationum ſucceſſiones per præſentem legem clara compendioſaq; diuiſione diſponere. Itaque prioribus legibus pro hac cauſa poſitis vacantibus, de cætero ea ſola ſeruari quæ nũc cõſtituimus. Quia igitur omnis generis ab inteſtato ſucceſſio tribus cognoſcitur gradibus, hoc eſt aſcendentium, deſcendentium, & ex latere, quę in agnatos & cognatos diuiditur, primam eſſe diſponimus deſcendentium ſucceſſionem.

Si igi-

Si igitur deſcendentiũ, quis fuerit ei, qui inteſtatus moritur, cuiuſlibet naturę, aut gradus, ſiue ex maſculorũ genere, ſiue ex fœminarũ deſcẽdẽtes, & ſiue ſuę ptãis, ſiue ſub ptãte ſit, oĩbus aſcẽdẽtibus, & ex latere cognatis pręponatur, licet enim defunctus ſub alterius poteſtate fuerit, tñ eius filij cuiuſlibet ſexus, aut gradus ſint, etiã ipſis parentibus præponi pręcipimus, quorũ ſub poteſtate fuerit, qui defunctus eſt in illis videlicet rebus quæ ſecundũ noſtras alias leges patribus nõ acquiruntur. Nam in vſu barũ rerũ, qui debet acquiri, aut ſeruari noſtras de his omnibus leges parentibus cuſtodimus, ſic tñ, vt ſi quidẽ horum deſcendentiũ filios relinquentẽ mori contigerit illius filios, aut filias, aut alios deſcendentes, in proprij parẽtis locũ ſuccedere, ſiue ſub poteſtate defuncti, ſiue ſuæ poteſtatis inueniantur, tantã de hæreditate morientis accipientes partem, quanticunque ſint, quantã eorum parens ſi viueret habuiſſet, quã ſucceſſionẽ in ſtirpes vocauit antiquitas, in hoc eñim ordine gradum quæri nolumus, ſed cum filijs, & filiabus, ex præmortuo filio, aut filia nepotes vocari ſancimus, nulla introducenda differentia ſiue maſculi, ſiue fœminæ ſint, & ſeu ex maſculorum, ſeu fœminarum prolę deſcendant, ſiue ſuæ poteſtatis, ſiue ſub poteſtate ſint conſtituti. Et hæc quidem de ſucceſſionibus deſcendentiũ diſpoſuimus.

Conſequens autem eſſe perſpeximus, & de aſcendentibus conſtituere, quomodo ad deſcendentium ſucceſſionem vocentur.

Si igitur defunctus deſcendentes quidẽ non relinquat hęredes, pater aũt, aut mater, aut alij parentes ei ſuperſint, omnibus ex latere cognatis, hoc pręponi ſancimus, exceptis ſolis fratribus, ex vtroque parente defuncto cõiunctis, ſicut per ſubſequentia declarabitur. Si aũt plurimi aſcendentiũ viuunt, hos pręponi iubemus, qui proximi gradu reperiuntur, maſculos, & fœminas, ſiue paterni, ſiue materni ſint, ſi aũt eundem habẽt gradũ, ex æquo inter eos hęreditas diuidatur, vt medietatẽ quidẽ accipiant oẽs a patre aſcendentes, quanticunq; fuerint, medietatem vero reliquam a matre aſcendentęs, quãtoſcunque eos inueniri contigerit. Si vero cum aſcendentibus inueniantur fratres, aut ſorores, ex vtriſq; parentibus cõiunctis defuncto, cum proximis gradu aſcendentibus vocabuntur. Si aũt pater, aut mater fuerint, diuidenda quippe inter eos hæreditate ſecũdum perſonarum numerum, vti & aſcendentium, & fratrũ ſinguli ęqualem habeãt portionem, nullum vſum ex filiorum, & filiarum portione, hoc in caſu valente patre, ſibi penitus vẽdicare, qm̃ pro hac vſus portione hęreditatis ius, & ſecũdũ

propria-

proprietatem,per præſentē dedimus legem,differentia nulla ſeruanda inter perſonas iſtas,ſiue fœminæ,ſiue maſculi fuerint,qui ad hereditatem vocātur,ſiue per maſculi,ſiue per fœminæ perſonā copulantur,& ſiue ſuæ poteſtatis,ſiue ſub poteſtate ſint eius cui ſuccedunt fratres.

Reliquum eſt vt tertium decernamus ordinem, qui vocatur ex latere, & in agnatos, & cognatos diuiditur, vt etiam hac parte diſpoſita,vndique perfecta lex inueniatur. Si igitur defunctus,neq; aſcendentes, neq; deſcendentes reliquerit, primum ad hæreditatem vocātur fratres,& ſorores, ex eodem patre, & ex eadem matre natos, quos etiam cum parentibus ad hæreditatem vocauimus. His autem non extantibus,in ſecundo ordine illos fratres ad hæreditatē vocamus,qui ex vno parente coniuncti ſunt defuncto,ſiue ꝑ patrē ſolū, ſiue ꝑ matrē.

Si aūt defuncto fratres fuerint,& alterius fratris,aut ſororis præmortuorum filij,vocantur ad hæreditatem iſti,cum de patre,& matre theiois(hoc eſt patruis,vel auunculis)maſculis,vel fœminis,& quāticunque fuerint,tantā ex hæreditate percipient portionē, quantā eorum parens,futurus erat accipere,ſi ſuperſtes eſſet.

Vnde conſequens eſt,vt ſi forte premortuus frater,cuius filij viuunt per vtramq; partem nunc defunctę perſonę iungebātur, ſuperſtites autem fratres,per patrem ſolum forſan,aut matrem ei iungebātur, preponantur iſtius filij proprijs theiois,licet in tertio ſint gradu,ſiue a patre, ſiue a matre, ſint theioi, & ſiue maſculi, ſiue fœminę ſint, ſicut eorum parens præponeretur ſi viueret. Ex diuerſo ſi quidem frater ſuperſtes ex vtroq; parente coniungitur defuncto,præmortuus aūt per vnū parētem iungebatur huiuſmodi filios ab hæreditate excludimur, ſicut ipſe ſi viueret ab hæreditate excludebatur,huiuſmodi vero priuilegiū in hoc ordine cognationis ſolis prebemus fratrum maſculorum, & fœminarū filijs,aut filiabus,vt in ſuorū parentū iure ſuccedāt, nulli alij omnino perſonæ,ex hoc ordine venienti, hoc ius largimur, ſed in ipſis fratrū filijs,tūc hoc beneficium conferimus, quādo cū proprijs vocantur theiois,maſculis,vel fœminis, ſiue paterni, ſiue materni ſint.

Sequens §. ſi autem omittitur, quia per aliam auten. corrigitur.

Si vero neq; fratres,neq; filios fratrū,ſicut diximus defunctus reliquerit,oēs deinceps a latere cognatos ad hereditatē vocamus, ſecundū cuiuſq; gradus prerogatiuā,vt viciniores gradu ipſi reliq̄s præponātur.

Si aūt plurimi eiuſdē gradus inueniātur ſcđum perſonarū numerū inter eos hereditas diuidatur, quod in capita noſtræ leges appellant.

Nullam

Nullam vero volumus eſſe differentiam in quacunque ſucceſſione, aut hæreditate inter eos, qui ad hæreditatem vocantur, maſculos ac fœminas, quos ad hæreditatem cõmuniter definimus vocari, ſiue per maſculi, ſiue per fœminæ perſonam defuncto iungebantur. Sed in omnibus ſucceſſionibus agnatorum, cognatorumque differentiam vacare præcipimus, ſiue p fœminã perſonam, ſiue p emancipationẽ, ſiue per alium quẽlibet modũ, prioribus legibus tractabatur, & oẽs ſine qualibet huiuſmodi differentia ſcđm propriũ cognationis gradũ ad cognatorũ ſucceſſionẽ ab inteſtato venire præcipimus. Sequens §. autẽen. vt fratrũ filij coll. 9. corrigit omiſſum, ſi aũt, & eſt talis. Hoc itaq; iuſte corrigẽtes ſancimus, vt ſi quis moriens reliquerit aſcẽdentiũ aliquẽ, et fratres, qui poſſint cũ parentibus vocari, & alterius filij præmortui filios, cũ aſcẽdentibus, & fratribus, vocẽtur et præmortui fratris filij, et tãtã accipiant portionẽ, quantã eorũ parẽs futurus erat accipere ſi vixiſſet.

Licet in ſucceſſione filiorũ ab inteſtato mater anteponatur oĩbus legitimis perſonis, excepta fratris et ſororis perſona, quo in caſu inter eã; & reliquos filios, in capita diſtribuitur hæreditas morientis, autẽen. de nupt. § & qm̃ mater, tñ hoc fallit qñ filio pupillo intra annũ tutorem non petijt, vel in locũ remoti, vel excuſati petere neglexit. §. fi. Inſt. ad Tertul. Requiruntur etiam alia multa, vt a ſucceſſione filij repellatur mater. Quòd ſit maior annis xxv. Quòd filius moriatur in pupillarẽ ętate. Quòd filio ſit expediens habere tutorẽ. Quòd mater fuerit in negligentia. Quòd nulla cauſa excuſari poſſit. Iſta habentur in l. matres, & l. oẽm. C. ad Tertul. & l. 2. C. ſi aduer. de lib. Aduerte tñ, ꝙ præmiſſa ſuccedunt, qñ mater, quæ vult ſuccedere ab inteſtato, non tranſiuit ad ſecunda vota, poſt matrimonium, ex quo ſunt nati filij, de quorũ ſucceſſione agitur, idem de patre. Sed qñ ad ſecunda vota tranſit, plures occurrunt caſus. Quãdo habet vnũ ſolũ filiũ, tunc illi pleno iure ſuccedit et quo ad proprietatẽ, licet eo viuẽte tranſeat ad ſecunda vota, vt l. fœmina, in fin. C. de ſecun. nupt. Quando plures habet filios, vel filias, ex eodẽ matrimonio, tunc ſiue ante ſecundũ matrimonium, ſiue poſt, filio morienti ab inteſtato ſuccedit pleno iure in bonis alicundæ prouentis, quàm ex ſubſtantia paterna, in bonis vero paternis ſolum ſuccedit in vſufructu. autẽen. de nupt. § hinc nos, verſi. ſi autem.

Quando mater tutelam geſſit, poſtea tutela deſerta ad ſecundum tranſiuit matrimonium, nulla ratione legitime reddita, & filijs tutorem non petijt, excluditur in totum. autẽen. ead. §. ſi autem.

Quando vero poſt trãſitum ad ſecunda vota, filij habitauerint cum matre, tunc non poteſt dici matrem incurriſſe aliquas pœnas, quia filij videntur ratum habere matrimonium. Deci. *conſi.* 29. *num.* 83. *&* 84. *volu.* 3.

Maritus & vxor, ab inteſt. inuicẽ ſibi inſolidũ pro antiquo iure ſuccedant, quoties deficit omnis parentum, liberorumue, ſeu propinquorum, legitima, vel naturalis ſucceſſio, fiſco excluſo. l. ead. C. *vnde vir.*

Quando vere vxor eſt pauper, & ſine dote, & vir non habet aſcendentes, nec deſcendentes, ſed tantũ agnatos, vel cognatos vxor ſuccedit ab inteſtato in quarta parte, auþen. de exhi. re. § quoniam vero, alia tres partes agnatis, vel cognatis ſpectant, idem de viro paupere, ſi minus quarta ſit legatum ſuppletur. Idem ſi ex ea filios relinquat maritus, glo. in auþen. qui. mo. naturaliſſi. leg. § fi.

Vacantia mortuorum bõna, tunc ad ſiſcum iubemus transferri, ſi nullum, ex qualibet ſanguinis linea, vel iuris titulo, legitimum reliquerit inteſtatus hæredem, l. & C. *eod.*

Pro detrabẽda legitima ex bonis defuncti, ſeruatur auþen. nouiſſima. C. *de inoffic. teſt. tracta ex auþen. de triente, & ſemiſſe, cuius verba ſunt.*

Nouiſſima lege cautũ eſt, vt ſi quatuor ſunt filij, vel pautiores, ex ſubſtantia deficientis triens, ſi plures, ſemis debeatur eis, quoquõ relicti titulo, ex æquo ſcilicet inter eos diuidendis, cuius portionis, nec vſufructu defraudari poſſunt liberi quidem a parente.

Trifariam triplicique iure legitimam partem ex ſubſtantia teſtatoris deficientis detrahimus. Prima eſt portio debita iure naturæ, & dicitur bonorũ ſubſidium, & debetur tãtum filijs, qui ſine cauſa exhæredari nõ poſſunt, & huic portioni nullum grauamen, vel dilatio poteſt imponi. C. *de inof. teſt. l. omnimodo, & duabus. ll. ſeq. & debetur, vt in d. auþ. nouiſſima, ſecundũ numerũ filiorum, ita not. gl. in l. ſi arrogator. de adopt. & ibi* Bart. *pro hoc allegat. l. papinianus. §. quoniam autem. ff. de inof. teſt. intelligẽdo talem portionem detracto ære alieno.*

Secunda portio eſt quarta falcidiæ, quæ debetur iure inſtitutionis, vt cum aliquis eſt inſtitutus hæres, & hæreditas illa eſt exhauſta per legata, quo caſu inſtitutus poteſt detrahere ſibi vſque ad quartam, ex ſingulis legatis. inſt. ad l. falcidiã, fallit tamen in legatis ad pias cauſas, vt in auþen. ſimiliter. C. *ad l. falcidiam. niſi inſtitutus eſſet ſimiliter locus pius, quia concurrit priuilegium cum priuilegio. l. aſſiduis.* C.

qui

qui po. in pig. ba. Et *quando teſtator ſciens quantitatem patrimonij, expreſſe illam prohibet. Vel ſi hæres non fecit repertorium, tempore & modis a iure ſtatutis, vt in auth. ſed cum teſtator. C. ad l. fal. Vel ſi hæres infra tempus legitimum voluntati teſtatoris nõ paruerit. ext. de teſt. c. Rainaldus in fi. & ibi glo. dicit tempus legitimum eſt anni, a iuſſu iudicis, infra, quo tempore perdit omnia præter fideicommiſſum, ceſſat etiam falcidia, quando aliqua ſunt ita relicta, vt non alienentur, ſed remaneant apud ſucceſſores, vt in auth. ſed in ea. C. eod.*

Ex alimentis & vſufructu, ſic per Venulum detrahitur. ff. ad l. fal.

Hæreditatum computationi in alimẽtis falcidiæ, hanc formam inesse Vlpianus ſcribit, vt a prima ætate, vſque ad annum vigeſimum, quantitas alimentorum 30. annorum computetur, eiusque quantitatis falcidia præſtetur.

Ab annis vero 20, vſque ad annos 25, annorum 28.

Ab annis 25 ad 30, annorum 25.

Ab annis 30 ad 35, annorum 22.

Ab annis 35 ad 40, annorum 20.

Ab annis 40 ad 50, annorum computatio ſit, quod ætati eius vſq; ad annos 60 deerit, remiſſo vno anno.

Ab anno 50 ad 55, annorum 19.

Ab annis 55 ad 60, annorum 7.

Ab annis 60, cuiuſcunque ſit ætatis annorum 5.

Eoq; nos iure vti Vlpianus ait, & circa computationem, vſusfructus faciendam. Solitum eſt tamen in prima ætate vſque ad annos 30, computationem annorum triginta fieri.

Ab annis vero 30, tot annorum computationem inire, quot ad annum 60 deeſſe videntur, nunquam ergo amplius quam 30 annorum computatio initur. Sic denique & ſi reipublicæ vſusfructus legetur, ſiue ſimpliciter, ſiue ad ludos, 30 annorum computatio fit.

Animaduertendo, quod teſtator volens minuere legitimam filiorum poteſt legare cui maluerit dodrantem ex ſua ſubſtantia.

Tertia eſt pars trebellianica, quę debetur etiam iure inſtitutionis, vt cum aliquis inſtitutus hęres rogatur, vt alij reſtituat, tunc poteſt retinere quartam. Inſt. de fidei. hær. § ſed quia.

Ceſſat trebellianica in tribus, primo in legatis ad pias cauſas, vt prius, ſecundo, ſi teſtator prohibuit, auth. de hære. & fal. § ſi vero, & l. in quartam. ff. ad l. fal. licet cõtrarium teneat glo. in auth. ſed cum

X 2 *teſtator.*

teſtator. C. ad l. falc.d. ſed communis opinio verior eſt, quia poteſt detrahi, vt in d §. ſi vero. tertio quando ſubſtitutio euaneſcit, vtputa quando ingreditur religionem, ille qui eſt rogatus, & ſi ſine liberis decederet, vel non maritaretur, & ſimilia, vt in authen. niſi rogati. C. ad trebel. ſed quando rogatio eſt facta ſub conditione, vel ad certum tempus. inſtitutus poteſt detrahere duas portiones, legitimam & trebellianicam.

Decedat pro exemplo teſtator relictis quatuor filij hæredibus, ſub conditione fideicommiſſaria, ſcilicet quòd ſi aliquis eorum decederet in pupillari ætate, vel poſtea quandocunque abſque filijs maſculis ſuccedāt alij ſuperſtites maſculi, quos eo in caſu ſibi, & in pupillari ætate, vel poſtea quandocunque decedentibus ſubſtituit, & hæredes inſtituit, vulgariter pupillariter, & per fideicommiſſum. Decedantque ſubinde filij primus & ſecūdus, iam puberes ab inteſtato, abſque filijs, decedat tandem tertius inteſtatus relicta vnica filia, & fratre quarto, cum filio maſculo, ſitque ſubſtantia teſtatoris aurei 96000. Hoc caſu legitima primi & ſecundi, accreſcit legitimæ reliquorum ſuperſtitum, tamquam eorum hæredum tranſuerſalium ab inteſtato auth. de hær. §. ſi igitur defunctus. Diuido igitur aureos 96000. in æqua, exit 48000 aſſigno 48000 maſculo, ex reliquis vero 48000, detraho trientem, pro legitima fœminæ, hoc eſt aureos 16000, quia filij inſtituti ſunt quatuor, reſtat fideicommiſſum medietatis ſubſtātiæ aurei 32000, a quo venit detrahenda per fœminam quarta trebellianica, quæ eſt aurei 8000, reſtat fideicommiſſum reſtituendum aurei 24000, aggrego fœminæ legitimam 16000, cum ſua trebellianica 8000, fit ſumma per fœminam retinenda aurei 24000, aliud tantumdem fideicommiſſario maſculo reſtituet, pro fideicommiſſo.

Si vero primus & ſecundus decedant in pupillari ætate, hoc caſu tria ſunt quodammodo teſtamenta, alterum patris, altera duo filiorum pupillorum, aut certe vnum trium cauſarum, ideſt trium hæreditatum, quia cum filij impuberes ſint eius ætatis in qua ſibi teſtamentum facere non poſſunt, parentes eis faciunt. Inſt. de pupil. ſubſt. igitur hoc caſu portio tota primi & ſecundi abſque diminutione in fideicommiſſum conuertitur, & ſubſtituto pertinet, nam verbum ſubſtituo trahit ſubſtitutum ad fideicommiſſum, vt vult glo. in l. precibus. C. de impub. & al. ſub. & l. centurio. ff. de vulga. & pupil. ſub. & in c. Raynutius, de teſt. & reſpicit omne tempus, & rem omni

tempore

tempore ſuadet valere. l. quoties. ff. de rebus dubijs, hinc eſt quòd quocunque tempore moriatur inſtitutus, ſiue in pupillari, ſiue poſt virtute huius verbi ſubſtituo videtur rogatus a teſtatore per fideicommiſſum, poſt mortem ſuam reſtituere hæreditatem, & bona teſtatoris, ex hoc in teſtamentis apponuntur verba, vulgariter, pupillariter, & per fideicomiſſum. Vnde inſtituto moriente iam pubere, ſiue teſtato, ſiue inteſtato, ſucceſſores hæreditatem ſubſtituto reſtituent, iure fideicommiſſi. Inſt. de fidei. hær. §. ſed quia retenta tamen legitima, & trebellianica, ſi inſtitutus erat de liberis teſtatoris, in reliquis vero trebellianica tantum, ſi vero moriatur in pupillari ætate, ſubſtitutus capit totam hæreditatem abſque diminutione. d. l. centurio. & cap. ſi pater de teſta. lib. 6. & l. iam hoc iure. ff. de vulg. & pupill.

Et imo etiam excludit matrem, ita ut legitimam filij petere non poſſit, vt not. Bart. & doct. in l. papinianus. §. ſed nec impuberis. ff. de inoffic. teſta. Et quemcunque alium, qui ipſi pupillo ſuccedere potuiſſet ab inteſtato. l. lucius. ff. de vulg. & pupilla. niſi ſubſtitutus, quo caſu mater eum repellit. l. precibus, & l. cum quidam. C. de impub. & ali. ſub. præter in quatuor caſibus. primo, quando pater expreſſe prohibet: ſecundo, quando aliquid vxori reliquit, & contentam eſſe voluit, tertio, quando fuit inimica patri, quarto, quando frater impuberis eſt ſubſtitutus, & talis ſubſtitutio fit a parente tantum, qui poteſt quemcunque ſubſtituere.

Fit etiam ſubſtitutio tam a matre, quàm a parente filio furioſo, & mentecapto, etiam non exiſtenti in eorum poteſtate, & etiam poſt pubertatem, certo tamen ordine, vt primò liberi, ſecundo fratres, deficientibus liberis, tertio, quicunque alij, filijs vel fratribus non extantibus ſubſtituantur. C. de impub. & ali. ſub. l. humanitatis. Ceſſat prior ſubſtitutio adueniente pubertate, poſterior adueniente ſana mente. Et fit talibus verbis.

Antonium filium meum furioſum mihi hæredem inſtituo. Et ſi deceſſerit antequam ſanus fiat, talem eius filium, vel fratrem, vel Titium ei ſubſtituo.

Hoc ſecundo caſu detraho trientem ex tota ſubſtantia aureorum 96000, pro legitima quatuor filiorum, & eſt aurei 32000. reſtant pro fideicommiſſo aurei 64000, deinde aufero ex eorum legitima aureorum 32000 partes legitimę primi, & ſecundi

in pu-

in pupillari ætate defunctorum, quæ ſunt aurei 16000, in fideicommiſſum conuerſas, & eas addo ad 64000. fit totum fideicommiſſum aurei 80000. reſtat legitima maſculi & fœminę aurei 16000, aufero quartam trebellianicam, ex 80000, quæ eſt aurei 20000, reſtat fideicommiſſum maſculo de iure reſtituendum aurei 60000, addo trebellianicam 20000, ad legitimam 16000, fit tota trebellianica, & legitima aurei 36000, inter maſculum & fœminam æqualiter diuidendi, diuido igitur 36000 in æqua, exit 18000, tantum fœminæ aſſigno, reliquos aureos 18000, aggrego cum fideicommiſſo 60000, fit 78000, pars ſubſtantiæ totius maſculo de iure aſſignanda.

Relinquat ſecundo teſtator quinque filios, decedatque ſubinde primus & ſecundus, iam puberes inteſtati, ſine liberis, & tertius religionem ingrediatur, vel filia maritetur, ita quòd eius ſubſtitutio euaneſcat, decedatq; tandem quartus inteſtatus, relicta filia fœmina, & fratre quinto, cum filio maſculo, hoc caſu diuido totam ſubſtantiam aureorum 96000, in æqua, aſſigno dimidium, 48000 fœminæ, cum conditione, quòd detractis legitima, & trebellianica, reliquum reſtituat fideicommiſſario, detraho igitur dimidium, pro legitima, quia filij ſunt quinque, & eſt aurei 24000. deinde ex reliquis 24000, quartam trebellianicam 6000, reſtat fideicommiſſum reſtituendum aurei 18000, pars vero per fœminam retenta pro legitima, & trebellianica aurei 30000.

Si vero filij primus, & ſecundus decedant in pupillari ætate, eorum legitima, vt prius in fideicommiſſum conuertitur, quo caſu detraho ſemiſſem, quia filij ſunt quinque, & eſt aurei 48000. Deinde partes legitimæ primi & ſecundi, in pupillari ætate defunctorũ, in fideicommiſſum cõuerſas, hoc eſt duas quintas, quę quę ſunt aurei 19200, ex 48000, reſtat vera legitima aurei 28800, addo aureos 19200 ad fideicommiſſum 48000, fit totum fideicommiſſum 67200, aufero quartam trebellianicam, 16800, reſtat fideicommiſſum maſculo reſtituendum aurei 50400, addo trebellianicam 16800, cum legitima 28800, fit 45600. diuido in ęqua, exit 22800, tantum fœminę aſſigno pro eius legitima, & trebellianica, reliquam dimidiam, hoc eſt aureos 22800, aggrego cum fideicommiſſo 50400, fit pars totius ſubſtantiæ maſculo aſſignanda aurei 73200.

Pro melioramentorum ratiocinio ſciendum eſt ſecundum Beroi diſtinctionem, ex antiquioribus. q. 96. quòd melioramentorum quædam

dam ſunt naturalia; quædam induſtria natura cooperante facta, quæ Bero. *appellat induſtrialia,& quædam ciuilia.*

Naturalia ſunt quæ abſque hominis impenſa, & curatione ſola operante natura naſcuntur, & coaleſcunt, vt quercus, nuces, & aliæ huiuſmodi, quæ raro plantari conſueuerunt, & quas terra ipſa naturaliter, ſiue caſu producit. Hæc melioramenta nullatenus ſolui debent, nec conſueuerunt, quia ſolo pœnitus cedunt, vt concludit Bero.*d.q.96. nu.2.& ſeq.& quamuis ipſe loquatur de feudo, idem tamen dicẽdum de emphiteoſi,& locatione, tum quia eadem eſt ratio, tum quia in dubio valet argumentum, de feudo ad emphiteoſim, ſecundum communem opinionem, de qua per Soci.iun.conſi.72.nu.57.vol.1.& conſi.167.nu.24.vol.2 nouiſſime Clarus.§.feudum.q.3.verſ.& hęc quidem.* Et *inſuper, ſi quæ impenſa neceſſaria fuiſſet in illis educandis, & coalendis, adhuc ea non debetur, ſi modica ſit, vt concludit Caſtr.conſ. 270.viſo puncto.col.3.verſi.ſi vero parua, vbi etiam exemplificat in ſalicibus,& opijs, in ſecunda parte, qui tamen* Placentiæ *de conſuetudine ſoluuntur, quia ſine impenſa,& curatione ibi non coaleſcunt, & propterea inter melioramenta induſtria facta connumerantur, nam in ijs plus confert ars, quam natura.*

Induſtrialia, vt ait Bero.*ſunt quę cum impenſa, & curatione, & hominis diligentia, natura cooperante proueniunt, vt vites ſæpes viuæ,& omnes aliæ arbores, quæ plantari, & curari conſueuerunt, pro quibus tamen nihil debetur, quia ſolo cædunt.§.ſi titius, in* Meuij *ſolo plantam poſuerit* Meuij. *planta erit.* Inſtit. *de re. di. ſed tantum pro earum impenſa,& curatione, vt in iure notum eſt, & aperte legitur, ex legibus,& auctoritatibus, infra citandis.*

Pro qua de conſuetudine ſoluitur ad rationem ſemiargentei, hoc eſt ſolidorum quinque pro ſingula planta, exceptis paruulis, pro quibus ſoluitur ad rationem tẽporis, per menſorẽ diſtinguendi, ſcilicet vnius, duorum, trium, vel quatuor annorum, ad rationem ſolidi vnius pro ſingula planta, ſingulo anno, vltra annos quatuor precium non excedit ſolidos quinque.

Pro vineis denſis,& humilibus ſoluitur ad rationem perticæ ſuperficialis, quia antequam plantentur, totum prædium affatim excauatur.

Seminaria, hoc eſt ſepes viuæ, ad rationem ſolidorum quinque pro ſingula lineari pertica Placentina, *diſtinguendo tempus, vt prius.*

Vites

2 Vites pergularum, ad rationem quadrantis argentei, pro ſingula planta, diſtinguendo tempus vt prius.

3 Pro propagatione, dimidium earum taxationum.

4 At econuerſo arbores deficientes caduæ, vulgo gabatæ; hoc eſt ſine ſummitate, tam dulces, quàm fortes, & vites, ſoluuntur per conductorem locatori, de conſuetudine, ad rationem ſolidorum quindecim, pro ſingula planta reliquæ vero ſummitatem habentes, & caduæ altiores, ſoluuntur ſecundum communem valorem tempore reſtitutionis, habita ratione ad veriſimile tēporis eiuſdem augmentū. Nam res mobilis tantum valet, quantum communiter vendi poteſt. l. ſi ſeruus furt. in prin. ff. de cond. furt. & ibi glo. in verbo inuenerit, & ita intelligit Bar. in l. non intelligitur. §. diui fratres. ff. de iure fiſci, niſi aliter ſit actum.

Quando in lege locationis eſt ſcriptum, quòd arbores dulces, quæ demori contigerit ſint conductoris, ipſo totidem ſubſtituentē, ſi tempore quo demortuas abſtulit conductor, totidem ſubſtituerit, fit compenſatio, ceſſante dolo, etiam quòd demortuæ fuerint in vna parte, & ſubſtitutæ reſtituantur in alia. Bald. in l. eadem. C. locati. qui dicit hoc procedere in eadem locatione, non autem in diuerſis.

Si vero ſit additum, quòd reſtituenda ſint vnius, vt vulgo dicitur ſcalui, fit compenſatio ſecundum conuenta, in reliquis ius commune attenditur.

Si vero ſit pactum, vt mihi in facto contigit, quòd conductor non poſſit ramos decidere, vulgo ſcaluare arbores a ſummitate, niſi vſq; ad mediam altitudinem, & reliquas ſecundum conſuetudinem. Et quòd demorientes ſint conductoris, modo totidem ſubſtituat.

Pactu ratione generalitatis eſt obſcurum, quia ibi nulla fit arborum demorientium diſtinctio. l. ita fidei. ff. de iure fiſci. Bald. in l. ius publicum. §. veteribus. ff. de pactis. nu. 2. verſi. dicitur aliquid obſcurum, & contra locatorem interpretandum. Papinianus in l. quadraginta. ff. de pactis, cuius verba ſunt hęc.

Veteribus placet pactionem obſcuram, vel ambiguam, venditori, vel ei qui locauit nocere, in quorum fuit poteſtate legem apertius conſcribere. Tamen Bal. cōſi. 434. nu. 1. vol. 1. ver. & licet, concludit, q in contractibus bonæ fidei, plus valet æquitas, quàm nimia ſubtilitas, quæ quandoque inuitat ad delinquendum; quòd autem locatio ſit contractus bonæ fidei, probatur in §. actionum. Inſt. de actionibus,

æquitas

æquitas æqualitatis ratione regulatur, igitur de arboribus æquitate. Vlpiani in l decimatertia.ff de vſu. & quem. quis. vti. vſufructuario vtcunq; conceſſis intelligendū eſt,non autem de materia, per eundem ad vſum villæ reſeruata,quæ precia ſubſtitutorum lōge excedit,nam quandoque ad precium aureorum decem,& vltra aſcendit,ſecundum plantæ augmentum,& perfectionem,cum ſubſtituta precium tātummodo ſolidorū quindecim æquent. Et quoniam hoc caſu lex locationis non diſtinguit,ſciendum eſt, ꝙ ſingulæ arbores ſubſtitutæ abundantes,pro ſingulis demortuis ad vſum conductoris,ſeu vſufructuarij, per Vlpianum conceſſis,indiſtincte ſunt recipiendæ, nam vbi lex non diſtinguit,nec nos diſtinguere debemus. Et ita tenet Bald. in d.l.ædem. C.locati.vbi dicit,ꝙ quando in vna parte eiuſdem locationis conductor meliorauit,& in altera deteriorauit,ſit cōpenſatio non ſecundum ſpeciem rei deterioratæ, ſed ſecundum genus.*

Hoc etiam in reliquis ad vſum villæ iure ſubtilitatis procederet, niſi ius æquitatis præualeret, quod inæqualitatem non admittit, & cauſſam delinquendi adimit, & id attendi debet, quia malicijs hominum non eſt indulgendum.l.in fundo.ff.de rei vendi.

Ceſſante autem pacto. Vlpianus in d.l.decimatertia. arbores omnes,vtcunque areſcentes, vel vi ventorum, vel alias caſu ate euulſas, bifariam diſtinguit, in materiam, & lignum, hoc eſt ab opere, & ab igne, his verbis.

Arboribus euulſis,vel vi ventorum deiectis,vſque ad vſum ſuum, & villæ, poſſe vſufructuarium ferre labeo ait, nec materia eum pro ligno vſurum, ſi habet vnde ligno vtatur.

Quam ſententiam puto veram. Alioqui & ſi ager totus ſit hunc caſum paſſus, omnes arbores auferret fructuarius.

Materiam tamen ipſum ſuccidere, quantum ſit ad villæ refectionem putat poſſe.

*Ex his conſtat, quòd Vlpianus materiam reſeruat pro vſu villæ, hoc eſt domino, lignum vero vſufructuario concedit, quē tamen Imperator in §. ſed ſi gregis.*Inſt.*de re.di. grauat ad totidem ſubſtituendum, in locum vinearum, vel arborum demortuarum, necnon & Paulus in l. vigeſimaſecunda. ff. de vſu. & quem. his verbis.*

Agri vſufructu legato in locum demortuarum arborum aliæ ſubſtituendæ, & priores ad vſufructuarium pertinent. Et lib. 50. l. 56. ſic ait. Pali & perticæ in numerum materiæ redigendi ſunt, & ideo

lignorum appellatione non continentur.

Ligni appellatione omnes demortuæ abſq; ſummitate humiles cęduæ continentur, & reliquarum menſoris interuentu declarandæ partes. Et vſufructuarij appellatione Tiraq in tractatu de retract. comprehendit Emphiteotas, conductores, vaſſallos, & eos qui tenentur reuendere, iuxta terminos. l. ſecund. C. de pactis inter vend. & empt. & huiuſmodi, qui medio tempore ſunt domini, vel reuocabiliter.

Ferre ad vſum ſuum & villæ, vt in d. l. decimatertia. dicitur vulgo ponere ad debitum vſus ſui, & villæ, in tabulas, hoc eſt ab vna parte libri tabularum, vt ſcias ꝙ totidem ab altera vtriuſque vſus in tabulas referre tenetur vſufructuarius ex ſubſtitutis. vt d §. ſed ſi gregis; & d. l. vigeſimaſecunda. vt ratiocinium ad ęquilibrium reducatur. Et dicitur ſecundum Vlpianum lib. 50. l. 56. Diſpungere, hoc eſt conferre accepta & data.

Arbores verò virides ſic diſtribuit Pomponius in l. ſecunda. ff de vſuf. & quem. quis vti.

Ex ſilua cædua pedamenta, & ramos ex arbore (ſupple cædua) vſufructuarium ſumpturum, ex non cædua in vineam ſumpturum, dum ne fundum deteriorem faciat. Et Paulus in l. 12. tit. eod.

Et ſi grandes arbores eſſent, non poſſe eas cædere. Nam qui alienas arbores & maxime vites ceciderint, tamquam latrones puniuntur. l. ſecunda ff. ar. fur. cæſ.

[redacted]*. Arbores grādes ſunt omnes quæ ſummitatem habent. Sumpturum in vineam hoc eſt pro vſu vineæ. Ex his patet, quòd iureconſulti omnes arbores virides bifariam diſtinguunt in cæduas, & grandes.*

Melioramenta vero ciuilia ſunt illa in quibus natura nihil operatur, ſed ſola hominis induſtria, & diligentia, vt ædificatio, & ædificij refectio, & ſeruitutis, vel oneris alicuius emptio, & ſimiliū, pro quorū precio dominus tenetur in reſtitutione fundi, ita tamē ꝙ tm̄ ſit impenſum, quantū melioratū, & econtra. glo. in l. in fundo. ff. de rei vendi. Et hoc in impēſis vtilibus, vel neceſſarijs, aſſumendo ſemper minus precium, ſiue ſit impenſi, ſiue meliorationis, niſi aliter ſit actum, vtpote de ſoluendo in fine locationis, ſecundum æſtimationē faciendam per amicos communes, quo caſu eiuſdem temporis valor attenditur, ſicut quādo ſunt, facta per dominū fundi, quia tunc habēda eſt ratio tp̄e reſtitutionis

ſtitutionis fideicõmiſſi,ẽt ꝙ valor excederet impenſam,vel decreuiſſet.

Hęc omnia melioramenta orta,plantata, ſeu fixa, ſolo cędunt.§.ex diuerſo,& §. ſi titius. Inſt. de re.di.

Eorum vero impenſarum ſpecies ſunt duæ. Altera voluptaria, de qua nulla habitur ratio in fundi. reſtitutione, niſi is cui facienda eſt reſtitutio,eam facturus fuiſſet.l.voluntarie.ff.de impen. in re. dot.l. in fundo. ff. de rei vendi.

Altera neceſſaria, vel vtilis merito a iureconſultis appellatur. l. 1. & 2.ff.de impen.in re.dot.cuius ratio habetur.

Inter melioramenta quorum impenſę debentur.Vlpianus in d.l.1. connumerat moles in mare, vel flumen proiectas.

Item piſtrinum,& horreum neceſſario factum,& refectionẽ ædificij corruentis.Et in l.3.tit.eod.vitiũ propagationẽ,vel arborũ curationem,vel ſeminaria pro vtilitate agri facta.Et Sceuola in l.colonus. ff. locati.connumerat vinearum plantationem, his verbis.

Colonus cum lege locationis non eſſet cõprehenſum, vt vineas poneret,nihilominus in fundo vineas inſtituit,& propter earũ fructus, denis amplius aureis annuis is ager locari cœperat. Quæſitum eſt, ſi dominus iſtum colonũ, fundo eiectum penſionum debitarum nomine conueniat,an ſumptus vtiliter factos in vineis inſtituendis repetere poſſit,oppoſita doli mali exceptione. Reſpondi,vel expenſas conſecuturum,vel nihil amplius præſtaturum. Et Paulus in l. dominus horreorum. §. in conducto, ſic generaliter loquitur.

In cõducto fundo,ſi cõductor ſua opera aliquid neceſſario,vel vtiliter auxerit,vel ædificauerit,vel inſtituerit, cum id non cõueniſſet, ad recipienda ea quę impendit,ex conducto,cũ dño fundi experiri poteſt.

Et Rolan.a Volle.conſi.29.nu.14.& 18.connumerat ea,quę fiunt in domibus reficiendis,& de nouo ædificãdis, ſine quibus coloni in locis habitare,& prædia colere non poſſunt. quæ proprie neceſſaria dicuntur.l.neceſſarias.ff.de impen.in re.dot. Et ea quæ fiunt,vt ipſe ait in disboſcando,& ad culturam reducendo,& denique omnia illa, quæ vltra tempus expendentis duratura ſunt. Et hæc vere vtilia dicuntur, non proprie neceſſaria, niſi cauſatiue.Bar. in d.l.in fundo.& l.ex diuerſo. ff. de rei vendi.

Solent menſores Placentini ciuilibus ædificiorum melioramentis diuerſa precia imponere,ſecundum eorum diuerſam populi frequẽtiæ propinquitatem, vel diſtantiam, æſtimant enim materias ſecundum

ſingularum communem valorem, habita ratione ad ſingularum perfectionem, & imperfectionem, & tempus quo fiunt huiuſmodi æſtimationes, deinde ad operas & vecturas, deinde ad fundum, ſecundum redditus ædificij rationem, ratio redditus populi frequentia regulatur, vnde vbi maior populi frequentia, ibi maior ædificij redditus, tandem ex toto ædificij emphiteotici precio, quinquaginta ſaltem penſiones detrahunt, quæ domino directo pertinent, iuxta terminos auct. de alie. & emph. §. ſanctiſſimas, vbi Imperator licentiam concedit vendendi emphiteoticas domos eccleſiæ, in ciuitate non minori precio, quam de penſionibus earum in quinquaginta annis colligitur, vt ex earum precio meliores redditus emant, licet penſio in viginti annis collecta rei emphiteoticæ æſtimationem contineat, præter ſextam diminutam, vt in auct. de non alie. & permut. §. quia vero, vbi idem Imperator prædia digna precio, paruas vero redentia penſiones, aut nihil penſionum omnino non metiri emphiteoſim, ſed æſtimari ſuburbanum vtiliter, & ex precio collecto redditus poſſibiles in viginti annis computari, non minuendo niſi ſextam partem, vt ibi minui decernit in fructuoſis. Hoc etiam voluit glo. in auct. per perpetua. C. de ſacroſ. eccle. communiter approbata. Quod reliquum eſt ad emphiteotam pertinere decernunt.

Ex his conſtat, quòd res eccleſiæ non poteſt in emphiteoſim concedi, minori penſione, quam ad rationem quinque pro ſingulo centeno. precij, diminuta ſexta. Nec conceſſa ſubinde vendi minori precio, quam de penſionibus quinquaginta colligitur. Et quòd verba non minori precio videntur inferre, quòd eadem ratione, ſi poſt conceſſam emphiteoſim iuxta terminos. Auct. de alie. & emph. rei emphiteoticæ valorem hominis induſtria, vel impenſa, vel maior populi frequentia auxerit, vel rem ipſam fluminis impetus, vt prope ciuitatem noſtram Padi fluminis violentia, ita ut penſiones nedum viginti, ſed nec centies centena millia rei ipſius valorem, diminuta nihilominus ſexta æquent, hoc caſu non pro quinquaginta penſionibus venditio conceditur, quia his caſibus venditio emphiteoſim non legitime metitur, imo ſuburbanum prædium precioſum, ex quo parua ad rationem augmenti penſio percipitur, vtiliter æſtimatur, & ex precio collecto melioramentorum impenſæ apparentes detrahuntur, quæ emphiteotæ pertinent. Reliquum vero totum domino fundi directo, quia meliorationes, & augmenta ſolo cedunt, vt prius,

vt prius, ex quo diminuta ſexta, redditus poſſibiles in viginti annis computantur, & pro talibus quinquaginta redditibus, venditio conceſſa cenſetur, vt inde meliores redditus emantur.

Si vero res in parte pereat, a conuerſo proceditur.

Quaritur in valore rei, maxime prædij vrbani æſtimando, nunquid materia, & ſuperficies augeat valorem fundi, in vno magis loco, quàm in alio, an vero fundi egregia qualitas ſuperædificatum precioſius reddat, iure concludi poteſt, fundum nihil commune habere cum ſuperficie, & ſuperædificato, quo ad effectum, de quo quaritur. Etenim materia in ſe vti rudera conſideranda nihil plus valet in ſeipſa in vno, quàm in alio loco, niſi reſpectu difficultatis vecturæ, & operationis, & econuerſo fundi precium non augetur ex inſigni ſuperædificato, materiaque ſuperpoſita, vnde rectius dicendum eſt domum plus æſtimandam eſſe in vno, quàm in alio loco, ratione ſitus maiori populi frequentiæ propinquioris, vel diſtantioris, nam in foro, & publicis locis, & eis vicinioribus plus valet, quàm alibi, & plus in ciuitate, quàm ruri, ſic itaque habita ratione diſtinctionis locorum fundus ipſe æſtimandus eſt, ſuperædificatum vero ſecundum materiæ valorem, & ſuperædificati induſtriam, & aptitudinem, & operariorum mercedem, ſicque his ſimul iunctis, clare patebit iuſta æſtimatio.

Emphiteota poteſt ius ſuum vendere, vel non, ſecundum tenorem pactorum, ceſſante autem pacto dominus eſt requirendus, an velit emere pro tali precio, quo ab alio inuenitur, & expectandus eſt per duos menſes, & ſi non vult emere, ſed conſentire, debet pro conſenſu noui emphiteotæ habere quinquageſimam, & ſi non vult emere, nec conſentire, licitum eſt emphiteotę, poſt duos menſes iura ſua, vendere perſonæ non prohibitæ. Et ſi aliter, vel alij vendat, quàm liceat, iura ſua perdit. l. fina. cum dubitabamus. C. de iure emphit. §. eodem. At per ſtatutum vndecimum, libri tertij. Plac. ſolui debere ſtatuitur quadrageſimam, precij veri, vel ficti, hoc eſt denarios ſex pro ſingula libra, & dominus expectatur per quindecim dies. His tamen non obſtantibus Hoſtienſis concludit de conſuetudine ſolui debere trigeſimam. Placentiæ vero, & maiori parte eius agri, de conſuetudine, vel abuſu, ſoluitur vigeſima, hoc eſt ſolidus vnus pro ſingula libra precij, &

in ali-

in aliquibus locis decima, & ad talem ſolutionem tenetur, qui emit, non qui vendit.glo.in d.l fi.in verbo auaritiæ,& in verbo recipere. Hę conſuetudines, ſi modo legitimæ ſunt, vt credi poteſt, propter diuturnam obſeruantiam, & ſcientiam ſuperiorum, attendi debēt, prout vigent in locis particularibus.l.minime.ff.de legibus, et nimirum ſi variæ ſunt, quia quælibet prouincia abundat ſenſu ſuo, vt ſæpe Bal.dixit, & cęteri ſequuti ſunt. Sin minus, tamquam abuſus reyciendæ. Eſt enim conſuetudo, ſecundum Alber.de Roſ. in ſuo dictionario, vſus rationabilis, competenti tēpore firmatus, nullo vſu cōtrario interruptus, vſuque communi viventium comprobatus. Quod enim cōtra rationem iuris receptum eſt non eſt producendum ad conſequentias.

Qui impleto tempore conductionis, remāſit in locatione, nō ſolum reconduxiſſe videbitur, ſed etiā pignora videntur durare obligata, ſed hoc ita verum eſt, ſi non alius pro eo, in priore cōductione res obligauerat, huius enim nouus conſenſus erit neceſſarius. Quòd autem diximus de taciturnitate vtriuſque partis, colonum recōduxiſſe videri, ita accipiendum eſt, vt in ipſo anno, quo tacuerunt, videantur eandem locationem renouaſſe non etiam in ſequentibus annis, & ſi luſtrum ab initio fuerat conductioni præſtitutum. Sed & ſi ſecundo quoque anno poſt finitum luſtrum, nihil fuerit contrarium actum, eandem videri locationem in illo anno permanſiſſe, hoc enim ipſo quo tacuerunt, conſenſiſſe videntur. Et hoc deinceps in vno quoque anno obſeruandū eſt. In vrbanis autem prædijs alio iure vtimur, vt prout quiſque habitauerit, ita & obligetur, niſi in ſcriptis certum tēpus conductione comprehenſum eſt. l.ead ff. lo.& cond.

Si vno anno remiſſionem, quis colono dederit ob ſterilitatē, deinde ſequentibus annis cōtingat vbertas, nihil obeſſe domino remiſſionem, ſed integram penſionem, etiam eius anni, quo remiſſerit exigendam. l. ead. C.locati & conduc. & Paulo infra.

Quòd tamen ſi nouiſſimus erat annus ſterilis, in quo ei remiſſit, verius dicetur, & ſi ſuperiores vberes fuerunt, & ſcit locator, non debere eum ad computationem vocari.

Item remiſſio congrua debet fieri propter ſterilitatē, niſi aliud fuerit conuentum, vel niſi tanta fuerit vbertas aliorum annorum, quòd poſſit condigne compenſari cum ſterilitate.l.licet.C.lo.& conduc.

Ex quot cauſis fiat remiſſio mercedis, declarat l.ex conducto.§.1. ff.locati.ſcilicet, ſi re conducta frui non liceat, forte quia poſſeſſio, aut totius

totius agri, aut partis, non præſtatur, aut villa non reficitur, vel ſtabulũ, vel vbi greges ſtare oporteat, vel ſi quid in l. cõductionis cõuenit, ſi hoc non præſtatur, item propter oẽm caſum in fundo cõtingentẽ, vel fructibus, antequã ſeparentur a ſolo, ſi dãnum eſt incurabile, vt ius tẽpeſtatis calamitoſæ, & oĩs alia vis, cui reſiſti nõ põt. vt fluminis, graculorum, ſturnorum, incurſus hoſtiũ, labes oẽm fructum auferens, vredo, ſolus feruor inſuetus. Ager terræ motu corruens, vt nuſquam ſit, caſus incendij, ſi prædium coluiſti. Secus in fructibus collectis, vt l. damnum. C. lo. & l. ſi apes. §. 1. ff. de fur. & l. ſi ſeruus. §. locaui. ff. eo. & l. antepen. ff. de rei vend. vbi tex. dicit ꝙ fructus ſit colligentis, eo ipſo, ꝙ eſt ammotus a ſolo, licet nundum præſſus, ideo ſegetis ſectæ, nundum exportatæ, damnum eſt conductoris, fructus vero pendentes non ſunt coloni, ſed locatoris. l. fructus. ff. de rei vendi. ſemen tamen amiſſum omni in caſu cogitur reſtitui.

Si ſocius quædam in ſocietate negligenter egiſſet, in pleriſq; autẽ ſocietatem auxiſſet, non compenſatur compendium cum negligentia. l. & ideo. ff. pro ſocio. In negocijs vero geſtis compenſatur lucrum cum damno. l. duodecima. ff. neg. geſt.

Si inter ſocios non fuerint partes adiectæ, intelligitur facta ſocietas pro partibus æqualibus. Si vero pactum ſit, quod vnus duas, vel tres habeat, alius aũt vnam, valet ſocietas. Si vero pactũ ſit, quod alter lucrum, alter damnũ habeat nõ valere placuit. l. ſi nõ. ff. pro ſocio.

Sciendum ꝙ cõputatio facta a tabularijs vim ſententiæ non habet, quoad condemnationem & abſolutionem, niſi per iudicem confirmetur. l. inſtar. C. de iure fiſci. Et qñ relator excedit fines mandati, eius relatio eſt nulla. ad not. in l. diligenter. ff. mãdati, & inſt. de mandato.

Sciendum tandem quod quædam res in tempore fiunt minores in menſura, vt vinum & frumentum.

Vinum enim decreſcit a tempore vindemiæ, vſque ad æſtatem, ſi ſtatim expreſſum a racemis in vaſa conditum fuerit, ita quod remaneat album in quantitate ſextæ partis.

Vinum vero cum racemis feruens in vaſis, & poſt dies octo a racemis exemptum, hoc eſt vinũ rubeũ non deficiet plus decimaoctaua parte, frumentũ aũt decreſcit ſecundum quoſdam quadrageſima parte.

Fundo vendito, vel legato, ſterquiliniũ & ſtramenta emptoris, vel legatarij ſunt, ligna autem venditoris, vel hæredis, quia non ſunt fundi, niſi ſterquilinium ſit comparatum cauſa vendendi, quo caſu ad

vendito-

venditorem pertinet, nec intereſt in ſtabulo iaceat, an aceruus ſit. l. fundi. ff. de act. empt. & vend.

Pali qui vineæ cauſa parati ſunt, antequam collocentur fundi non ſunt, ſed qui exempti ſunt, hac mente ut collocentur, fundi ſunt. eo. tit.

Tegulę quę nondum ędificijs impoſitę ſunt, quamuis tegendi gratia allatæ ſint, ædium non ſunt, quæ uero ædibus detractę ſunt, ut reponerentur, ædibus accedunt. l. granaria. cod. tit.

POST *tractatum de ratione Calculorum, ſequitur, ut de numero & formulis Librorum, huic arti neceſſariorum aliquid dicamus. Ratiocinatoribus tres libri ſunt neceſſarij. Repertorium. Diurnum, & Liber Tabularum accepti, & expenſi.*

Repertoriũ eſt in quo deſcribunt̃ cuncta, quæ poſſident̃, ut nũmi, merces, ſuppellectilia domus, ędes, agri, et ſimilia, et hoc in abſcõdito tenet̃.

Diurnũ eſt in quo acta dierũ obiter, & diffuſe deſcribũtur, ut uenditiones, emptiones, mutua, locationes, data, accepta, & alia ſimilia.

Liber tabularum eſt in quo ea, quæ in diurno ſcripta ſunt reſcribuntur compendioſe, habet hic indicem alphabetico diſcrimine exaratum, quo facilius acta poſſint inueniri.

Vtilitas diurni eſt ordinatim confuſa oſtendere.

Libri autem tabularum diſperſa cuiuſque debitoris, & creditoris nomina in unum redigere.

Indicis aũt nomina eadẽ facile inuenire, ſunt aũt cõmunia utrique, ut in ſingulis actionibus pręponatur tẽpus, pactũ, nomen eius cũ quo egiſti. quantitas, uel genus rei uenditę, uel emptę: ſed breuius in tabularum libro, & ut alter ad alterum ſe referat. conſtituendo ſemper a ſiniſtra libri tabularum debitum, a dextra creditum.

Memineris ea quę ex diurno ad librũ tabularum transferuntur, ſignare cum linea in margine, & cum numero foliorum ad quæ ſunt tranſlata, ut tranſlata intelligantur, & ad quod folium.

Cum uero ſingula folia impleueris, memineris utrinque tam debitum quàm creditum in fine, utriuſque folij aggregare, & aggregata ad folium proxime uacuum transferre, faciendo utrinq; memoriam foliorum ad quæ ſunt tranſlata, & a quibus ſunt detracta intelligendo pro uno folio libri tabularum facies duas ſcilicet debiti & crediti.

Quòd ſi error interceſſerit credito oppoſitũ debitum aſcribatur, debito creditum, pro eadem ſumma, & die, recenſendo erroris memoriã.

Forma

$\frac{1}{2}$ 1563 *Die* 27 Maij, *accepi ab* Horatio Bur. *debitore, vt in repertorio grani ſext.* 50.

$\frac{1}{2}$ *Die* 28 *Maij, ab eodem l.* 18.

$\frac{1}{2}$ Die 29 *Maij, vendidi precio l.* 225 *grani ſext.* 45.

$\frac{1}{6}$ *Die* 30 Maij, *accepi a* Georgio Fran. *pro reſto ficti* 1562 *grani ſext.* 38.

$\frac{1}{2}$ *Item pro ficto* 1563 *grani ſext.* 118.

$\frac{1}{2}$ *Die* 1 *Iulij, a Ioanne Arnol. pro ficto* 1563 *grani ſext.* 50.

$\frac{1}{3}$ *Item capones num.* 12.

$\frac{2}{}$ *Die* 2 *Iulij, expendidi in panno ſerico br.* 40. *l.*400.

$\frac{1}{3}$ *Die* 4 *Iulij, accepi a* Ioanne de Carlis, *pro ficto* 1563 *Paleę currum* 1.

$\frac{2}{}$ *Die* 8 Iulij, *miſſi* Placem *per moretū ad franciotū aureos* 100.

$\frac{2}{}$ *Item dedi francioto aureos* 100. Hic *contingit dubitari, an ſint duo nomina, vel vnum ſolum nomen, hoc eſt an franciotus acceperit aureos* 200. *vel* 100. *Pro intelligentia dico, quòd diuerſitas nominum inducit diuerſitatem actuum, nam aliud eſt dediſſe, aliud miſiſſe, igitur aurei* 200.

$\frac{2}{1}$:$\frac{2}{2}$ *Die* 9 *Iulij, accepi ab Auguſtino Menabio, pro precio ſext* 100. *grani, pro ficto* 1563 *l.* 500.

Hoc nomen ſecundum aliquos eſt transferendum ad quatuor loca libri tabularum, primo ad creditum Auguſtini, ſecundo ad debitum granarij, tamquam frumentum acceptum, vt de integra grani acceptione appareat, tertio ad creditum granarij, tamquam granum venditum, quarto ad debitum Marſupij, tamquam precium ex grano vendito acceptum.

$\frac{1}{3}$ Die 12 *Iulij, accepi a Paulo Corneto, pro ficto* 1563 Vini *ſext.* 20.

$\frac{1}{3}$ *Item Capones nu.* 8.

$\frac{2}{2}$ Die 20 *Iulij, vendidi precio l.* 770. *grani ſext.* 154.

$\frac{2}{3}$ *Die* 21 Iulij, *vendidi Capones* 20 *precio l.* 20.

$\frac{2}{3}$ Die 22 *Iulij, vendidi palea currum* 1. *precio l.* 6.

$\frac{2}{3}$ Die 24 Iulij, *vendidi precio l.* 120 *vini ſext.* 20.

Z *Forma*

Horatius Bur. debet vt in repertorio f. 1 grani	ſext.	50
Item in denarijs.	l.	18
Georgius Fran. debet pro reſto ficti 1562 grani	ſext.	38
Item pro ficto 1563 grani.	ſext.	118
Ioannes Arnol. debet pro ficto 1563 grani	ſext.	50
Item Capones	num.	12
Ioannes de Carlis, debet pro ficto 1563 paleæ Currum.		1
Auguſtinus Menabius, debet pro ficto 1563 grani	ſext.	100
Paulus Cornetus, debet pro ficto 1563 Vini.	ſext.	20
tem Capones	num.	8

1563 *die 27 Maij accepi ab Horatio Bur. Diurno f. 1 granario f. 2 grani* ſext. 50
Item in pecunia Diur. f. 1 Marſupio f. 2 l. 18

1563 *die 30 Maij accepi a Georgio Fran. Diur. f. 1 granario f. 2 grani* ſext. 156

1563 *die 1 Iulij accepi a Ioanne Arnol. Diur. f. 1 gran. f. 2 grani* ſext. 50
Item Capones Diur. f. 1 gallinario f. 3 num. 12

1563 *die 4 Iulij accepi a Ioanne de Carlis Diur. f. 1. Caſſinæ f. 3 paleæ* Currum 1

1563 *die 9 Iulij, accepi ab Auguſtino Menabio Diur. f. 1. gran. f. 2 grani* ſext. 100

1563 *die 12 Iulij, accepi a Paulo Corneto. Diur. f. 1 Cellariæ f. 3 Vini* ſext. 20
Item Capones Diur. f. 1 gallinario f. 3 num. 8

Granarium debet pro grano accepto ab Horatio Bur. f. 1 Diur. f. 1 die 27 Maij 1563 grani.	*ſext.*	50
Die 30 Maij, a Georgio Fran. f. 1 Diur. f. 1 grani	*ſext.*	156
Die 9 Iulij, ab Auguſtino Menabio f. 1 Diur. f. 1 grani.	*ſext.*	100
ſumma	*ſext.*	306

Marſupium debet die 28 Maij 1563 pro tot acceptis ab Horatio Bur. f. 1 Diur. f. 1	*l.*	18
Die 29 Maij, pro precio grani ſext. 45 Diur. f. 1 gran. f. 2	*l.*	225
Die 9 Iulij, pro precio grani ſext. 100 Diur. f. 1 gran. f. 2	*l.*	500
Die 20 Iulij, pro precio grani ſext. 154 Diur. f. 1 gran. f. 2	*l.*	770
Die 21 Iulij, pro precio Caponum 20 Diur. f. 1 gallinario f. 3	*l.*	20
Die 22 Iulij, pro precio Currus 1. paleæ Diur. f. 1 Caſſina f. 3.	*l.*	6
Die 24 Iulij, pro precio vini ſext. 20. Diur. f. 1 Cellaria f. 3.	*l.*	120
ſumma	*l.*	1659

1563 Die 29 Maij, vendidi precio l. 225 Marſupio f. 2 Diur. f. 1 grani	ſext.	45
Die 9 Iulij, vendidi precio l. 500 Marſ. f. 2 Diur. f. 1 grani	ſext.	100
Die 20 Iulij, vendidi precio l. 770. Marſ. f. 2 Diur. f. 1. grani	ſext.	154
Item pro decreſcentia.	ſext	7
ſumma	ſext.	306

1563 Die 2 Iulij, expendidi in panno ſerico br. 40. Diur. f. 1	l. 400
Die 8 Iulij, miſſi Placen. Francioto Diur. f. 1	l. 600
Item dedi Francioto Diur. f. 1.	l. 600
Item pro mercede negociatoris.	l. 59
ſumma	l. 1659

Gallinarium debet die 1 Iulij 1563 pro tot acceptis a Ioanne
Arnol. f. 1 Diur. f. 1 Capones num. 12
Die 12 Iulij a Paulo Corneto f. 1 Diur. f. 1 num. 8
ſumma num. 20

Caſſina debet die 4 Iulij 1563 pro palea accepta a Ioanne
de Carlis f. 1 Diur. f. 1 palea Currum 1

Cellaria debet die 12 Iulij 1563 pro vino accepto a Paulo
Corneto f. 1 Diur. f. 1 Vini ſext. 20

1563 *die* 21 *Iulij, vendidi precio* l. 20. *Marſ.* f. 2 *Diur.* f. 1 *Capones.* *num.* 20

1563 *die Iulij, vendidi precio* l. 6 *Marſ.* f. 2 *Diur.* f. 1 *Paleæ* *Currum* 1

1563 *die* 24 *Iulij, vendidi precio* l. 120 *Marſ.* f. 2 *Diur.* f. 1 *Vini* *ſext.* 20

Rerum diuerſitas adhunc modũ regulãdi librum tabularũ,accepti, & expẽſi neceſſario nos cogit,res enim granarij,Cellarię, Caſſinę galli narijq;,oẽs inter ſe ſunt diuerſę,et ex hoc diſtincte tractãdę, & tãdẽ ad vnum Marſupium medio precij,omnes reducendæ.Vnde neceſſario cõputatione,& ęſtimatione ſimul vtimur,vt ad vnam mẽſuram omnia reducantur,ita docente Ariſtotele in 5. Eticorum c. 8. his verbis.

Neq; ſine permutatione ſocietas eſſet,neq; permutatio,ſine adęquatione,neq; adęquatio ſine mẽſura,reigĩt vera impoſſibile eſt adeo inter ſe diuerſa conuenire .Verũ pro indigentia vnũ quiddã eſſe conuenit,& hoc ex inſtituto,itaq; nũmus vocatur, hoc enim oĩbus mẽſurã adhibet. Nam oĩa metitur nummus,quamobrem oportet oĩbus rebus precium eſſe. Quem ſequitur iureconſultus in l.1.ff.de contr.empt.his verbis. Origo emendi,vendendiq; a permutationibus cœpit,olim enim non ita erat nũmus,neq; aliud merx,aliud preciũ vocabatur,ſed vnuſquiſq; ſecundũ neceſſitatẽ tẽporũ,ac rerũ vtilibus inutilia permutabant,qñ plerunq; euenit,vt quod alteri ſupereſt,alteri deſit,ſed qa non ſemper nec facile concurrebat,vt cũ tu haberes,quod ego deſiderarẽ,inuicẽ ego haberẽ,quod tu accipere velles electa materia eſt cuius publica,ac perpetua ęſtimatio difficultatibus ꝑmutationũ ęqualitate quãtitatis ſubueniret,eaq; materia forma publica ꝑcuſſa,vſũ dñiumq; nõ tã ex ſubſtãtia prębet,q̃ ex quãtitate,nec vlla merx vtrũq; eſt,ſed alterũ preciũ vocaſ.

Igitur raciocinator oĩa diuerſa cũ precio metitur,ſecũdũ arithmeticã proportionẽ,iuxta c.6.libri eiuſdẽ,Ariſtotelis,vbi ſic ait. Quod iuſtũ eſt proportionẽ habet,iniuſtũ proportione caret,& c.7.æquũ mediũ eſt inter plus & minus ſecundũ proportionẽ arithmeticã (hoc eſt ſecũdũ æqualitatem,vel exceſſum.) In omnibus enim officinis in quas tam res,quàm pecunias congerimus,eadem habenda eſt ratio,quæ nominum cæterorum. Nomina vero appellari,tam debitores, quàm creditores nullus arbitror ignorat, qui, vel illud meminerit, quod dicere ſolebat fœnerator Alphius in Colu. ſcilicet. Etiam bona nomina non appellando mala fieri. Idem enim eſt ſi in granario modios decem frumenti recondas, ac ſi mihi, vel alij mutues, nempe totidem ab vtroque repreſentandos in rationibus accepti, & expenſi. In rationes referre, quod alicui dederis, dicitur ferre expenſum. Quod vero acceperis, dicitur referre acceptum.

Quoniam ratiocinatori neceſſarium eſt atramentum non ab re rationem illud conficiendi viſum eſt indicare.

Galla

Gallæ confractæ recentis libra vna, lacrimæ arabicæ, florum cum corticibus mali punici, ſingulorum libræ dimidium, octo diebus in libris 26 aquæ pluuiæ macerentur, poſt coquãtur lento igne, donec aquę pars tertia decedat, feruenti, amotoque ab igne addatur calcanti tenuiſſimę triti libra vna miſceanturque omnia, donec frigeſcat, & poſt dies decem linteo denſiore coletur, ac ſeruetur.

In hieme ſi gelaſcit atramentum, fiat ex ardente aqua, aut illa ſuperaddatur, conſtat ardentem aquam non congelari.

Si atramẽtum corpulentius euadat, lixiuium addatur, ſi dilutius & difluat nimis, lacrimæ aliquid.

Tipographorum atramentum conſtat, ex fuligine olei e lini ſemine, & oleo.

Artifices vero in marmore prius inciſis litteris, eas atramento ex fumo olei e lini ſemine, pici nauali commixto colorant.

Ex hac ſcientia prouenit nobis cognitio anni biſextilis, Aurei numeri, Epactæ, & Indictionis, ac coniunctionis Lunæ.

Biſeſtilem annum ſic inueſtigo, diuido annos CHRISTI *per* 4. *ſi nihil ſupereſt, talis annus eſt biſexſtilis.*

Aureum numerum, ſic inueſtigo, addo 1. *annis* CHRISTI, *& aggregatum, diuido per* 19. *ſuperans eſt Aureus numerus, ſi nihil ſuperat eſt* 19.

Epactam, ſic inueſtigo, duco Aureum numerum in 11, *& productum, diuido per* 30, *ſuperans eſt Epacta.*

Indictionem ſic inueſtigo, addo 3 *annis* CHRISTI, *& aggregatum, diuido per* 15, *ſuperans, eſt Indictio, ſi nihil ſuperat eſt* 15.

Scias tamen quòd Epacta, & Aureus numerus initium trahunt a calendis Martij, Indictio vero a die 24 *Septembris præcedentis.*

Ex his carnis priuij, diei Cinerum, ac Paſchatis initiũ et finis docet.

Si duodecima cõiunctio Lunę de menſe Februarij, fuerit die martis, vel alia die, proximus dies martis, ſequẽs, erit carnis priuiũ Romanũ, ſequẽs dies Cinerum, et dies dñicus ſequẽs carnis priuiũ Ambroſianũ.

Deinde poſt ſex hebdomadas Paſcha.

A Paſchate ad Rogationes hebdomadæ 5, *& dies vnus*

Ad Aſcenſionem hebdomadę 5 *& dies* 4.

Ad Pentecoſten hebdomadæ 7.

Ad feſtum Trinitatis hebdomadæ 8.

Ad Corpus CHRISTI *hebdomadæ* 8 *& dies* 4.

A A Domini-

Dñica quarta ante diẽ Natalis, dicit Aduẽtus, vſq; ad diẽ Natalis.
Interuallum dicitur tempus intermedium, inter diem Natalis, & dominicam proxime præcedentem carnis priuium.

Coniunctio, oppoſitio, & quadratura Lunæ, ſic inueſtigatur, ad 'o Epactę numerum calendarum a Martio incipientium, & dies menſis, & totum, auſero a 30, reſiduum eſt numerus dierum Lunæ, a coniunctione, vt in anno 1576. Epacta eſt 29. addo 6, pro calendis a Martio ad Auguſtum, ſit 35. Addo dies 5 Auguſti, ſit 40, auſero 30, reſtat 10, igitur dies 5 Auguſti, eſt dies decima lunę, quo habito habetur, oppoſitio ſeu plenilunium, ac quadrata.

Sunt etiam duodecim ſigna, quæ Sol perambulat in anno, quodlibet cõtinet gradus 30, & ita perambulat Sol per vnũ gradũ ſingula diẽ. Nam die 12 Ianuarij ingreditur Aquarium. Die 12 Februarij Piſces. Die 12 Martij Arietem. Die 12 Aprilis Taurum. Die 12 Maij Gemini. Die 12 Iunij Cancrum Die 12 Iulij Leonem. Die 12 Auguſti Virginem. Die 12 Septembris Libram. Die 12 Octobris Scorpionem. Die 12 Nouembris. Sagittarium. Die 12 Decembris Capricornum.

Præterea, quia quandoque inueſtiganda proponitur littera dominicalis, pro annis, tam præteritis, quàm futuris, viſum eſt tabulam ſequentẽ explicare, incipientẽ ab anno Chriſti nati, & ſequentẽ vſque ad annũ 1793, cuius prima littera eſt B. ad quam reuertimur ſingulis 28 annis, infra annotatis. in qua vnica littera annum cõmunem indicat duplex biſextilem, ſuperior deſeruit vſq; ad Feſtum Sancti Matthiæ, inferior ad reliquam anni partem accomodatur. Anni incipientes ab eadem prima littera B. ſunt ſequentes.

1. 29. 57. 85. 113. 141. 169. 197. 225. 253. 281. 309. 337. 365. 393.
421. 449. 477. 505. 533. 561. 589. 617 645. 673. 701. 729. 757. 785.
813. 841. 869. 897. 925. 953. 981. 1009. 1037. 1065. 1093. 1121. 1149.
1177. 1205. 1233. 1261. 1289. 1317. 1345. 1373. 1401. 1429. 1457.
1485. 1513. 1541. 1569. 1597. 1625. 1653. 1681. 1709. 1737. 1765. 1793.

vlterius progrediendo, vſque in infinitum, addendo ſemper 28.

B A G F D C B A F E D C A G F E C B A G E D C B G F E D
B G B D F A C

Inuenta littera dominicali tabulæ ſequẽtis, & apud eam aureo numero, anni currentis, ad rectam lineam ipſius aurei numeri progrediendo verſus dextram, feſta mobilia in fronte notata reperiuntur. Animaduertendo tamen quòd in anno biſextili, ſi Cinis venerit ante 26. diem Februarij, cadet ſub litteram dominicalem ſuperiorem, quæ ſeruit vſque ad feſtum Sancti Mathiæ, quod eodem anno erit die 25. Si vero poſt, cadet ſub ſecunda inferiori, cum reliquis feſtis ſequentibus.

TABVLA FESTORVM MOBILIVM.

		Cinis	Paſcha	Aſcenſio	Pentecoſtes	Corpus Domini
A	1. 4. 9. 12.	22 Feb.	9 Apr.	18 Mai	28 Mai	8 Iun.
	2. 5. 13. 16.	8 Feb.	26 Mar.	4 Mai	14 Mai	25 Mai
	3. 6. 11. 14. 17.	1 Mar.	16 Apr.	25 Mai	4 Iun.	15 Iun.
	7. 10. 15. 18.	15 Feb.	2 Apr.	11 Mai	21 Mai	1 Iun.
	8. 19.	8 Mar.	23 Apr	1 Iun.	11 Iun.	22 Iun.
B	1. 9. 12. 17.	23 Feb.	10 Apr.	19 Mai	29 Mai	9 Iun.
	2. 5. 13. 16.	9 Feb.	27 Mar	5 Mai	15 Mai	26 Mai
	3. 6. 11. 14.	2 Mar.	17 Apr.	26 Mai	5 Iun.	16 Iun.
	4. 7. 10. 15. 18.	16 Feb.	3 Apr.	12 Mai	22 Mai	2 Iun.
	8. 19.	9 Mar.	24 Apr.	2 Iun.	12 Iun.	23 Iun.
C	1. 6. 9. 12. 17.	24 Feb.	11 Apr.	20 Mai	30 Mai	10 Iun.
	2. 5. 10. 13. 16.	10 Feb.	28 Mar.	6 Mai	16 Mai	27 Mai
	3. 11. 14. 19.	3 Mar.	18 Apr.	27 Mai	6 Iun.	17 Iun.
	4. 7. 15. 18.	17 Feb.	4 Apr.	13 Mai	23 Mai	3 Iun.
	8.	10 Mar.	25 Apr.	3 Iun.	13 Iun.	24 Iun.
D	1. 6. 9. 17.	25 Feb.	12 Apr.	21 Mai	31 Mai	11 Iun.
	2. 5. 10. 13.	11 Feb.	29 Mar.	7 Mai	17 Mai	28 Mai
	3. 8. 11. 14. 19.	4 Mar.	19 Apr.	28 Mai	7 Iun.	18 Iun.
	4. 7. 12. 15. 18.	18 Feb.	5 Apr.	14 Mai	24 Mai	4 Iun.
	16.	4 Feb.	22 Mar.	30 Apr.	10 Mai	21 Mai
E	1. 4. 7. 12. 15.	19 Feb.	6 Apr.	15 Mai	25 Mai	5 Iun.
	2. 10. 13. 18.	12 Feb.	30 Mar.	8 Mai	18 Mai	29 Mai
	3. 8. 11. 19.	5 Mar.	21 Apr.	29 Mai	8 Iun.	19 Iun.
	5. 16.	5 Feb.	23 Mar.	1 Mai	11 Mai	22 Mai
	6. 9. 14. 17.	26 Feb.	13 Apr.	22 Mai	1 Mai	12 Iun.
F	1. 4. 12. 15.	20 Feb.	7 Apr.	16 Mai	26 Mai	6 Iun.
	2. 10. 13. 18.	13 Feb.	31 Mar.	9 Mai	19 Mai	30 Mai
	3. 6. 7. 9. 14. 17.	27 Feb.	14 Apr.	23 Mai	2 Iun.	13 Iun.
	5. 16.	6 Feb.	24 Mar	2 Mai	12 Mai	23 Mai
	8. 11: 19.	6 Mar.	21 Apr.	30 Mai	9 Iun.	20 Iun.
G	1. 4. 9. 12. 15.	21 Feb	8 Apr.	17 Mai	27 Mai	7 Iun.
	2. 7. 10. 18.	14 Feb.	1 Apr.	10 Mai	30 Mai	31 Mai
	3. 6. 14. 17.	28 Feb.	15 Apr.	24 Mai	3 Iun.	14 Iun.
	5. 13. 16.	7 Feb.	25 Mar.	3 Mai	13 Mai	24 Mai
	8. 11. 19.	7 Mar.	22 Apr.	31 Mai	10 Iun.	21 Iun.

pe in cylindris, axibus hypotenuſis, [redacted]*. Item vtimur ſuperficiebus planis, & erectis, triangulis, quadrangulis, quadratis, parallelogrammis, polygonijs, circulis, ſemicirculis, arcubus angulis rectis, obtuſis, & acutis. Qui hæc non intelligit difficile emergit, quantumlibet ſit ingenioſus & ad diſciplinam capeſcendam docilis.*

Lineam diffiniunt eſſe longitudinem ſine latitudine, ſeu fluxum puncti in longum, & ſicut punctus eſt res indiuiſibilis, quia nullas habet partes, ita linea nullam habet latitudinem, & ſunt lineæ termini, ſeu extremitates duo puncta. Et eſt duplex linea recta & curua, recta eſt a puncto ad punctum breuiſſima extenſio, in extremitates ſuas ea puncta recipiens, curua vero, quæ non recte ad eadem duo extrema puncta trahitur, ſed deuiat in alterum latus, atque ob id neceſſario longiorem habet extenſionem.

Linearum rectarum ſpecies ſunt Diameter, Diagonalis, chorda, ſemidiameter, coſta, baſis, perpendicularis, chatetus, hypotenuſa, parallelæ, contingens, viſualis.

Diameter eſt linea diuidens figuram in duo æqualia, cuius extremitatibus puncta ſua applicat. In ſphæra axis appellatur, & in poligonijs, hoc eſt plurium laterum, ſeu angulorum, circulo inſcriptibilibus. Diagonalis. *Et eſt linea ab angulo ad angulum oppoſitum producta.*

Chorda eſt linea circulum in duo æqualia diuidens.

Semidiameter eſt linea ſemicirculum in æqua diuidens.

Coſta eſt latus quadrati. Baſis eſt linea figuræ planæ, quæ tota iacet in fundamento, ſiue plano. Linea huic æqualiter ſuprapoſita, gradus 90 habens in circulo perpendicularis dicitur, & rectos, & æquales ſemper conſtituit angulos.

Cathetus eſt linea in figura plana perpendiculariter eleuata ad gradus 90.

Linea autem non perpendiculariter eleuata, hypotenuſa, ſiue linea obliqua appellatur.

Lineæ vbique æqualiter diſtantes, parallelæ nominantur.

Linea contingentiæ dicitur, quæ circulum tangit in puncto.

Linea viſualis eſt fere hypotenuſa, ipſa, quæ ab oculo in rem altam, aut longe ab oculo in plano conſtitutam emittitur, quam quidam radium viſualem appellant, præſertim, ſi per nudam lineam feratur ad conum aliquem, & rem exiguam, qualem per duo pinnularum

larum foramina apprehendere poſſumus, ſpecies lineæ curuæ ſunt circunferens, flexuoſa, & ſpiralis.

Linea circunferens eſt circulus, ſemicirculus, & arcus circuli.

Linea flexuoſa, ſeu laciniosa eſt, quæ in ſuis partibus inæqualiter a medio eleuatur, vt veſtimentorum partes extremæ, & fluuiorum ripæ.

Spiralis eſt linea, quæ circunducitur, ſed nunquam reddit in eundem punctum, imo vt ſerpens ſe girat in ſpiram circa columnam, & cochleas prælorum, hæc a fabris lignarijs duriori trunco inciſa, matricique conformi implicata, immenſam habet vim torquendi, & maxima pondera in ſublime ſubleuandi.

Superficies eſt longitudo, & latitudo ſine profunditate, vnde extrema eius ſunt lineæ, quæ ſi rectę fuerint, frontes, latitudines, longitudinesque a iureconſultis appellantur in titulo de aqui.re.do. Et generatur ſuperficies ex fluxu, ſeu dilatatione lineæ. Nam linea in lineam producit ſuperficiem.

Eſt autem duplex ſuperficies recta, & curua. Recta ſiue plana eſt quæ in ſuis lineis æqualiter continetur, vt ſunt figuræ quadrangulares, in plano ſitæ. Curua autem, quæ in ſuis lineis non æqualiter continetur, vt ſunt fornices, & arcus in ædificijs, & montes, & colles. Hæc autem ſuperficies ſi terminauerit corpus in exteriori parte, dicitur conuexa, ſi in interiori finierit, concaua appellatur.

Item ſuperficies continetur quædam vnica linea, quædam pluribus, vnica linea continetur circulus pluribus triangulus, quadrangulus, multigonius, vt eſt pentagonus, hexagonus, heptagonus, ac deinceps.

Circulus eſt figura plana, vnica linea contenta, in cuius medio punctus eſt, qui centrum circuli appellatur, a quo omnes lineæ rectę ad circunferentiam ductæ ſunt æquales. Circulorum quidam ſunt concentrici, qui vnum habet centrum.

Alij ecentrici, qui diuerſa habent centra. Arcus eſt pars circunferentiæ circuli.

Linea vero recta arcui conterminalis chorda ſua appellari ſolet.

Portiones, ſeu ſectiones circuli ſunt maior, et minor ſuperficies circuli, per chordam diſtinctæ. Semicirculus eſt ſuperficies plana, dametro, & medietate circunferentiæ contenta. Quadrans eſt quarta pars circuli, duabus ſemidiametris incluſa. Pars circuli, quæ ſub duabus a

bus a centro ductis lineis, & arcu circunferentiæ continetur ſector, ſiue ſegmentum circuli dicitur.

Triangulus eſt ſuperficies plana, quam tres claudunt lineæ, id quod varijs fieri poteſt modis. Nam ſi tres lineæ fuerint æquales, conſtituunt triangulum iſopleurum; ideſt æquilaterum, ſeu oxigonium, hoc eſt acutos habentem angulos.

Si duæ lineæ tantum æquales fuerint, cum tertia inæquali, illum triangulum iſoſcelem vocamus, ideſt æquicrurium, ſeu, qui habet duo æqualia crura.

Quòd ſi omnes fuerint tres lineæ inæquales, hunc vocamus varium, & græce ſcalenum, ideſt in omnibus lineis diſparem. Angulum planum vocamus duarum linearum alternum contactum, quarum extremitates in triangulo, & alijs figuris plurilateris, ſunt angulorum puncta. Nec poſſunt trianguli ſecundum lineas amplius multiplicari, ſecundum vero angulos, alia, & alia ſortiuntur nomina. Nam triangulus habens rectum angulum orthogonius, ſeu rectangulus vocatur, & habet præciſe gradus 90. in circulo.

Qui vero plures comprehendit gradus, vocatur ampligonius, quaſi amplus angulus, ſeu obtuſus, quem Græci ambligonium vocant. Qui pauciores in circulo, quam gradis 90. complectitur, oxigonius appellatur, ideſt acutus angulus. Vnde quando duo anguli in ſemicirculo a recto angulo deflectunt, neceſſario vnus fit ampligonius, & alter oxigonius, atque quot gradus vni accedũt, tot alteri ſubtrahuntur.

Quadrangularis vero figura eſt, quæ ſub quatuor rectis lineis, & totidem angulis comprehenditur, quæ ſi quatuor inuicem æqualibus lineis ad rectos angulos terminetur, quadratum proprie dicitur, ſi autem rectangula, ſed non æquilatera ſit figura, ideſt oppoſita habeat æqualia latera, quadratum altera parte longius appellatur. Et ſi econtrario figura æquilatera fuerit, ſed inæquales (demptis oppoſitis) habuerit angulos, Rhombus nominatur.

Cum vero neque æquilaterum, neque æqualium inuicem angulorum fuerit quadrangulum, ſed bina tantummodo latera, & angulos ex aduerſo conſtitutos habuerit æquales. Rhomboides appellatur. Figura vero quæ æque diſtantibus lineis continetur, vocatur parallelogrammum. Cæteræ vero figuræ quadrilateræ, quæ neque æquilateræ, neque æqualium ſint quouiſmodo angulorum, trapezia, dici conſueuerunt;

Quoniam

Quoniam autem menſurationis materia varijs & diuerſis termi-norum ſignis clauditur, ſine quorum cognitione, ad veræ quantitatis inueſtigationem deueniri non poteſt, propterea de terminis ipſis ali-quid tractare vtile fore cenſuimus. Nam quandoque terminus hu-iuſmodi ſignatur inter particulares vicinos cum lapidibus prominen-tibus, vt docet libellus variorum auctorum his verbis. Terminum ſingulum in quadrifinio inuenies, quatuor lapides in quadrifinio poſiti ſunt, & termini factura tornatiles, hoc eſt rotundi, ſubtiliſſimi in quadrifinio inuenies. Ex quo patet, quòd in trifinio tres lapidei te-ſtes terminum præcedunt. Et in bifinio duo. Animaduertendo, quòd ſi inter duos vicinos plures termini ſint poſiti, a termino ad termi-num intelligitur facta diuiſio cum linea recta, ita tenet Laur. Calca-*neus. conſi.90. nu.8. quem refert* Hiero. de Montebriſciano *in tract. fi. reg. num. 26.*

Quandoque ſuperficies cuius quantitas inueſtiganda proponitur terminatur a flumine, vel pernauigabili, vel non pernauigabili, flu-minis non nauigabilis ripa nuda terminat ſuperficiem inter priuatos menſurandam. Fluminis vero nauigabilis via publica, quæ vtrin-que fieri non poteſt minor, aut difficilior, quam vt commode poſſit trahi nauis cum funibus. l. 1. §. ſi pedeſtre iter. ff. de flu. & ibi glo. Et in ſimili, cum iuriſdictio data eſt, ea quoque conceſſa videntur, ſine quibus iuriſdictio explicari non potuit. l. 2. ff. de iur. om. iud. Huic *viæ latitudinem brachiorum duodecim* Placentini *menſores fa-ciunt, niſi* Pado, *& ſimilibus, quæ viam requirunt latitudinis bra-chiorum 24, propter maiorem populi frequentiam.*

Quandoque terminatur a via publica, vbi viæ latitudo finem re-cipit veluti in locis planis prope foſſarum vtrinque labra.

Vias publicas a priuatis diſtinguit. l. 2. §. viarum. ff. ne quòd in loco publico, cuius verba ſunt hæc.

Viarum quędam, publicę ſunt, quædam priuatæ, quædam vici-nales. Publicas *vias dicimus quas* Græci βασιλικὰς, *noſtri præ-torias, alij conſulares appellant.* Priuatæ *viæ ſunt, quas agrarias quidam dicunt, Vicinales ſunt quæ in vicis ſunt, vel ad vicos ducunt, has quoque publicas quidam dicunt, quod ita verum eſt, ſi non ex collatione priuatorum, hoc iter conſtitutum ſit. Aliter atque ſi ex collatione priuatorum reficiatur. Nam ſi ex collatione priuatorum reficiatur, non vtique priuata eſt, refectio enim de communi fit, qu a*

vſum,

vſum, vtilitatémque communem habet. Priuata via dupliciter accipi poſſunt, vel ea, quę ſunt in agris, quibus impoſita eſt ſeruitus, vt ad agrum alterius ducant, vel ea, quę ad agros ducunt, per quas omnibus commeare liceat, in quas exitur de via conſulari, & ſic poſt illam excipit via, vel iter, vel actus, ad villam ducens. Has ergo, quę poſt conſularem accipiunt in villas, vel alias colonias ducentes, putem etiam ipſas publicas eſſe.

Hę vltimę vię priuatę dicuntur quando extat memoria, quòd ſint factę ex collatione priuatorum, vt in l. ſeq. talem memoriam extare quadrifariam cognoſcimus. primo, ex ſcripturis publicis, vtpote quando in eis fit mentio viam factam ex collatione priuatorum, ſecundo, ex memoria circuncolentium, tertio, ex poſitione lapideorum terminorũ, vel arborum, vtpote quando prædia ab vna parte viã ſe protendunt ad terminos, vel arbores ab altera. Nam cum dominus prædij, plantauit vltra viam ſupponitur poſſeſſor, & dominus vię, niſi forte conſuetudo aliud dictaret, quarto, quando vicini ſingulo anno viam vtrinque alternant, ſecundum frumenti ſationem, ſi enim via eſſet publica, non liceret priuatis eam immutare, nec in ea aliquid noui facere, vt habetur. ff. ne. quid in lo. pub. & ff. de via pub. per totum.

Vicinales vię, quę ex agris priuatorum collatis factę ſunt, quarum initij memoria non extat, publicarum viarum numero ſunt, ſed inter eas, & cęteras vias militares, hoc intereſt, quòd vię militares exitum ad mare, aut in vrbes, aut in flumina publica, aut in aliam viam militarem habent. Harum vicinalium diſſimilis eſt conſuetudo. Nam pars earum in militares vias exitum habent, pars ſine vllo exitu intermoriuntur. l. fi. ff. de lo. & iti. pub.

Quandoque a litore maris, quatenus hybernus fluctus maximus excurrit.

Quandoque terminatur a foſſis priuatis inter conuicinos, ſed quia etiam de foſſis oritur ſæpe controuerſia, cum varias recipiant limitationes, ex quo menſoris exigitur interuentus, propterea ſciendum eſt, quòd foſſę ipſe arbores ab vtraque parte plantatas habentes, ſupponuntur inter conuicinos communes, ar. l. pro regione. de acq. re. do. ſi vero ab vna parte ſint arbores plantatę, & ab alia nullę arbores, vel natæ, foſſa iudicatur illius, qui arbores plantatas poſſidet, cum arbores natę nullum ius vltra ſe acquirant. l. pen. ff. pro

ſocio, & arbores plantatę debitum ſpatium reliquiſſe cenſeantur, cum omnis actus in dubio, ſupponatur conformis iuri ſuperinde diſponenti. l. ſi duo de acq. hęr.

Nam prope vicinum plantare nullo ſpatio dimiſſo fas non eſt. l. pen. ff. fi. reg. §.

Si quis ſępem ad alienum prędium fixerit, infoderitque, terminum ne excedito, ſi maceriam pedem relinquito, ſi vero domum, duos pedes, ſi ſepulcrum, aut ſcrobem foderit, quantum profunditatis habuerint, tantundem ſpatij relinquito, (ſupple in ima profunditate, hypotenuſaliter excauando,) ſi autem puteum, paſſum. At vero oleam, aut ficum, ab alieno ad nouem pedes plantato. cęteras arbores ad quinque pedes.

Animaduertendo, quòd ſpatium, quod propę vicinium, ſcrobem, vel foueam excauando paulatim relinquitur; eſt id quod vulgo pes aliprandus vocatur, hactenus a paucis agnitus. Similis pedi ageris, cui quantum in altitudinem attollitur, tantumdem ſuper planum terrę longitudinis pedis vtrinque conſtruitur, illum non orthogonaliter, ſed hypotenuſaliter attollendo, ſecundum gradum 45 in circulo, ita foſſa non orthogonaliter, ſed hypothenuſaliter excauatur, ſecundum eundem gradum 45, vnde pes huiuſmodi potius lippus, quam aliprandus, eſt dicendus, hoc eſt truncus, vel mutilus.

Si vero foſſę labra ſint nuda, & vtrinque ager ſit ęqualis, foſſa iudicatur communis; ſi vero ager ſit altior ab vna parte, quàm ab altera, qui altius labrum poſſidet, pręſumitur feciſſe foſſam, niſi ager ſit naturalis.

Cum igitur arbor mala nullum ius vltra ſe vt prius acquirat, ſequitur quod ſi nata ſit in medio, dicitur communis pro diuiſo, ſecundum regionem cuiuſque fundi, & dicitur diuiſa iuris intellectu, ar. l. arbor. ff. com. di. & l. pro regione. ff. de acq. re. do. & l. 1. ff. pro ſocio. vbi habetur quod arbor excisa vento, vel ferro, quę erat in confinio, debet diuidi, ita ut quiſque habeat partem, quam prius habebat, ita tenet Hiero. de Monte Briſiano, *in tract. fi. reg. cap. 25. nu. 4. tamen qui poſſidet meliorem habet conditionem.*

Cum arbor tua pendet ſupra domum vicini, teneris eam ſuccidere a ſtipite. l. 1. §. 1. ff. de arb. cæd.

Quando vero pendet ſupra agrum, teneris eam cohercere, & incidere quindecim pedibus a terra, d. l. 1. §. deinde ait prętor,

Animaduertat inſuper menſor metiens fondum venditum cum iure aquæ, quòd via per quam aqua ducitur ad fundum non menſuratur, quia cedit aquæ. l. quæ fundum. §. in lege. ff. de contr. empt. Et quòd licet illi per quorum prædia aquæductus, commeat dextra, leuaque quindecim pedibus intermiſſis arbores habere debeant. l. 1. C. de aquæductu. lib. xj. §. præterea tamen de conſuetudine in agro Placentino, vicini arbores plantant prope aquęductum vbi ripa a plano incipit vergere, vnde menſor hac attenta poſſeſſione metitur quantum capiunt arbores, quando prædij dominus non habet ius in aquęductu, ſecus quando ius aliquod in eo habet, tam ratione quindenæ, quàm reliquæ aquæ, quo caſu metitur aquæductum cum fundo, ſi aquæductus per medium fundum decurrit, vel vſque ad medium ſi fundo coheret, hac ratione quia, qui ius habet in aquæductu, fundum non vendidiſſe præſumitur, cum per ſtatutum quinquageſimumnonum libri quinti, Placentiæ ille per cuius prædium ducitur aqua habeat electionem habendi, vel precium viæ, vel quindenam. Et domino aquæductus incumbit onus probandi viam acquiſiuiſſe, ita cogente ſtatuto 57. lib. 5.

Menſores vero Mediolanenſis Imperij dimittunt brachium vnum, quod pedem nominant a pendentia ripæ. Et vias etiam priuatas, tam agrarias quàm vicinales a menſuratione excludunt.

Sciat etiam menſor, quòd licet non poſſit metiri, niſi partibus præſentibus, vel citatis pro certis die & hora, tamen facta legitime menſura poteſt referre abſentibus partibus, ita tenet Neuizanus conſi. 38. nume. 9.

Et quòd eius merces debet ei ſolui per vtranq; partem, etiam, quòd ſit conductus ab vna parte, altera contradicente. Salice. in l. ſi quis. C. fi. reg. Felin. in c. iudicante num. 3. de preſcrip. per l. 3. §. fi. ff. ſi men. fal. mo. dix.

Et ſi vna pars dixerit ſe deceptam, debet iterum menſurari Bald. in l. 1. ff. ſi men. fal. mo. dix. & Iaſ. in §. quædam actiones. nu. 82.

Et quòd licet tam menſor, quàm tabularius ciuiliter non ſit obligatus, tamen contra eum datur actio, de dolo malo, ſi machinarius fefellerit, & etiam de lata culpa, quæ dolo comparatur, cuius finis eſt non intelligere, quod omnes intelligunt, ſi vero imperite, vel negligenter verſatus eſt, ſecurus erit, quia ſibi imputare debet, qui eum adhibuit. l. 1. §. hac actio. & l. fi. ff. ſi men. fal. mod. dix.



Quoniam ante congreſſum arma ſunt præparanda, & hucuſque menſor armis ad omnem loci oportunitatem idoneis caruit, vtpote qui in locis tantum planis inſtrumento gnomonis vti poterat, viſum eſt mihi ea arma præparare, quæ tam in montibus & vallibus, quàm in planis vſui noſtro ſufficiant ſub forma per me viccecomitem anno a partu virginis ſeptuageſimo, ſupra milleſimum quingenteſimum inuenta ibi in margine delineata, cuius compoſitio in hunc qui ſequitur modum venit abſoluenda.

Præparentur in primis duæ laminæ orcalchi, vel alterius ſimilis materiæ inuicem tamen æquales, niſi quòd vna ſit altera tanto breuior, quanta eſt earum latitudo bis, vt apparet in figura, longioris longitudo ſit palmorum trium, vel vnciarum quinque arbitrio fabricantis, earum latitudo ſit digiti, quatuor in gis fiſſuræ fiant, per quas introſpicere poſſit menſor, longior in medio foramen habeat in formam matricis cochleæ intus inciſum, deinde lamina longior in formam circuli curuetur, ita quòd eius extrema iungantur, & per artificem argento conſolidentur, altera vero breuior in duas æquales partes abſcindatur, vt in figura quæ in formam duorum ſemicirculorum curuentur, & circulo integro a dextra, leuaque applicentur, & cum eo per artificem conſolidentur, ita quòd gnomonis inſtrumentum remaneat quaſi in formam ſphera, cum quatuor ſemicirculis ſimul conſolidatis, & cum quatuor fiſſuris angulos rectos deſignantibus, per quas introſpicere poſſit menſor, & introſpiciendo quaſlibet agrorum ſuperficies quadrare, tam in montibus, & vallibus altiſſimis, quàm in plano, huic gnomoni pedem ſic applicabis, capias quadrilaterum baculum, vel vtcunque rectiſſimum longitudinis paſſus, & ab inferiori capite adde fer eam cuſpidem, vt poſſit quouis in loco plantari, in ſuperiori vero capite adde clauum fereum prominentem, cuius pars prominens ſit in formam cochleæ inciſa, ita vt facile in matrici conformi, poſſit implicari, ſecundum eius formam ibi in margine delineatam.

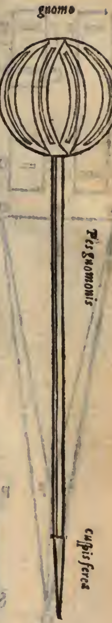
His præparatis ſciat menſor, quòd dimenſionum tria ſunt genera. Aut enim eorum menſura perquiritur, quæ ſola longitudine conſtat, vtpote linearum, vel eorum area perſcrutatur, quæ longitudinem, & latitudinem habent, vtpote ſuperficierum. Aut denique eorum quæ longitudine, latitudine, & altitudine contemplantur, hoc eſt ſolidorum.

Linearum

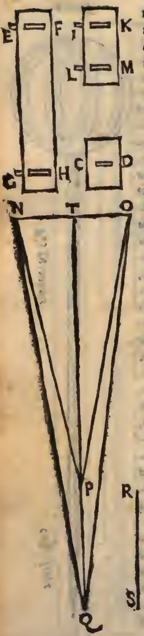
Linearum menſura varijs inſtrumentis inueſtigatur. Per Aſtrolabium, per quadrantem, per gnomonem, per vmbram Solis, per ſpeculum, & per baculum Iacob. Omiſſo Aſtrolabio veluti difficili, & grauioris impenſæ, cum reliquis facilioribus menſuras inquiramus, præter vmbrã Solis, quę tm̃ ſeruit tpe ſereno, & diurno.

Quadrans eſt inſtrumentum quadratum ad capiendas diſtantias facile ſed portatu ob eius magnitudinem difficile. Ego eius vicem cum pede gnomonis ſupplco, hoc modo, omnis diſtãtia medio trianguli inueſtigatur, cuius vnum latus ſit notum, triangulus ipſe, aut latus minus cuius eſt nota longitudo habet penes illum, qui diſtantiam ſcrutatur. Aut a contrario prope ſignum, cuius diſtantia quæritur, ſi prope ſignum, ſuppono quòd latus ipſum ſit longitudinis paſſuum 2, ita quòd in extremitatibus ipſis ſint duo ſigna, vtpote n. t. vt in figura triangulari n. o. q. præparo in primis laminas duas vnam habentem fiſſuram vnam, vt figura c. d. reliquam duas, vt figura e. f. g. h. vel i. k. l. m. deinde diſtinguo pedem gnomonis in vncias 36, & quamlibet vnciam in puncta 12, vel ſemipuncta 24, & ſimiliter laminam e. f. g. h. quæ eſt vncia in puncta 12, & in ſemipuncta 24. Deinde pro inueſtiganda diſtantia, pono pedem gnomonis ſuper tabula, vel tripode, & prope clauum cochlearem, pono laminam c. d. & in ſumitate prope cuſpidem fercam, pono aliam laminam, fiſſuram aliam habentem. Deinde pono oculum prope clauum cochlearem, & caput cuſpidis voluo, verſus punctum t. quo facto, pono laminam e. f. g. h. in ſumitate pedis gnomonis, prope cuſpidem fercam, & fiſſuram vnã, vtpote g. h. porrigo extra pedẽ ipſum gnomonis donec per eã, & fiſſuram c. d. viſualibus radijs videam pũctum n. quo facto diſtinctiones laminę, ſeu puncta, vel ſemipuncta numero, & ſint vtpote 2, dico quòd talis eſt proportio pũctorum 2, ad totum pedem gnomonis, hoc eſt puncta 432, qualis linea n. t. ad lineam. q. t. diuido igitur puncta 432. per 2. exit 216. igitur diſtantia q. t. erit pertica 216, hoc eſt paſſus 432.

Vel aperio pedes circini, tantum, quantum fiſſura g. h. ſe protendit extra pedem gnomonis a ſiniſtra, & cum eadem apertura metior totum pedem gnomonis, ſi lamina eſt in fine, vel inter laminas tantum vbicunque ſint, quoties enim apertura circini numerabit pedem gnomonis, inter laminas ipſas, toties linea n. t.



numerabit



numerabit lineam t. q. Nam laminæ pars quæ extra pedem gnomonis, inter pedem, & fiſſuram g. h. ſe protendit eſt linea ſecans duo latera, ſcilicet q. t. & q. n. trianguli q. t. n. ſi enim linea recta duo trianguli latera ſecans, reliquo fuerit æquediſtans, illam duo illa latera proportionaliter ſecare, ſi vero proportionaliter ſecet, eam reliquo lateri, æquediſtare neceſſe eſt. Hæc ſunt verba ſecundæ ſexti Euclidis.

Si latus minus ſit prope menſorem, & velis diſtantiam ad punctum vnicum oppoſitum, pono pedem gnomonis ſuper tabulam tranſuerſalem, & per fiſſuras pinnularum aſpicio punctum, cuius diſtantia quæritur, & ſecundum pedem gnomonis, duco lineam rectam ad punctum ipſum, tendentem & reſpicientem, deinde transfero baculum ſeu pedem ab altera parte, a linea ipſa æquediſtantem paſſus duos, ſeu perticam vnam, & in ſumitate pono laminam, tantum extra baculum prominentem, quantum ſufficit ad videndum ſignum cuius diſtantiam quęrimus, quo viſo numero puncta, inter baculum, & fiſſuram, vel cum apertura circini procedo vt prius, ratione præmiſſa, & eſt conuerſa priori.

Vel ſuper tabula a puncto q. in ea ſignato, duco duas lineas rectas, vnam ad punctum n. alteram ad punctum o. ſe ſecantes in puncto q. deinde aperio circini pedes, ita quòd tãgant lineas ipſas preciſe, & a loco contactus cum eadem apertura metior vſque ad linearum ipſarum ſectionem, q. quoties enim a contactu ad ſectionem apertura circini lineas ipſas numerauerit toties linea q. o. vel q. n. continebit lineam n. o.

Vel a conuerſo, ſit linea n. o. penes pedes menſoris, qui diſtantiam quęrat ad pũctum q. ſigno ſuper tabulam puncta n. o. diſtantia perticam vnam, deinde ab ipſis punctis cum baculo, ducò lineas rectas verſus punctum q. quæ ſe in tabula non ſecant propter earum diſtantiam, deinde duco aliam lineam, vni earum parallelam, & reliquę ita propinquam, vt eam ſecet verſus punctum q. quo facto cum apertura circini, procedo vt prius, vſque ad linearum ſectionem, vel a conuerſo duco parallelam lineę n. o. ei ęqualem, & ab ea verſus punctum q. tantum diſtantem, quòd a contactu vnius, vtpote o. q. reliquam ſcilicet n. q. ſecet, & excedat, tunc quantum excedit, tantum aperio pedes circini,

circini, & a ſectione ad punctum n. procedo vt prius.

Vel pono laminam ipſam e.f.g.h. ſuper pede gnomonis, ita vt ſigna n.o. vnico aſpectu, per fiſſuram c.d. & fiſſuras e.f.g.h. cum duabus hypotenuſis, q.n. & q.o. videre poſſim, quo facto numero vncias baculi inter laminas, quia fiſſurę vnciam diſtant, quot enim vncias numeraueris, toties linea q.t. continebit lineam n.o. rationibus pręmiſſis.

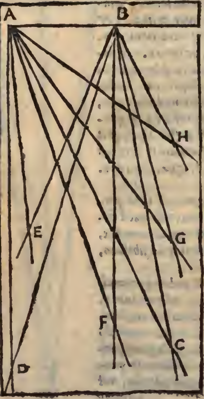
Si vero linea n.o. non ſit nota, & menſuram eius quęris, tunc facta prima operatione, vt prius, & ſignata ſtatione pedum, vtpote ſigno r. laminam moueo in proximam diſtinctionem, hoc eſt vnciam, verſus oculum meum, ſi cogor ad metiendam accedere lineam, vel verſus cuſpidem, ſi ab eadem retrocedere volo, & rurſus oculo ad fiſſuram poſito retrocedo quatenus ſigna n.o. iterum per eaſdem fiſſuras, vnico pariter aſpectu comprehendere poſſim, quo facto locum ſecundę ſtationis puncto ſ. ſigno quantum igitur erit inter primam, & ſecundam ſtationem tantam eſſe concludo n.o. Si vero linea q.o. ſit nota vtpote paſſum 432, vel perticarum 216, & linea n.o. ignota, & eius menſura inueſtiganda proponatur, tunc conſidero quoties diſtinctiones baculi inter laminas continent diſtinctiones exceſſus laminę, extra baculum porrectæ, diuido igitur diſtinctiones baculi 432, per diſtinctiones exceſſus laminæ 2, exit 216, igitur 216 eſt quoties per hoc igitur diuido diſtantiam q.o. hoc eſt paſſus 432, exit 2, igitur linea n.o. eſt paſſus 2. Vel eandem diſtantiam in perticas 216 ſumptam, diuido per quotientem 216, exit i. igitur linea n.o. eſt pertica i.

Eadem arte, eodemque operandi modo inueſtigatur altitudo perpendicularis cuiuſcunque rei, vt turris, & ſimilium, niſi quòd fiſſuræ, quæ in menſuratione diſtantiæ fuerunt orthogonaliter erectæ, in altitudine perpendiculari inueſtiganda deprimuntur ad libellam, voluendo baculum ſuper aliud latus propinquum.

Vel cum gnomone ſic metior lineam q.t. planto pedem gnomonis perpendiculariter in puncto q. & metior a puncto q. ad punctum p. & ſint perticæ 30, planto ibi virgulam perpendiculariter erectam, ſubinde pono perticam paſſuum duorum cum vno capite in puncto q. & aliud caput voluo more circini, ſignando cum cuſpide gladij partem circuli, ſubinde pono virgulam orthogonaliter erectam in puncto q. & pedem gnomonis in arcu ſignato, per eum accedendo, vel retroce-

retrocedendo, donec per duas ſiſſuras aſpiciendo, gnomone firmo perpendiculariter ſtante, videre poſſim virgulam in puncto q. & per reliquas duas virgulam in puncto p. quo facto duco lineam rectam cum virgulis albis a centro, ſeu puncto q. indefinitæ quantitatis, tranſeuntem per ſuas gnomonis ſiſſuras, & perpendicularem lineæ per reliquas duas tendenti ad punctum p.

Deinde ſumpto gnomonis inſtrumento, retrocedo a puncto q. per lineam indefinitæ quantitatis, donec per duas gnomonis ſiſſuras aſpiciendo indefinitæ quantitatis lineam, per reliquas duas gnomone firmo manente videam punctum t. tunc quot perticas pes gnomonis diſtabit a centro q. tot triginta perticas punctus q. diſtabit a puncto t. per duodecimam ſexti Euclidis, *cuius verba ſunt hæc.*



Ab aſſignata recta linea quotamcumque iubearis partem abſcindere, nam qualibet pertica linea indefinitæ abſcindit perticas triginta ex linea q. t. quia punctus q. diſtat a puncto p. perticas triginta.

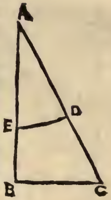
Cum ſpeculo ſic altitudinem inquiro, pono ſpeculum ſuper planum terræ, deinde accedo, vel retrocedo, donec ſummitatem rei metiendæ, videam, tunc enim talis eſt proportio inter ſpeculum, & baſim rei metiendæ ad altitudinem indagandam, qualis inter pedes tuos, & ſpeculum, ad altitudinem tuam, a pedibus ad oculum, vt ſit diſtantia a pedibus ad ſpeculum q. altitudo tua 6. a ſpeculo ad rem metiendam 15, propono ſic quæſtionem, ſi 9. dant 6 quantum 15? ſeruo regulam, exit 10.

Sola etiam operatione plures metimur lineas, ſint loca metienda puncta a. b. c. d. e. f. g. metior diſtantiam ſolam inter duo puncta, vtpote a. b. deinde ab eiſdem duobus punctis firmata carta in vtroque ſecundum gradum lineæ a. b. duco ad ſingula alia loca lineas rectas, in ſingulo pun-

lo punctorum loco ſe inuicem ſecantes, quo facto cum menſura eadem, diſtantia locorum a b, metior ſingulas reliquas, vel cum circini apertura, vt ſit diſtantia inter a & b pertica 100, *toties qualibet alia, vſque ad punctum ſectionis erit pertica* 100, *quoties aperturam circini continebit.*

Linearum diuiſio, aut fit ſecundum datam proportionem ſimpliciter. Aut ſecundum proportionem habentem medium, & duo extrema.

Si ſimpliciter, tunc procedo eo modo, & ordinis, quo in inueſtiganda diſtantia a puncto q ad punctum t cum gnomone, vbi linea q t diuiſa fuit ſecundum ſingulas perticas lineæ quantitatis indefinitæ in plures partes, quarum ſingula fuit pertica 30.



Si ſecundo modo, ſeruo hanc regulam, ſit linea a b diuidenda vt proponitur, planto pedem gnomonis in puncto b, & duco lineam b c perpendicularem lineæ a b eius dimidio æqualem, deinde lineam c a, quæ tres conſtituunt triangulum orthogonium, deinde ex linea a c abſcindo c d æqualem lineæ b c, deinde pono pedem circini in puncto a, & alium extendo ad punctum d, & voluo abſcindendo lineam a b in puncto e, qui punctus e lineam a b, diuidit vt proponebatur, quia quadratum lineæ a e maioris ſectionis eſt æquale rectangulo, cuius duo latera longiora ſunt æqualia lineæ a b reliqua duo breuiora minori ſectioni e b.

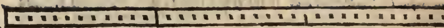
Fit etiam talis diuiſio cum numeris, vt ſit talis linea, longitudo brachia 12. *ſumo dimidium, & eſt* 6. *quadro*, 36. *addo ad quadratum* 12. *totius lineæ, quod eſt* 144. *fit* 180. & R. 180. *m̃.* 6. *dimidio lineæ datæ eſt pars maior.*

Pro inueſtiganda minori parte, aufero R. 180 *m̃.* 6. *ex* 12. *Reſtat* 18 *m̃.* R. 180. *ſi enim aggregaueris* R. 180. *m̃.* 6. *cum* 18. *m̃.* 180. *fiet ſumma* 12.

Pro inueſtigandis tribus terminis continue proportionalibus, ducu 12 *in* 18 *m̃* R. 180, *fit* 216 *m̃.* R. 25920.

Deinde quadro R. 180. *m̃.* 6, *fit* 216 *m̃.* R. 25920. *igitur hi tres termini ſunt continue proportionales, nam productum primi in tertium eſt æquale quadrato ſecundi.*

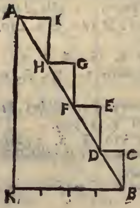
c c Pro

A 

Pro faciliori operatione menſurationis duplici pertica vtimur, & pro vitandis erroribus diuerſæ formæ, vt ſi vna eſt rotunda, altera ſumitur laterata, vel diuerſi coloris, vt ſi vna eſt alba, altera ſit nigra, quia pertica prima, ſemper per numerum imparem progreditur. Vnde cum menſor audierit ducentem perticas proferre perticam primam per numerum parem, intelliget ipſum erraſſe, ex quo facile corrigere poterit errorem, huius perticæ Placentinæ duodecima pars ibi in margine eſt lineata, inter puncta A & B.

Animaduertat inſuper menſor, quòd non menſuratur ſuperficies montuoſa hoc eſt conuexa, nec concaua, tunc quia mons creſcit, & deſcreſcit, & eſt res aduenticia, tum maxime, quia, quod de terra naſcitur, in aerem recte exit, & obliquitatem terræ creſcendo atterit, ita docēte Frontino in libro de limitibus agrorũ, cuius hęc ſunt verba.

Cultellandi ratio, quæ ſit ſæpe quæritur, cuius præmenſi ſoli ſpacium conſumamus, dum menſuræ lateribus inſeruimus. Cultellamus ergo agrum eminentiorem, & ad planitiem redigimus, æqualitatem hanc nobis ratione ipſa ſeminum natura monſtrauit, omnis enim illa ſoli inæqualitas colligi poterit, niſi quod de terra naſcitur, in aerem recte exit, & illam terræ obliquitatem creſcendo atterit, nec maius ſpacium occupat, quam ſi ex plano naſcitur. Hæc Frontinus. Nam etiam imperito patet in collibus & vallibus plus ſoli eſſe quàm cœli, vt ait Quintilianus lib. 1. Inſtitutionis oratoriæ.



Duplici igitur modo cultellatur ſuperficies montuoſa, vel aſcendendo, vel deſcendendo, ducendo perticas duas ita, vt vna ſit ſemper perpendiculariter erecta, altera ad libellam depreſſa. Ita quòd ductus earum ſit ſimilis lapideæ ſcalæ gradibus.

Sit linea a. b. menſuranda à pede montis b. ad ſumitatem a. & ſit intentio incipiendi cum pertica alba, erigo perpendiculariter perticam nigram in puncto b. & albam, ponò cum vno capite verſus ſumitatem montis in puncto



cto d. & aliud eius caput deprimo, & ad libellam applico perticæ erectæ in puncto c. quæ duæ perticę conſtituunt primum ſcalę gradum b. c. d.

Deinde erigo perpendiculariter perticam albam, in puncto d. verſus punctum e. perticam vero nigram transfero cum vno capite in puncto f. & aliud ad libellam depreſſum applico perticæ albę in puncto e. conſtituendo ſecundum ſcalæ gradum d. e. f.

Deinde perticam nigram perpendiculariter erigo a puncto f. verſus punctum g. albam vero pono cum vno capite in puncto h. & aliud ad libellam depreſſum applico perticæ nigræ, in puncto g. conſtituendo tertium ſcalæ gradum f. g. h.

Tandem perticam albam perpendiculariter erigo, a puncto h. verſus punctum i. nigram vero pono cum vno capite in puncto a. & aliud ad libellam depreſſum applico perticæ albæ in puncto i. conſtituendo denique quartum ſcalæ gradum h. i. a. ex quo concludo lineam a. b. conſtituere longitudinem ad libellam perticarum 4. ſicut eius planum k. b. licet menſura ſuperficialis ſit longior, rationibus præmiſſis.

A conuerſo cultellatur deſcendendo, pono enim vnum caput perticæ albę in puncto a. & aliud ad libellam deprimo ad punctum i. cui perticam nigram in eodem puncto i. applico ita ut caput inferius perpendiculariter cadet ſuper punctum h. & ſic deſcendendo primum ſcalæ gradum conſtituo a. i. h. deinde perticam nigram deprimo ad libellam a puncto h. ad punctum g. ordine eodem procedendo vſque ad finem in puncto b.

Inter ſuperficiales figuras planas præſtantior eſt circulus (vt ait Cice. 1. de natu. deo. his verbis, ſcilicet. Duæ formæ pręſtantiores ſunt, ex ſolidis globus, ex planis circulus,) vtpote qui cæteris eſt capacior. Nam eius periferia in 44. æquas portiunculas diuiſa, continet quadrata minora 154. quod nulli alij figuræ planę aſſequi datur.

Huic capacitate accedit figura laterata circulo inſcriptibilis, quæ quanto pluribus & minoribus continetur lateribus, tanto plus capacitate circulo accedit, & quanto paucioribus, & longioribus, tanto plus capacitate diſtat.

Triangu-

Triangularis figura æquilatera inter cæteras triangulares minus, reliquæ quanto latus aliquod longius habent, tanto plus diſtant.

Inter quadrilateras capacitate plus accedit quadratum, cuius perimeter in 44 æquas diuiſiones diuiſa, hoc eſt ſingula latera in 11, continet quadrata minora 121, & quanto plus a quadrato diſtat figura, hoc eſt quanto plus latera duo habet longiora, & duo breuiora, tanto plus a circuli diſtat capacitate.

Quoniam ſuperficiei quantitas lineis rationalibus, longitudinis, & latitudinis inueſtigatur, & producitur, nam linea in lineam producit ſuperficiem, & huiuſmodi lineæ ſecundum locorum diuerſitatem, varias & diuerſas recipiunt diſtinctiones, & ſubſtitutiones, ſciendum eſt, quòd Placentini lineas iſtas in perticas, a portando dictas, ſeu decempedas, quia ex decem conſtant pedibus, vulgo trabucos diſtingunt, perticas vero in brachia ſex, brachia in vncias 12, vncias in puncta 12, ac deinceps, ſubdiſtingunt.

Cum igitur diſtinctiones & ſubdiſtinctiones huiuſmodi non ſint inter ſe proportionales, quia pertica ad brachium rationem habet ſextuplam, reliquę omnes antecedentes ad ſuam conſequentem duodecuplam, pro faciliori operatione ex ſingulis duabus perticis ſimplicibus, vnam duplicem conſtituo, vnde pertica duplex in duodecim brachia erit ſubdiſtincta, & omnes antecedentes ad ſuam conſequentem eandem habebunt rationem.

Ex his linearibus menſuris inter ſe diuerſimode ductis, varię ſuperficiales menſurę generantur, inter ſe eandem rationem habentes, quam lineares ipſe, quarum nomina ſunt hęc, ſcilicet, tabula in pedes 12 diſtincta.

Pes in vncias 12, vncias in puncta 12.

Punctus in atomos 12, atomus in minuta 12.

Minutum in momenta 12, Momentum in nulla 12.

Vlterius non progrediuntur Placentini.

Superficiales ipſe, ex linearibus hoc producuntur modo.

Pertica duplex in perticam duplicem, producit tabulas.

Pertica duplex in brachia, producit pedes.

Pertica duplex vncias, producit vncias.

Pertica duplex in puncta, producit puncta.

Brachia in brachia, producunt vncias.

Brachia in vncias, producunt puncta.

Brachia

Brachia in puncta, producunt atomos.
Vncia in vncias, producit atomos.
Vncia in puncta, producit minuta.
Vncia in atomos, producit momenta.
Vncia in minuta, producit nulla.

Milliare in milliare, producit tabulas 62500, hoc eſt perticas ſuperficiales 2604 t. 4, partiendo 62500 per 24, quia pertica ſuperficialis continet tabulas 24, & milliare continet perticas ſimplices lineares 500.

Alij ducunt perticas ſimplices in ſe, & in alias minores conſequentes, licet non proportionales, ex quibus menſuræ ſuperficiales non proportionales generantur; & conſequenter cum fractionibus, vt ex operatione ſequenti apparet, ſcilicet.

Pertica in perticam, producit quadrantes tabulæ, hoc eſt pedes 3.
Pertica in brachia, producit ſemipedes, hoc eſt vncias 6.
Pertica in vncias, producit ſemiuncias, hoc eſt puncta 6.
Pertica in puncta, producit ſemipuncta, hoc eſt atomos 6.
Pertica in atomos, producit ſemiatomos, hoc eſt minuta 6.
His itaque notis, ſequitur vt ad actum menſurationis deueniamus.

Cum figura eſt circularis, quandoque cum menſura nota diametri inueſtigatur menſura ignota circumferentiæ, quandoque econuerſo, primo igitur triplico menſuram diametri, & addo ſeptimam, producitur circumferentia, veluti ſi diameter ſit perticæ duplices 28, duco in $3\frac{1}{7}$*, hoc eſt* $\frac{22}{7}$*, hoc modo, duco 28 in 22, fit 616, diuido per 7, exit 88, circumferentia.*

Vel pro vitandis fractis, ſic propono quæſtionem, ſi diameter 7. dat 22 circumferentiæ, diameter 28, quantum circumferentiæ dabit? duco 22 in 28, vt prius, fit 616. diuido per 7, exit 88. Nam circumferentia ad eius diametrum, eam obtinet rationem, quam 22 ad 7, hoc eſt triplam ſexquiſeptimam, vt probat Campanus in eius tetragoniſmo, concluſione ſecunda, his verbis, ſcilicet.

Iuxta mathematicorum ſcientiam, ac phiſicam veritatem, circulus diuiditur in vigintiduas partes, æquales, & remota vna ſcilicet vigeſima ſecunda particula, tertia pars reſtantis eſt diameter circuli, tripletur igitur diameter, & addatur ſeptima, & ordinentur huiuſmodi partes in rectum, & habebitur linea recta, æqualis circulari. Deinde idem Campanus in quinta, & ſexta concluſione ſubdit, quòd

omnis linea orbiculariter ducta, cuius quartam partem diameter ſuperat in tribus ſemipartibus ex ſeptem, eſt æqualis lateri quadrati, quod diameter circuli ipſius excedit præciſe in tribus ſemipartibus. Exemplum, diameter circuli in ſeptem partes diuidatur, & ex eis quinque cum dimidia accipiantur, dimiſſa vna cum dimidia tanta erit qualibet quarta pars lineæ orbicularis circuli. Et licet circuli, qualibet quarta pars, quinque tantum diametri portiunculas occupare videatur, tamen ſi lineam orbiculariter curuam ad rectitudinem reduxeris, non tantum quinque, ſed quinque cum dimidia adæquabit, quod idem Campanus vnico comprobat exemplo, ſcilicet, ſi tetracubitum aureum, & tetracubitum, argenteum, a pentacubito eburneo, ſuperantur vnico cubito, ſequitur neceſſario, quòd aureum & argenteum adæquantur, nam quæ ab eodem æqualiter ſuperantur, inter ſe ſunt æqualia, igitur qualibet quarta pars circuli, & quodlibet latus quadrati, cum ab vno circuli diametro æqualiter ſuperentur, inter ſe æquales eſſe neceſſe eſt.

Et ita teſtatur Boetius *in commento prædicamentorum Ariſtotelis, vbi de quadratura circuli diſſerit. Ac Plinius his verbis. Quantas dimetiens habet ſeptimas tantas habere circulum duo, & viceſimas. Et ita docent omnes recentiores. Io. Buteo. Tartalea, Oruntius, licet poſtea in eius tetragoniſmo eius, & aliorum ſententiam inepte, reprehendere conatus ſit, circulatoria quadam ludificatione modum ſuum nouum probare iactando. Et licet Archimedes in ſuo tertio libro de quadratura circuli, molitus ſit demonſtrare, per helicas incuruaſque lineas, circulum ad ipſius diametrum habere proportionem minorem, quàm 22 ad 7. maiorem autem quàm 71 ad 10, ſupra triplicatam diametrum, hoc eſt maiorem tripla ſuperdecupartiente ſeptuageſimas primas, vbi concludit, quòd omnis circuli, perimeter tripla eſt diametro, & adhuc excedit minori, quàm ſeptima parte diametri, maiori autem quàm decem ſeptuageſimis primis, tamen ibi prope idem vult orbicularem figuram ad id quadratum, quòd ex diametro conſtituitur, proportionem habere communem, quàm 11 ad 14, his verbis, ſcilicet, circulus ad id quod a diametro tetragonum, proportionem habet, quàm 11 ad 14. Et paulo infra. Circulus igitur ad tetragonum, proportionem habet, quàm 11 ad 14, quod ſententiæ, quàm prius improbauit conuenit, ſcilicet, quòd excedit triplicatam diametrum, minori quàm ſeptima parte, ac*

Campani, Boetij, Plinij, & recentiorum omnium. Nam tanta remanet area quadrati diametri, detractis tribus decimis quartis, quanta producitur ex ductu ſemidiametri, in ſemicircunferentiam eiuſdem circuli, proportionando diametrum ad circunferentiam, vt 7 ad 22. Hac Archimedis varietas curioſos dubitare coegit, & plurimum opera, & ſudoris fruſtra conferre.

Si vero menſura circunferentiæ ſit nota, diametri vero ignota, diuido circunferentiam 88, per $3\frac{1}{7}$, *exit 28, diameter.*

Vel pro vitandis fractis, ſic propono quæſtionem, ſi circunferentia 22, dat 7 diametri, circunferentia 88, quantum diametri dabit? duco 7 in 88, fit 616, diuido per 22, exit 28, diameter.

Area vero circuli trifariam inueſtigatur, primo, cum mẽſuris diametri, & circunferentiæ, ſecundo, cum vnica diametri menſura, tertio, cum circunferentiæ vnica menſura.

Cum menſuris diametri, & circunferentiæ, ſic areas inueſtigo, duco vtriuſque dimidia inuicem, hoc eſt perticas duplices 14, in 44, producuntur tabulæ 616, circuli area.

Regula trahitur ab Archimede, vbi dicit, quòd omnis circulus eſt æqualis trigono rectangulo, cuius vnum ex lateribus, angulum rectum continentibus, eſt æquale ſemidiametro, alterum circuli periferiæ.

Cum vero menſura tãtum diametri eſt nota, quadro diametrum 28, fit quadratum figurationis c. d. e. f. 784. duco in 11, fit 8624. diuido per 14, exit 616, area circuli a. h. b. g. nam ſecundum Archimedem vbi ſupra, quadratum diametri ad eius circulum inſcriptum, eam obtinet rationem, quàm 14 ad 11, hoc eſt ſupertripartientem vndecimas, hinc fit manifeſtum, circulum ad inſcriptum quadratum, a. h. b. g. eam habere rationem quàm 11 ad 7, hoc eſt ſuperquadrati partientem ſeptimas, quoniam circunſcriptum eiuſdem inſcripti duplum eſt, per penultimam primi Euclidis. Ex quo reſultat regula duplandi, & ſubduplandi



quadratum, & circulum.

Vel duco quadratum ſemediametri in $3\frac{1}{7}$, *hoc eſt* $\frac{22}{7}$, *hoc modo, quadratum ſemidiametri 14, eſt 196, duco in 22 numeratorem, fit 4312, diuido per denominatorem 7, exit 616 area.*

Cum tandem menſura, tantum circunferentiæ eſt nota, diuido quadratum eius, per $12\frac{4}{7}$, *hoc eſt per* $\frac{88}{7}$, *hoc modo, quadratum circunferentię 88, eſt 7744, duco in 7 denominatorem, fit 54208, diuido per 88, numeratorem, exit 616 area.*

Vel breuius, & paucioribus numeris, diuido quadratum ſemicircunferentiæ per $3\frac{1}{7}$, *hoc eſt* $\frac{22}{7}$, *hoc modo, quadratum ſemicircunferentiæ 44, eſt 1936, duco in denominatorem 7, fit 13552, diuido per 22 numeratorem, exit 616 area.*

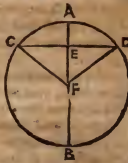
Nec his refragatur Ariſtotelis ſententia in libro prædicamentorum, ſcilicet, quòd quadratura circuli eſt ſcibilis, ſed nundum ſcita. Cum Boetius *ſuper eodem paſſus quadraturam ipſam, ſic inueſtigandam doceat, his verbis, ſcilicet.*

Quadrare circulum eſt inuenire coſtam quadrati, æqualis continentiæ cum eodem circulo, vt in figuratione ſequenti a. c. b. d. cuius area eſt 154, cum diameter ſit 14, ſemidiameter f. d. eſt 7. coſta quadrati 49. linea f. e. ſit hoc caſu 4, erit coſta quadrati 16, auſero 16 a 49, reſtat per penultimam primi linea e. d. ℞. 33. linea e. b. ſit hoc caſu 11, erit coſta quadrati 121, addo 33, fit 154, ergo per eandem penultimam linea d. b. ſine atramento ſignata, eſt coſta quadrati 154, æqualis continentiæ cum circulo a. c. b. d. quod oportuit fieri, ergo quadratura circuli eſt ſcita.

Nec eidem repugnet Campani *quadratura, licet ſit diuerſa, qui non continentiam, ſed circunferentiam ſcrutatur, ſumit enim Campanus quinque, & ſemipartem ex ſeptem diametri, & has pro coſta quadrati æqualis circunferentiæ cum circulo ſupponit, vt vere ex figuratione eadem ſequenti dignoſcitur, cuius diameter fuit 14, & quinque cum ſemiparte, ex ſeptem b. e. 11. coſta quadrati 121, cuius quatuor coſtæ, (hoc eſt periferia,) ſunt 44, æquales circuli circunferentiæ a. c. b. d.*

Nam vtraque regula, tam Boetij, quàm Campani ſeruat proportionem circunferentiæ ad diametrum, vt 22 ad 7, & area quadrati diametri, ad aream circuli, vt 14 ad 11.

Quod



Quod ſi vtramque circuli ſectionẽ maiorem, & minorem metiri velis, produco a centro f. circuli propoſiti ad ipſius chordæ terminos binas ſemidiametros, f. d. & f. c. maiorem circuli ſectionem c. b. d. f. a minori ſectione c. a. d. & trigono iſoſcele c. d. f. diſtinguentes, cum minori autem ſectione, ſectorem c. f. d. a. efficientes, ex eadem minore, & eodem iſoſcele reſultantem, vt in figura, in primis maioris ſectionis c. b. d. ſic inueſtigo aream, metior primo c. b. d. f. deinde trigonum c. f. d. productas tandem areas in vnum compono, vt ſit arcus maioris ſectionis c. b. d. 30. ſemidiameter c. f. vel f. d. 7, duco 7 ſemidiametrum, in 15 dimidium arcus c. b. d. producuntur 105, ſeruo. Nam omnis pars circuli, in centrum terminata, eſt æqualis trigono orthogonio, cuius vnum ex lateribus, angulum rectum continentibus, eſt æquale circuli ſemidiametro, reliquum arcui, portionis eiuſdem, vt docet Archimedes.

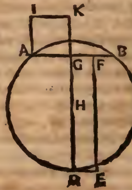
Deinde inueſtigo aream trigoni, c. f. d. hoc modo, duco dimidium catheti e. f. in totam baſim c. d. vel e contra, $3\frac{2}{3}$ in dimidium chordæ 6, fit 22. area, aggrego 105 ſeruatos, & 22, fit 127. area maioris ſectionis c. b. d.

Si vero aream minoris ſectionis quæris c. a. d. addo trigonum c. d. f. minori ſectioni c. a. d. fit ſector c. f. d. deinde duco dimidium arcus c. a. d in ſemidiametrum a. f. 7 in 7, fit 49. area totius ſectoris c. a. d. f. ſed quia non quæro menſuram ſectoris c. f. d. a. ſed tantum arcus c. a. d. aufero aream trigoni c. f. d. quæ fuit 22, ex 49. reſtat 27 area arcus c. a. d. quæ eſt minor ſectio.

Hinc fit euidens, quomodo figura oualis ſuperficialis ſub menſuram cadat, quia duas circuli minores ſectiones continet, quando angulos acutos vtrinque habet, quando vero, vt ouum caret angulis, tunc continet quatuor circuli minores ſectiones, & in medio quadrilaterum igitur in ſcribo in ea tetragonum, figuram ipſam extra tetragonum in quatuor arcus reſoluendo, quos metior, vt circuli minores ſectiones.

Sed quia maioris, & minoris circuli ſectionis area non poteſt inueſtiga-

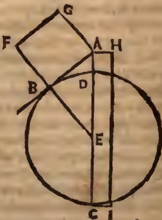
inueſtigari, niſi ſit nota diameter totius circuli, quæ ex doctrina 35. & 36. 3. Euclidis facile inueſtigatur, ideo pro faciliori intelligentia propoſitiones ipſas ſubijciam, cum earum figuris, 35. verba ſunt hæc.



Si intra circulum duæ rectæ lineæ ſeſe inuicem ſecent, quod ſub duabus partibus vnius earum procedit, æquum eſt ei rectangulo, quod ſub duabus alterius lineæ partibus continetur.

Eſto arcus a. c. b. cuius chorda a. b. eſt 12 ſagita g. c. 2, quadro 6 dimidium chordæ, fit 36, & eſt quadratum a. i. g. k. diuido 36 per ſagittam g. c. 2. exit 18. reſiduum diametri g. d. addo ſagittam g. c. 2. fit 20. tota diameter d. c. & ſic patet veritas propoſitionis, quòd quadratum dimidij chordæ a. i. k. g. eſt æquale rectangulo g. f. d. e. quod fit ex ſagitta g. c. & reſiduo diametri g. d. Nam quadratum a. i. k. g. eſt 36. quia dimidium chordæ eſt 6. tetragonum g. f. d. e. eſt 36. quia g. f. eſt 2. & g. d. 18.

Propoſitionis 36. verba ſunt hæc.



Si extra circulum punctus ſignetur, ab eo autem ad circulum, alia linea ſecans, alia contingens, duę lineæ rectæ ducantur, quod ſub tota ſecante, & parte ſui extrinſeca continetur, æquum eſt ei quadrato, quod ex contingente linea deſcribitur.

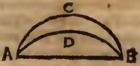
Sit a punctus datus ſignatus extra circulum b. c. d. & ſit centrum e. duco ad circulum duas lineas a. b. contingentem, & a. d c. ſecantem, dico quòd illud, quod fit ex a. c. in a. d. æquum eſt quadrato lineæ a. b. Nam linea a. b. in puncto contactus eſt 10, igitur

eius quadratum a. b. f. g. eſt 100.

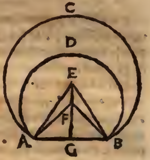
Illud vero, quod fit ex linea a.d. in lineam a.c. eſt tetragonũ a.b.c.i.

Nam a. b. eſt 4. & c.i. 25. duco 4 in 25. fit 100. igitur quadratum eſt æquale rectangulo, aufero igitur lineam a. d. quæ eſt 4. ex linea a. c. quæ eſt 25. reſtat linea d. c. 21. diameter quæſita.

Cum figura eſt lunaris minor ſemicirculo, vt figura a. b. c. d. duco lineam rectam a. b. deinde metior totam figuram in modum arcus per regulas præcedentes, & hanc menſuram ſeruo, deinde eadem regula, metior vanum a. d. b. & hanc menſuram aufero a menſura ſeruata, reſiduum eſt menſura figuræ lunaris a. c. b. d.



Cum figura circularis eſt maior ſemicirculo, vt figura a. f. b. c. d. e. duco in primis lineam rectam a.b. ad cornua lunaris figuræ, deinde metior totam figuram a. b. c. per regulas præcedentes, & hanc menſuram ſeruo, deinde metior vanũ a. d. b. & eius menſuram, aufero a menſura ſeruata, reſiduum eſt figuræ lunaris menſura a. c. b. d. Exemplum ſit linea a. b. 8. arcus a. c. b. 36. ſemidiameter e. a. vel e. b. 7. duco dimidium arcus a. c. b. 18. in ſemidiametrum 7. fit 126.



Deinde metior trigonum a.c.b. cuius baſis eſt 8. & eſt linea a.b. cathetus vero e. g. 6. duco dimidium catheti 3. in baſim 8. fit 24. addo ad 126. fit 150. area totius figuræ a. c. b. ſeruo.

Deinde eadem regula metior vanum figuræ a. b. d. cuius arcus eſt 29. ſemidiameter f. a. vel f. b. 6. duco dimidium 6. & eſt 3. in arcum 29. fit 87. ſeruo. deinde metior aream trigoni a. f. b. cuius baſis eſt 8. & eſt linea a. b. cathetus a. f. $4\frac{2}{3}$. duco dimidium catheti $2\frac{1}{3}$. in baſim 8. fit $18\frac{2}{3}$. addo ad 87. ſeruatos, fit $105\frac{2}{3}$. area vania a. d. b. aufero $105\frac{2}{3}$. ex 150. prius ſeruatis, reſtat $44\frac{1}{3}$. area figuræ lunaris a. c. b. d.

Quòd

Quòd ſi figura ſit trigona quomodolibet, metior omnia latera, & ea ſimul congrego, deinde aggregatum dimidio, à quo aufero menſuram cuiuſque lateris, & fiunt tria reſidua, deinde duco illud aggregati dimidium in primum reſiduum, & inde productum in ſecundum reſiduum, & inde productum in tertium reſiduum, vltimi producti latus eſt area quæſita. Exemplum.

Sit trigonus cuius vnum latus ſit perticæ duplices 5. brachia 4. aliud perticæ duplices 8. brachia 2. aliud perticæ duplices 10, brachia 6. aggrego, fiunt perticæ duplices 24, dimidium eſt 12, detraho latera ſingula ex dimidio 12. reſtat vt in figura.

Perticæ 5 *brachia* 4 *ex dimidio* 12, *reſtat* 6 *br.* 8
Perticæ 8 *brachia* 2 *ex dimidio* 12, *reſtat* 3 *br.* 10
Perticæ 10 *brachia* 6 *ex dimidio* 12, *reſtat* 1 *br.* 6.

Duco igitur per modum fragmenti dictum dimidium 12 *in primum reſidum* $6\frac{2}{3}$, *fit* 80, *deinde* 80 *in ſecundum reſiduum* $3\frac{5}{6}$, *fit* $306\frac{2}{3}$. *tandem* $306\frac{2}{3}$ *in tertium reſiduum* $1\frac{1}{2}$, *fit* 460. ℞. *eſt tabulæ* 21, *pedes* 5, *vnciæ* 5. *p.* 1. *tanta eſt trigoni area.*

Circa hæc oportet ſcire reducere partes nominatas in fragmenta, vel e contra, vt volo reducere tabulas 21. *pedes* 5. *vncias* 5. *in fragmenta, quia tabula continet pedes* 12. & *pes vncias* 12. *duco* 12. *in* 12. *fit* 144. *igitur tabula, continet vncias* 144. *cum igitur ſint pedes* 5. *erunt vnciæ* 60. *addo vncias* 5. *fiunt vnciæ* 65. *igitur cum vnciæ ſint in tabula* 144. *erunt tabulæ* $21\frac{65}{144}$.

A contrario ſint tabulæ $21\frac{65}{144}$. *volo reducere fragmentum ad pedes & vncias, duco ſemper numeratorem in* 12, & *productum diuido per denominatorem, vt* 65 *in* 12, *fit* 780. *diuido per* 144. *exeunt pedes* 5. & *ſuperant* 60. *quos duco in* 12. *fit* 720. *diuido per* 144, *exeunt vnciæ* 5. & *nihil ſupereſt, ſi aliquid ſupereſſet, eodem modo operarer, & exirent primo puncta, deinde atomi, deinde minuta, deinde momenta, tandem nulla.*

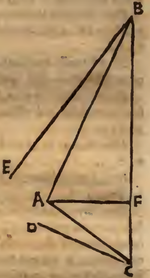
Vel alio modo operando, reduco omnes menſuras ad minorem denominatorem, hoc eſt brachia, nam perticæ duplices 12. *ſunt brachia* 144. *perticæ duplices* 6, & *brachia* 8. *ſunt brachia* 80. *perticæ duplices* 3, & *brachia* 10. *ſunt brachia* 46. *pertica duplex* 1. & *brachia* 6. *ſunt brachia* 18. Duco *igitur primo brachia* 144. *in* 80.

producuntur

producuntur vnciæ 11520, quia brachia in brachia producunt vncias, deinde duco vncias 11520. in brachia 46. producuntur puncta 529920. quia brachia in vncias producunt puncta, tandem duco puncta 529920. in brachia 18. producuntur atomi 9538560. quia brachia in puncta producũt atomos, deinde diuido atomos 9538560. per 12. exeunt puncta 794880. hæc puncta diuido per 12. exeunt vnciæ 66240. has vncias, diuido per 12. exeunt pedes 5520. hos diuido per 12. exeunt tabulæ 460. vt prius.

Harum radix eſt tabulæ 21. pedes 5. vnciæ 5. vt prius, quarum ℞. *eſt area quæſita.*

Sit trigonus cuiuſcunq; formæ, & pro exemplo ſit vnum latus 10. aliud 8. aliud 4. volo ſcire in quibus locis cadãt catheti, & primo ab angulo a ſuper latus b. c. quadro latera continentia punctum a. & ſunt a.c. & a.b. fiunt 16. & 64. aufero minus a maiori, reſtat 48. diuido per baſim 10. exit $4\frac{4}{5}$. *& quia* $4\frac{4}{5}$. *eſt minus, quàm 10. aufero* $4\frac{4}{5}$ *ex 10. reſtat* $5\frac{1}{5}$. *ſumo dimidium, & eſt* $2\frac{3}{5}$. *tantum cadit diſtans cathetus a. f. a puncto c. erit igitur f. c.* $2\frac{3}{5}$.



Si vero vis f. b. addo $4\frac{4}{5}$. *ad 10. fit* $14\frac{4}{5}$. *ſumo dimidium* $7\frac{2}{5}$. *tanta eſt linea f. b. Nam quando exiens de prima diuiſione eſt minus baſi oppoſita a qua traho cathetum, cathetus ſemper cadit intra trigonum, vt in præmiſſo exemplo. Si vero ſit æqualis, latus minus ex continentibus eſt præciſe cathetus.*

Si vero eſt maius cathetus cadit extra trigonum, tantum diſtans a latere minore continentium, quantum eſt dimidium exceſſus.

Exemplum. *Volo cathetum a puncto b. ſuper latus a. c. quadro latera continentia punctum b. 10. & 8. fit 100. & 64. aufero minus a maiori, reſtat 36. diuido per baſim a. c. 4. exit*

9. & quia 9. eſt maior quàm 4. cathetus cadit extra trigonum, auſero 4. ex 9. reſtat 5. ſumo dimidium $2\frac{1}{2}$. tantum cadit diſtans cathetus, a puncto a. in puncto e.

Si volo cathetum a puncto c. ſuper baſim a. b. quadro latera continentia punctum c. 4. & 10. fit 16. & 100. auſero 16. a 100. reſtat 84. diuido per baſim 8. & eſt linea a. b. exit $10\frac{1}{2}$. & quia excedit 8. cathetus cadit extra, auſero 8. a $10\frac{1}{2}$. reſtat $2\frac{1}{2}$. ſumo dimidium $1\frac{1}{4}$. tantum diſtat cathetus c. d. a puncto a.

Ex his habebitur quilibet cathetus quantus ſit. Nam detracto quadrato a. d. & eſt $1\frac{9}{16}$. ex quadrato a. c. & eſt 16. reſtat quadratum c. d. $14\frac{7}{16}$. igitur c. d. eſt ℞. $14\frac{7}{16}$.

Item detracto quadrato f. c. & eſt $6\frac{19}{25}$. ex quadrato a. c. quod eſt 16. reſtat quadratum a. f. $9\frac{6}{25}$. quare cathetus a. f. eſt ℞. $9\frac{6}{25}$.

Item detracto quadrato a. e. & eſt $6\frac{1}{4}$. ex quadrato a. b. 64. reſtat quadratum b. e. $57\frac{3}{4}$. quare cathetus e. b. eſt ℞. $57\frac{3}{4}$.

Ex hoc habebitur area, ducto dimidio baſis in cathetum, vel econtra, vt cathetus c. d. eſt ℞. $14\frac{7}{16}$. duco in dimidium a. b. & eſt 4. fit ℞. 231.

Item duco a. f. & eſt ℞. $9\frac{6}{25}$. in dimidium b. c. quod eſt 5. fit ℞. 231.

Item duco cathetum b. e. qui fuit ℞. $57\frac{3}{4}$. in dimidium a. c. & eſt 2. fit ℞. 231.

Pro clariori intelligentia primæ ſexti, & 37. primi, cuius verba ſunt hæc, omnes trianguli ſuper eadem baſi, & inter eaſdem parallelas conſtitua ſunt æquales, dico quod ſi uis ducere perpendicularem lineæ a. b. duc vel ductam fingas aliam lineam rectam, lineæ c. b. æquediſtantem, tranſeuntem per punctum a. deinde accipias perpendicularem inter eaſdem parallelas, vbicunque volueris, ſiue intra, ſiue extra trigonum. Idem fiat ſi vis perpendicularem lineæ a. c. ducendo aliam lineam eidem æquediſtantem, tranſeuntem per punctum b.

Et ſimiliter lineæ a. b. ducendo aliam eidem æquediſtantem tranſeuntem per punctum c.

Ex quo patet, quòd etiam omnia parallelogramma in baſibus æqualibus, atque in eiſdem lineis parallelis conſtituta, æqualia neceſſe eſt,

vt docet

vt docet Euclides in 36. primi igitur parallelogrammum inter eaſdem parallelas contentum, ſiue angulos habeat rectos, ſiue in diuerſa eius baſes oppoſitæ inter parallelas ipſas protrahantur in infinitũ, ita quòd duos angulos oppoſitos acutiſſimos, & reliquos duos obtuſiſſimos cõſtituat, & conſequenter triangulus, eo modo in infinitum protractus, nullo modo ex tali protractione augentur, vel minuantur, imo ſemper eandem continent ſuperficiei quantitatem.

Si vero ſuperficies ſit quatuor laterum, & omnium angulorum rectorum, duco lineas laterum duas inuicem, producitur area, ſit in exemplũ figura cuius duo latera oppoſita ſint perticę duplices 40. reliqua duo 17. duco 17. in 40. producuntur tabulæ 680.

Nam pertica duplex in perticam duplicem producit tabulas, diuido 680. per 24. exeunt perticę ſuperficiales Placentinæ 28. & ſuperant tabulæ 8. tantus eſt ager. Nam pertica ſuperficialis Placentina conſtat ex tabulis 24.

Si vero longitudo ſit perticarum duplicium 40. brachiorum 8. & vnciarum 6. latitudo vero perticarum duplicium 17. brachiorum 6. & vnciarum 8. diſpono menſuras vt in figura.

pert. 40 *br.* 8 *vn.* 6
pert. 17 *br.* 6 *vn.* 8

a ———————————————————— *b*

tab. 680 *ped.* 240 *vn.* 320 *punct.* 64 *ato.* 48
136 102 36
48

c ———————————————————— *d*

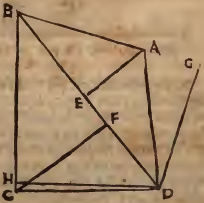
pert. 29 *tab.* 18 *ped.* 7 *vn.* 10 *punct.* 8 *ato.*

Deinde ducta linea a.b. quæ diuidit menſuras lineares à productis ſuperficialibus, duco perticas duplices inuicem 17 in 40. producuntur tabulæ 680. depono ſuo loco ſub linea a. b. deinde duco in decuſſim perticas 40 in brachia 6, & 17 in 8, producuntur pedes 240 & 136, depono ſuo loco ſub linea a. b. deinde in decuſſim perticas duplices 40 in vncias 8, & 17 in 6, producuntur vncię 320, & 102. depono ſuo loco ſub linea a. b. deinde duco brachia 6 in 8. producuntur vnciæ 48. depono ſuo loco, ſub linea a. b. deinde in decuſſim

brachia 8 in vncias 8, & 6 in 6. producuntur puncta 64 & 36. Tandem duco vncias 6 in 8. producuntur atomi 48. Depono. Deinde duco aliam lineam c. d. ſub menſuris ſuperficialibus productis, ſub qua diſpono earum aggregatum hoc modo, incipio enim a dextra tamquã minori denominatione, & diuido atomos 48 per 12, exeunt puncta 4. aggrego cum 64 & 36, fit 104, diuido per 12, exeunt vnciæ 8, & ſuperant puncta 8, depono ſub linea c. d. vt in figura, vncias vero 8, addo ad alias vncias 320.102 & 48. fit 478. diuido per 12. exeunt pedes 39. & ſuperant vnciæ 10. depono ſub linea c. d. pedes vero 39. addo ad alios pedes 240. & 136. fit tota ſumma 415 diuido per 12, exeunt tabulę 34, & ſuperant pedes 7, depono ſub linea c. d. tabulas vero 34, addo ad alias tabulas 680. fit 714 diuido per 24, quia ex tabulis 24, fit pertica ſuperficialis Placentina, exeunt perticę 29, & ſuperant tabulę 18. depono ſuis locis, ſub linea c. d. vt in figura, igitur menſurę lineares datę producunt ſuperficiales menſuras ſequentes, ſcilicet, perticas 29. tabulas 18. pedes 7. vncias 10. & puncta 8.

Poſſumus etiam ſuperficies quadrilateras metiri per modum trianguIorum ab angulo, ad angulum per medium ponendo lineam b d. pro baſi, & lineas a. e. & c. f. pro catheto, nam baſis b. d eſt 24. cathetus a. e. 8. & cathetus c. f. 12. aggrego fit 20. duco igitur 20 in dimidium 24. & eſt 12. vel econtra producitur 240. igitur tabulę 240. eſt area, figurę a. b. c. d.

Vel eandem figuram, & aliam quamlibet quatuor laterum reſoluo in duos trigonos b. a. d. & b. c. d. deinde metior duo latera, vtpote b. a. & b. c. quę pro baſibus ſuppono, deinde cathetum g. d. extra figuram, & h. d. intra, pono, quòd baſis b. a. ſit perticę duptices 15. cathetus g. d. 12. area trigoni b. a. d. erit tabulę 90. baſis b. c. ſit perticę duplices



19. cathe-

19. cathetus b. d. 16. area trigoni b. c. d. erit tabulę 152. aggrego 90. & 152. fit tota area figurę a. b. c. d. tabulę 242.

Vel figuram ipſam, & aliam vtcunque quadrilateram in triangulum vnicum quadrilatero ipſi ęqualem conſtituo, & eam vti triangulum metior hoc modo, duco primo lineam b. d abſcindentem triangulum b. a. d. a figura ipſa quadrilatera b. a. d. c. deinde ab angulo a duco lineam æquediſtantem lineæ b. d. quę occurrat baſi c. d. protractę, vtpote in puncto i. deinde duco lineam b. i. quę triangulum addit b. d. i. æqualem triangulo ablato b. a. d. per trigeſimamſeptimam primi Euclidis, quia vterque ſuper eadem baſi b. d. & in eiſdem parallelis b. d. & a. i. vnde triangulus b. c. i. reſtat ęqualis quadrilatero b. c d. a. deinde metior baſim c. d. i. & eius cathetum ad punctum oppoſitum b. & vnam menſuram in alterius dimidium duco, producitur area.

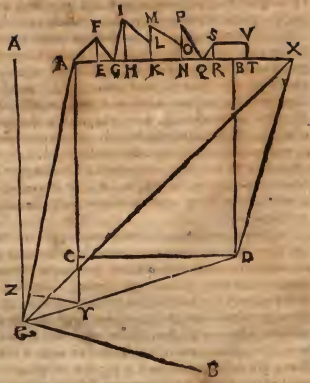
Ad banc operationem exequendam practicę ſic procedo, planto pedem gnomonis in aliquo angulo, vtpote d. & per duas fiſſuras aſpicio punctum anguli oppoſiti b. deinde per reliquas fiſſuras aſpiciendo plantari facio duas, vel tres virgulas albas, ſignantes lineam æquediſtantem lineę ∗. a deinde aufero pedem gnomonis, & in eius loco planto virgulam albam, & cum gnomone progredior per lineam virgularum, vſquequo per duas fiſſuras aſpiciendo lineam virgularum, per reliquas ſubinde videre poſſim punctum a. & a conuerſo punctum i. quo facto duco lineam b. i. quę figuram quadrilateram in ei ęqualem triangulum pręciſe conuertit, deinde eam metior vti triangulum, vt prius.

Eodem modo procedo a quocunque alio angulo figurę ipſius quadrilaterę.

Et licet lineę d. i. a. i. & b. i. non ſint lineatę, tamen, quia verba lineas ipſas ſatis, oſtendunt, facile lineari poterunt, ingenium acuendo.

Si vero proponatur aliqua figura plurilatera ſimilis figurę a. x. d. &. quincuplici modo poteris eam metiri, ſumptis prius menſuris omnium trapeziarum, extra lineam a. x. remanentium.

Primo duco lineã rectã per mediũ, ab angulo ad angulum oppoſitum, vt linea x. &. & eã pono pro baſi, deinde duco lineas a punctis a. & d. vtrinq; eidem lineę x. &. perpendiculares, deinde duco baſim x. &. in dimidiũ perpendicularium, exit area, præter trapeziarum.



Secundo, pono, quòd angulus x. ſit rectus, ita quòd linea a. x. ſit perpendicularis lineæ x. d. conſtituo totam figuram in duos triangulos x. a. &. & x. d. &. omiſſis trapezijs deinde metior a. x. pro baſi trianguli x. a. &. deinde x. d. pro baſi trianguli x. d. &. & pro parte altitudinis, ſeu pertend.cularis trianguli a. x. &. deinde ad complendam ipſam altitudinem, addo d. B. extra figuram, deinde metior B. &. extra figuram, pro perpendiculari x. d. trianguli x. d. &.

Si vero angulus x. ſit acutus, duco perpendicularem lineæ a: x. a puncto b. ad punctum d. & inde ad punctum B. extra figuram modo præmiſſo, accipiendo triangulum b. x. d. diſtincte.

Si vero ſit obtuſus accipio eundem triangulum b. x. d. econuerſo in reliquis procedo vt prius.

Vel e conuerſo planto pedem gnomonis in puncto a. & metior a. x. pro baſi trianguli a. x. d. cuius altitudo ſumitur a. c. quia eſt ęqualis b. d. deinde totam lineam a. y. pro baſi trianguli a. y. d. Et c. d. pro eius altitudine. Sumendo etiam a. y. pro baſi trianguli a. y. &. cuius altitudo ſumitur extra figuram, ad punctum &.

Tertio metior duo latera, vtpote x. a. & x. d. pro baſibus, deinde eorum cathetos extra figuram a punctis A. & B. ad punctum &. vt in priori figura demonſtratum eſt. Vel planto pedem gnomonis in puncto A. extra figuram, & metior a. x. pro menſura primæ cameræ, domus vnius, deinde progredio, metiendo per lineam A. &. uſq; ad ſectionē d. c. protractæ pro menſura ſecūdę cameræ, deinde d. c. pro mēſura tertiæ. Et pro mēſura 1. Cameræ 2. domus ſequentis, deinde reſiduū lineæ A. &. pro mēſura 2. & o. pro 3. quia eſt triāgulus.

Quarto reduco figuram ipſam ad triangulum figuræ ipſi æqualem, vt in priori figura, ſumptis tamen prius menſuris extra lineam a. x. ſumo lineam a. x. pro parte baſis trianguli componendi, deinde duco lineam a. d. deinde aliam ei æquediſtantem a puncto &. vſquequo occurrat baſi x. a. protractæ in puncto, vtpote b b. deinde duco lineam d. b b. quæ linea cum baſi x. a. b b. & d. x. triangulum cōponit, quadrilatero a. &. d. x. æqualem rationibus prius demonſtratis, quantum enim linea d. a. abſcindit ex quadrilatero, abſcindendo triangulum d. a. &. tantumdem linea d. b b. addit, addendo triangulum a d. b b. quia vterque ſuper eadem baſi d. a. & in eiſdem parallelis d. a. et &. b b. & licet lineæ &. b b. d. a. & a. b b. non ſint lineatæ, tamen quia verba lineas ipſas ſatis declarant, facile per quemque lineari poſſunt, acuendo ingenium.

Eadem regula figuram quamcunque pentagonam in triangulum pentagono æqualem reduco, & in formam trianguli metior, ſumo enim angulum vnum pentagoni, pro angulo baſi oppoſito trianguli componendi, & ab vtraque parte ad angulos baſis lineas rectas duco, & eiſdem æquediſtantes ab angulis pentagoni dextro, & ſiniſtro duco, vſquequo concurrant baſi vtrinque protractæ, ſicut in figuris quadrilateris, ab vna parte operatum fuit.

Quinto inſcribo in ea tetragonum a. b. c. d. deinde incipio menſuram a puncto, vtpote a. cum pertica alba, ad vitandum errorem, & metior vſque ad punctum e. & ibi planto pedem gnomonis, aſpiciendo per duas fiſſuras lineam a. b. & per reliquas punctum f. pono

quòd

q linea a.c. ſit pertica 8. cathetus e.f.6. deinde metior e.g. & ſit 4. tunc habeo duos triangulos orthogonios, qui in vnū ſcalenū poſſunt cōponi, nā vtroq; modo eadē reſultat ſumma, nā ſcalenus tabulas 9 continet, primus vero orthogonius 6. & ſecūdus 3. Deinde quia in puncto a nullus eſt cathetus, depono o in prima Camera, primę domus, primę colūnę, figurę ſequētis, cōtinētis lineares, & ſuperficiales menſuras, in tres colūnas diuiſę, quarū prima colūna continet perticas ſimplices cōputādas, ſecūda perticas duplices cōputatas, tertia mēſuras ſuperficiales, ex linearibus cōputatis productas. In ſecūda vero camera ſequēti, pono baſim a.g. & eſt 12. ordinē eundē ſemper ſeruādo, ponēdi baſim in ſcda camera, & cathetos in prima, et tertia cuiuſq; domus in tertia vero camera, pono cathetū e.f. & eſt 6. deinde qa in pūcto g. nullus eſt cathetus, pono o in prima camera, ſecūdę domus, deinde metior baſim g.h. & ſit 4. depono in ſcda camera, & in tertia cathetū h. i. & eſt 10. Deinde eoſdē 10. depono pro vno catheto in prima camera, tertiæ domus in ſecūda vero baſim h. k 6 & in tertia cathetū aliū k.l. & eſt 3. relinquēdo reliquum pro ſequēti domo, deinde pono cathetū k.m. et eſt 6. in prima camera, quartę domus, & baſim k. m. & eſt 10. in ſecūda, & in tertia cathetū n.o. 4. relinquēdo reliquum vſq; ad p pro domo ſequenti, deinde totū cathetū n.p 8. pono in p^{a} camera, 5^{e} domus, baſim vero n.q.6. in 2^{a} et cathetū o in 3^{a} Deinde in p^{a} camera ſextę domus, pono o, qa nullus eſt cathetus, & in ſecunda baſim q.r.4. in tertia vero cathetū r.ſ.4. Deinde eundē cathetū 4. pono iterum in prima camera ſeptimę domus, & in ſecūda baſim r.t. 10. & in tertia cathetū t. u. 4.

Pro menſura 2^{i} lateris, pono b.x. 10. in p^{a} Camera, octauę domus, pro catheto, in 2^{a} baſim b.d. 60. & in 3^{a} o. quia nullus eſt cathetus.

Pro tertio latere, pono o. in p^{a} Camera, nonę domus, qa ibi nullus eſt cathetus, in puncto d. & in 2^{a} baſim c d. 48. & in 3^{a} cathetū c y. 8.

Deinde metior trigonum 4^{i} lateris incipiendo a puncto &. vbi nullus eſt cathetus, ideo pono o in prima Camera, decimę domus, & in ſecunda baſim &. a. 72. & in tertia cathetum z y. 8.

Tandem facio domum vndecimam quatuor camerarum in quibus colloco menſuras quatuor laterum tetragoni a.b. c. d. in prima, pono a. b. 47. br. 5. in ſecunda b. d. 59. br. 4. in tertia d. c. 48. br. 1. in quarta a.c. 60 br. 2. vt in figura.

His peractis reduco ſingulas tres menſuras, vel quatuor cuiuſlibet domus primę columnę, ad duas in ſecunda columna, vbi mēſurę computatæ

putatæ trāſferūtur, aggregando ſemper p.^{am} cū 2.^{a} & aggregatū dimidiando, excepto vbi quatuor ſunt cameræ, quod p.^{a} aggregatur cū 3.^{a} & 2.^{a} cum 4.^{a} & deinde aggregata dimidiantur, ſubinde transferūtur ad 2.^{am} columnam dimidiando dimidium, vt perticæ ſimplices ad duplices reducantur, ſubinde operando vt prius ad ſuperficiales menſuras reducuntur, & in tertia columna reponuntur, vt in figura.

	Meſuræ lineares cōputādæ perticarū ſimpliciū.	Mēſuræ lineares in perticas duplices computatæ.	Mēſuræ ſupficiales ex linearibus productæ.
1	0 br. 12 br. 6 br.	6 br. 1 br. 6	pt. t. 9 p. vn.
2	0 br. 4 br. 10 br.	2 br. 2 br. 6	pt. t. 5 p. vn.
3	10 br. 6 br. 3 br.	3 br. 3 br. 3	pt. t. 9 p. 9 vn.
4	6 br. 10 br. 4 br.	5 br. 2 br. 6	pt. t. 12 p. 6 vn.
5	8 br. 6 br. 0 br.	3 br. 2 br.	pt. t. 6 p. vn.
6	0 br. 4 br. 4 br.	2 br. 1 br.	pt. t. 2 p. vn.
7	4 br. 10 br. 4 br.	5 br. 2 br.	pt. t. 10 p. vn.
8	10 br. 60 br. 0 br.	30 br. 2 br. 6	pt. 3 t. 3 p. vn.
9	0 br. 48 br. 8 br.	24 br. 2 br.	pt. 2 t. p. vn.
10	0 br. 72 br. 8 br.	36 br. 1 br.	pt. 3 t. p. vn.
11	47 br. 5 59 br. 4 48 br. 1 60 br. 2	30 br. 24 br.	pt. 30 t. p. vn.

ſumma pt. 40 t. 9 p. 3 vn.

Pro menſura autem æquilaterarum, atque æquiangularum figurarum, ſcias primo, ex diametro circuli circunſcribentis talem figuram inuenire latus ex tabula.

Latus trigoni	8660	*Latus decagoni*	3090
Latus quadrati	7071	*Latus vndecagoni*	2817
Latus pentagoni	5878	*Latus duodecagoni*	2588
Latus hexagoni	5000	*Latus tredecagoni*	2394
Latus heptagoni	4339	*Latus quatuordecagoni*	2225
Latus octogoni	3827	*Latus quindecagoni*	2079
Latus nonanguli	3420	Diameter circuli	10000

Cognita diametro, ſi vis latus figuræ inſcriptibilis, duco diametrum circuli dati in numerum figuræ, huius, & ex producto probijcio quatuor litteras, a dextra reſiduum eſt latus quæſitum, & litteræ abiectæ ſunt partes de 10000.

Exemplum, ſit circulus, cuius diameter ſit 13. quæro latus vndecagoni in eo inſcriptibilis, duco 13. diametrum, in 2817. numerum figuræ, fit 36621. abijcio quatuor litteras, reſtat $3\frac{6621}{10000}$.

Pro menſura trigoni æquilateri, duco quadratum lateris in 13, & productum, diuido per 30, quod exit eſt area, vt ſit latus 6. quadratum eſt 36. duco in 13. fit 468. diuido per 30. exit $15\frac{3}{5}$ *area.*

Pro quadrato, quadro latus vnum, exit area.

Pro pentagono, duco quadratum lateris in 5056. & productum, diuido per 2939. exit area.

Pro hexagono, duco quadratum lateris in 13. & productum diuido per 5. exit area.

Pro heptagono, duco quadratum lateris in 34190. & productum diuido per 9413. exit area.

Pro octogono, duco quadratum lateris in 11780. & productum diuido per 2441. exit area.

Pro nonangulo, duco quadratum lateris in 18075. & productum diuido per 2924.

Pro decagono, duco quadratum lateris in 285315. & productum diuido per 37082.

Pro vndecagono, duco quadratum lateris in 14856. & productum diuido per 1587.

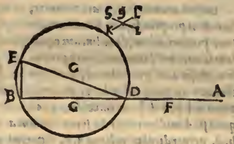
Pro duodecagono, duco quadratum lateris in 37485. & productum diuido per 3349.

Pro tredecagono, duco quadratum lateris in 7552. & productum diuido per 752.

Pro quatuordecagono, duco quadratum lateris in 7586. & productum, diuido per 495.

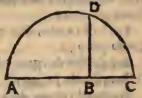
Pro quindecagono, duco quadratum lateris in 635. & productum, diuido per 36.

Habita area inueſtigamus diametrum circuli, vel latus figuræ, per operationem conuerſam, vt ſit area circuli 78 $\frac{4}{7}$. duco in 14. fit 1100. diuido per 11. exit 100. quadratum diametri, latus eſt 10. diameter quæſita.

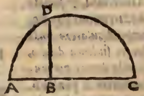


Data linea, & puncto in extremitate ſignato, perpendicularem inde ducere ſit linea data a. b. volo ducere perpendicularem a puncto b. pono vnum pedem circini in puncto b. & alium extendo extra lineam a. b. & firmo vtpote in puncto c. & alium in puncto b poſitum voluo, ſignando circulum d. e. b. ſecantem lineam a. b. in puncto d. & tranſeuntem per punctum b. deinde duco lineam rectam a puncto d. tranſeuntem per centrum c. & ſecantem circulum in puncto e. tandem lineam rectam e. b. quæ perpendiculariter, cadit ſuper lineam a. b. in puncto b. per trigeſimamtertiam tertij Euclidis cuius hæc ſunt verba. Si rectilineus angulus in ſemicirculo ſupra centrum conſiſtat, rectus eſt.

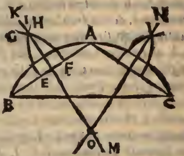
Si vero perpendicularem vis a puncto d. pono pedem circini in puncto d. & vtrinque ſumo punctos æquediſtantes f. & g. deinde pono pedem circini in puncto f. & alium extendo ad punctum g. & voluo ſignando partem circuli k. l. deinde transfero pedem circini in puncto g. & alium voluo ſignando partem circuli h. i. ſecantem priorem in puncto q. tandem duco lineam rectam a puncto q. ad punctum d. quæ perpendiculariter cadit ſuper lineam a. b. in puncto d.



Datam figuram augere in propria forma, ſecũdum datam proportionem. Duco lineam æqualem lateri, vel diametro figuræ augendæ, & ſit a. b. deinde eam protraho ad duplum, ſi volo duplare, vſque ad punctum c. ita quòd linea b. c. addita ſit dupla lineæ a. b. deinde duco ſemicirculum a. d. c. tandem lineam b. d. perpendicularem lineæ a. c. quam oportuit inueſtigare, nam eius quadratum eſt duplum quadrato lineæ a. b. quia lineæ a. b. b. d. & b. c. ſunt continuæ proportionales, per nonam ſexti Euclidis.



Datam econuerſo figuram minuere, in eadem propria forma ſecundum datam proportionem, duco lineam ęqualem lateri, vel diametro figuræ propoſitæ, & ſit a. b. protraho vſque ad punctum c. ita quòd linea b. c. ſit dimidium vel $\frac{1}{3}$. *vel* $\frac{1}{4}$. *ac deinceps, pono quòd ſit dimidium deſcribo ſemicirculum a. d. c. tandem duco lineam b. d. perpendicularem lineæ a. c. dico eius quadratum eſſe dimidium quadrati lineæ a. b. a conuerſo nonæ ſexti.*



Poſitis tribus punctis b. a. c. eos in circunferentiam ducere, & conſequenter centrum circuli inueſtigare, duco lineas rectas a. b. & a. c. & eas in æqua diuido, & in medio, pono vnum pedem circini, & cũ alio ſumo vtrinque punctos æquediſtantes e. & f. deinde pono pedem circini in puncto e. & alium extendo ad punctum f. & voluo ſignando partem circuli g. f. deinde cum eadem apertura, pono vnum pedem in puncto f. & alium voluo ſignando arcum h. e. ſecantem priorem in puncto i. idem operor in linea a. c. deinde duco lineas l. k. & m. n. ſe ſecantes in puncto o.

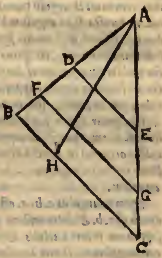
ſto o. dico, quòd punſtus o eſt centrum circuli circunſcribentis eadem tria puncta.

Hæc regula eſt memoriæ tenenda, quia ea ſæpe vtimur in diuiſione alluuionis ad dimidiandum angulos, confinium, pro inueſtiganda hypotenuſa.

Poſt menſuras ſuperficiales ſolent geometræ diuiſionem ſuperficierum multilaterarum (nam curuilineæ proportionalem diuiſionem non admittunt, quia incommenſurabiles ſunt) pro indiuiſo communium, a dato puncto, in angulo, vel in latere, vel intra ſuperficiem aſſignato, ſecundum datam proportionem cuiuſque domini, in tota ſuperficie, vt in qualibet eius parte, & partis parte proponere. Et tamen adhuc rem ſatis per eos abſolutam non memini legiſſe.

At iureconſulti in titulo de acquirendo rerum dominio, & præcipue Caius in lege adeo, ſuperficiem pro diuiſo communem, hoc eſt alluuionem, non a dato puncto, ſed a datis lineis hoc eſt frontium latitudinibus diuiſam intendunt, ſecundum datam proportionem cuiuſque latitudinis frontis, cuiuſque prædij, cuiuſque domini, non totam tamen, ſed tantum illam partemque contra frontes cuiuſque prædij, cuiuſque domini processit, quod ſimiliter adhuc a nemine ſatis explicatum vidi.

Pro communibus, pro indiuiſo a triangulo exordiendum.



Datum triangulum in quotuis partes a puncto a, per æquidiſtantem lineæ b. c. diuidere, vel quotamnis partem ab eo abſcindere. Volo primo abſcindere tabulas 5. accipio aream totius trianguli a. b. c. & eſt tabulæ 21. cuius latus a. b. eſt perticæ duplices lineares 6. latus b. c. 7. latus a. c. 9. quadro a. b. fit 36. duco 36 in tabulas 5. aream quærenda, fit 180. diuido per totam aream 21. exit $8\frac{4}{7}$. Radix eſt longitudo a puncto a. ad punctum d. deinde quadro a. c. fit 81. duco in tabulas 5. fit 405.

diuido

diuido per 21. exit $19\frac{2}{3}$. Radix eſt diſtantia a puncto a. ad punctum e. produco lineam d. e. eritque triangulus a. d. e. 5.

Quòd ſi vis abſcindere $\frac{1}{3}$. vel $\frac{1}{4}$. quadro latera continentia punctum a. & ſunt 6. & 9. fit 36. & 81. diuido per 3. ſi vis $\frac{1}{3}$. vel per 4. ſi vis $\frac{1}{4}$. ac deinceps, vt diuido 36 per 3. exit 12. & 81. per 3. exit 27. igitur latus auferendum a. d. eſt ℞. 12. & latus a. e. ℞. 27.

Si vero vis quantitatem linearum d. e. & f. g. quadro latus b. c. 7. fit 49. ſumo $\frac{1}{3}$. ſi diuiſio eſt facta in $\frac{1}{3}$. & eſt $16\frac{1}{3}$. & ℞. $16\frac{1}{3}$. eſt linea d. e.

Quòd ſi vis abſcindere tabulas 7. per lineam a. h. ſcias primo quantitatem areæ a. b. c. quæ eſt ℞. 460. hoc eſt tabulæ 21. duco baſim 7. in tabulas 7. fit 49. diuido per 21. exit $2\frac{1}{3}$. igitur menſurabis a puncto b. ad punctum h. $2\frac{1}{3}$ produco lineam a. h. & erit triangulus a. b. h. tabulæ 7.

Et ſi a puncto a. ad punctum b. velis abſcindere $\frac{1}{3}$. vel $\frac{1}{4}$. abſque areæ inueſtigatione, ſufficit diuidere b. c. in tot partes, in quot vis diuidere aream per primam cum tertia ſexti Euclidis.

Si vero partitio a puncto in latere aſſignato facienda proponatur, vtpote a puncto e. transformo triangulum, datum in aliam trianguli formam dato æqualem, ita vt punctus in latere dati trianguli aſſignatus, remaneat in angulo transformati, duco igitur lineam rectam ab eodem puncto e. ad angulum b oppoſitum, quæ triangulum datum in duos diſtinguit, quia omnis figura multilatera in triangulũ ſibi æqualem transformanda, eſt prius tota in triangulos diſtinguenda, a puncto vnde trahi proponitur diuiſio, ducendo lineas rectas ab eodẽ puncto ad ſingulos angulos oppoſitos, ſiue punctus aſſignatus ſit in angulo, ſiue in latere, ſiue in ſuperficie intra figuram.

Hac igitur figura per lineam e. b. in duos triangulos diuiſa, duco lineam aliam a puncto a. æquediſtantem lineæ e. b. quæ baſi c. b. protractæ occurrat in puncto vtpote i. tandem aliam a puncto e. ad punctum i. quæ triangulum a. b. c. transformat in triangulum c. e. i. æqualem.

Nam triangulus e. b. a. eſt æqualis triangulo e. b. i. quia ſuper eadem baſi e. b. & inter eaſdem parallelas e. b. & a. i. per trigeſimam ſeptimam primi Euclidis, & addito vtrique triangulo communi e. b. c. triangulus e. c. i. erit æqualis triangulo a. b. c. ſecetur igitur baſis c. b. i. in datam proportionem, hoc eſt in æqua, ſiue in duas, vel tres

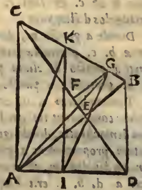
partes,

partes, ac deinceps, & a ſectionis puncto ad punctum e linea diuidens ducatur, & factum erit quod proponebatur, ſi ſectio baſis ſit facta inter b. & c. ſi vero inter b. & i. non, niſi pars deficiens ſuppleatur hoc modo, duco a puncto ſectionis inter b & i, lineam parallelam lineis e.b. & a.i. vſqueque ſecet latus b. a. trianguli dati, in puncto vtpote k. tandem aliam a puncto k. ad punctum e. quæ linea k. e. triangulum datum a. b. c. diuidit ſecundum datam proportionem. Nam tringulus e. k. b. eſt æqualis triangulo e. k. l. quare reliquum reliquo, ſcilicet triangulus a. k. e. triangulo e. i. l. & propterea quadrilaterum e. k. b. c. æquale triangulo e. l. c. triangulus igitur a. k. e. ad quadrilaterum k. b. c. e. eſt vt triangulus e. i. l. ad triangulum e. l. c. hoc eſt tertia pars, quæ eſt proportio data. Et licet lineę a. i, i. l, l. k, k. e, i. e, l. e, & l. b, non ſint lineatæ in figura, tamen facile poſſunt lineari, acuendo ingenium.

Diuiſio per æquediſtantem lateri b. c. fit etiam cum linea media proportionali vni ex reliquis lateribus, vt in figura ſuperiori minuente figuram quamlibet.

Quadrangulum laterum tam inæqualium, quàm æqualium in æqua cum linea recta diuidere, & primo ab angulo a. duco lineas a. b. & c. d. ſe ſecantes in puncto e. deinde diuido lineam c. d. in ęqua, in puncto f. & duco lineam f. g. ęquediſtantem lineę a. b. tandem lineam a. g. quæ in æqua diuidit figuram a puncto a.

Si a puncto i. duco lineam i. g. deinde a. k. ęquediſtantem i. g. tandem i. k. quę in ęqua figuram diuidit a puncto i.



Si in tres æquas partes, eodem modo operor, diuidendo lineam d. c. in tres æquas partes, ac deinceps, hęc eſt Tartalę regula, quæ in traſcendendo a linea d. b. in lineam b. c. difficultatem parit.

Ego transformo quadangulum in æqualem triangulum figuram ipſam in duos prius triangulos diſtinguendo ſecundum præmiſſa, cum

cum linea a. b. deinde duco eidem lineæ a. b. parallelam a puncto c. quæ lineæ d. b. protractæ occurrat, vtpote in puncto l. tandem a puncto a. ad punctum l. duco lineam rectam, quæ triangulum claudit a. d. l. quadrilatero a. d. b. c. æqualem, quia pars quadrilatero ablata, hoc eſt triangulus a. b. c. eſt æqualis parti additæ, quæ eſt triangulus a. b. l. nam vterque ſuper eadem baſi a. b. & inter eaſdem parallelas a. b. & c. l. Diuido igitur baſim d. b. l. in quamcunque datam proportionem, & a puncto diuiſionis ad punctum a, duco lineam diuidentem, & in eadem proportione ſuperficies quadrilateri a. c. b. d. erit diuiſa, niſi quando linea diuidens ſecat baſim d. b. l. inter b & l. quo caſu pars deficiens ſuppletur, vt in figura triangulari, ducendo a puncto ſectionis lineam parallelam lineis a. b. & c. l. vſquequo ſecet latus quadrilateri b. c. in puncto vtpote n. Tandem duco lineam n a. quæ quadrilaterum a. c. b. d. a puncto a diuidit vt proponebatur, rationibus in triangulari figura adductis.

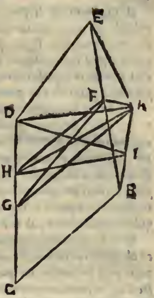
A puncto vero i. quadrilaterum ipſum in æqualem triangulum ſic transformo, duco lineas ab eodem puncto i. ad angulos oppoſitos b & c. & ſunt i. b. & i. c. quæ quadrilaterum in tres triangulos diſtinguunt.

Deinde a puncto a, duco lineam parallelam lineæ i. c. quæ, lineæ b. c. protractæ occurrat in puncto, vtpote o. Et ab altera parte a puncto d. aliam parallelam lineæ i. b. quæ occurrat baſi c. b. protractæ in puncto vtpote p.

Tandem lineas i. o. & i. p. quæ cum baſi p. b. c. o. triangulum componunt toti quadrilatero a. d. b. c. æqualem rationibus demonſtratis, diuido igitur baſim p. b. c. o. in quamcunque datam proportionem a puncto ſectionis ad punctum i. ducendo lineam diuidentem, & in eadem proportione ſuperficies quadrilateri a. d. b. c. erit diuiſa, niſi quando linea diuidens ſecat baſim, inter puncta o. c. & p. b. quo caſu ſuppletur pars deficiens, vt prius.

Penta-

Pentagonum vtcunque in æqua diuidere, ſecundum Tartaleam ab angulo a. duco ei ſubtendentem e. b. pentagonum in triangulum e. b. a. & quadrilaterum e. b. c. d. diſtinguendo. Deinde ſubtendentem b. e. in ęqua in puncto f. diuido deinde c. d. oppoſitam in puncto g. & ſic tota figura ſecundum Tartaleam eſt in æqua diuiſa, cum lineis a. f. & f. g. deinde duco lineam rectam a. g. & aliam ei æquediſtantem f. g. quę pentagonum totum in ęqua diuidit a puncto a.



At a puncto i in latere aſſignato figuram ipſam in æqua ſic diuido, ſecundum eundem Tartaleam, duco lineam i. b. deinde lineam a. d. ei æquediſtantem, tandem i. d. quæ pentagonum in ęqua diuidit, quando diuiſio prima a puncto a eſt legitima, & ſecunda a puncto i non pręterit angulum d.

Ego pentagonum in æqualem triangulum transformo vt prius, duco lineas rectas vnam ad punctum c. alteram ad punctum d. ab eodem puncto a. quę pentagonum in tres triangulos diſtinguunt, deinde a puncto b aliam parallelam lineæ a. c. quæ baſi d. c. protractæ occurrat in puncto vtpote l. & alteram a puncto e. parallelam lineæ a. d. quæ eidem baſi c. d. ab altera parte protractæ, occurrat in puncto vtpote k. tandem vtrinque lineas a. k. & a. l. quæ cum baſi l. c. d. k. triangulum a. k. l. componunt, toti pentagono æqualem, rationibus præmiſſis.

Diuido igitur baſim k. l. ſecundum datam proportionem, & a puncto ſectionis ad punctum a. duco lineam diuidentem, & in eadem proportione ſuperficies pentagoni erit diuiſa, niſi quando linea diuidens ſecat baſim inter puncta l. c. & d. k. quo caſu pars deficiens ſuppletur vt prius.

Et licet lineæ omnes non ſint lineatę cum atramento, tamen quia verba lineas ſatis declarant facile lineabuntur, acuendo ingenium.

Hexagonum & Heptagonum in triangulum a puncto in angulo, vel in latere aſſignato transformo eadem arte, & eodem operandi modo, vt in præmiſſis figuris faciendo ab vna, ſiue a duabus tot additiones, quot ſunt trianguli figuræ addendi, ſi vero diuiſio ſit facienda a puncto in ſuperficie, intra figuram aſſignato, addendo omnes figuræ triangulos ab vna parte, tunc procedo modo ſequenti.

Sit figura hexagono æquilatera, & æquiangula, volo eam diuidere ſecundum datam proportionem a puncto in centro aſſignato, eam augendo ab vno tantum latere, quantum in totum a reliquis minuitur, diſtinguo prima figurã in ſex triangulos, ducendo lineas rectas a centro ad ſingulos angulos oppoſitos. Deinde latus vnius trianguli extrinſecus, protraho ab vna tantum parte, pro baſi trianguli componendi æqualis hexagono, vſque quo baſis, ipſa omnes ſex triangulorum additiones, ab eadem parte capere poſſit.

Deinde addo triangulum ab vna parte ſequentem, hoc modo, duco ab angulo exteriori ſecundi trianguli, oppoſito lateri interiori communi cum primo lineam parallelam lateri ipſi communi, vſquequo ſecet baſim communem omnium protractam, vt prius, deinde ab eodem ſectionis puncto, aliam rectam ad centrum hexagoni, quæ triangulum æqualem ~~quator~~ hexagoni triangulis componit, ſi diuiſio cadit inter baſim primi trianguli, & hanc ſectionem linea diuidens ducitur æquediſtanter inter parallelas, vſque ad latus hexagoni, & inde ad centrum, vt in alijs. duobus

Deinde tertium triangulum, ſic addo, duco lineam ab angulo exteriori tertij trianguli, oppoſito lateri interiori communi cum ſecundo, vſquequo occurrat lateri exteriori ſecundi trianguli, protracto, deinde aliam parallelam lateri exteriori tertij trianguli, vſquequo ſecet baſim communem omnium, & inde lineam rectam ad centrum hexagoni, quæ triangulum æqualem tribus hexagoni triangulis componit, ſi linea diuidens, cadit in hac additione, in qua ſunt duo ordines parallelarum, ducitur primo æquediſtanter a ſectione baſis inter primum ordinem parallelarum, ſubinde etiam æquediſtanter inter ſecundum, vſque ad latus hexagoni, tandem ad centrum vt prius.

Deinde quartum ſic addo, duco ab angulo exteriori trianguli quarti, oppoſito lateri interiori communi cum tertio parallelam ipſi lateri communi, vſquequo occurrat lateri exteriori, tertij trianguli protracto, & inde aliam parallelam lateri exteriori quarti trianguli,

vſquequo

vſquequo occurrat lateri exteriori ſecundi trianguli protracto, & inde aliam parallelam lateri exteriori tertij trianguli, vſquequo ſecet baſim communem omnium, & a ſectione aliam rectam ad centrum hexagoni, quę triangulum æqualem quatuor hexagoni triangulis componit. In hac additione, vbi ſunt tres ordines parallelarum linea diuidens ducitur a ſectione baſis æquediſtanter inter primum ordinem, deinde æquediſtanter inter ſecundum, deinde æquepiſtanter inter tertium, vſque ad latus hexagoni, tandem a latere ad centrum.

Deinde quintum ſic addo, duco lineam ab angulo exteriori trianguli quinti, oppoſito lateri interiori communi, cum quarto parallelam ipſi lateri communi, vſquequo occurrat lateri exteriori, quarti trianguli protracto, & inde aliam parallelam lateri exteriori, quinti trianguli, vſquequo occurrat lateri exteriori tertij trianguli protracto, & inde aliam parallelam lateri exteriori quarti trianguli, vſquequo occurrat lateri exteriori ſecundi trianguli protracto, & inde aliã parallelam lateri exteriori tertij trianguli, vſquequo ſecet baſim communem omnium, & ab ipſa ſectione, aliam rectam ad centrum, quę triangulum ęqualem quinque hexagoni triangulis componit. In hac additione vbi ſunt quatuor ordines parallelarum linea diuidens, ducitur a ſectione baſis ęquediſtanter inter primum ordinem, deinde ęquediſtanter inter ſecundum, deinde ęquediſtanter inter tertium, deinde ęquediſtanter inter quartum, vſque ad latus hexagoni, tandem a latere ad centrum.

Deinde ſextum, ſic addo, duco lineam ab angulo exteriori trianguli ſexti oppoſito lateri interiori, communi cum quinto parallelam ipſi lateri communi, vſquequo occurrat lateri exteriori quinti trianguli protracto, & inde aliam parallelam lateri exteriori ſexti trianguli, vſquequo occurrat lateri exteriori quarti trianguli protracto, & inde aliam parallelam lateri exteriori quinti trianguli, vſquequo occurrat lateri exteriori tertij trianguli protracto, & inde aliam parallelam lateri exteriori quarti trianguli, vſquequo occurrat lateri exteriori ſecundi trianguli protracto, & inde aliam parallelam lateri exteriori tertij trianguli, vſquequo ſecet baſim omnium communem, & inde a ſectione ipſa aliam ad centrum hexagoni, quæ hexagonum totum in ęqualem triangulum transformat. In hac vltima additione, vbi ſunt quinque ordines parallelarum linea diuidens ducitur a ſectione baſis æquediſtanter inter primum ordinem, deinde

ęquediſtanter inter ſecundum, deinde ęquediſtanter inter tertium. Deinde ęquediſtanter inter quartum. Deinde ęquediſtanter inter quintum, vſque ad latus hexagoni, tandem a latere ad centrum.

Potuiſſet etiam hexagonum ab vtraque parte addendo in triangulum ęqualem transformari, eadem artę, & vt in prioribus figuris demonſtratum eſt.

Sciendum tamen, quòd quando latus oppoſitum angulo, a quo trahitur linea æquediſtans, non eſt commune eum præcedenti triangulo, eo caſu triangulus ipſe non poteſt transferri a contraria parte, vna cum reliquis, vt in hexagono operatum fuit, imo eo caſu debet addi ab illa parte, vbi reperitur, ſicut in figura quadrilatera factum fuit.

Tractatus Alluuionis.

CIrca diuiſionem rerum, quæ fluminis impetu, receſſu, vel diminutione nobis acquiruntur, plurimum operæ, & ſudoris contulerunt, tam mathematici, quàm, recentiores iuris interpretes. Cum enim ſit materia partim geometrica, partim ciuilis, vtramque eum alteri iureconſulti dexteritate tanta communicant, vt dubium ſit maior in illis artis peritia, an iuris prudentia fuerit, ſed diuiſionem ipſam paucis indicare, velut intelligentibus ſatis eſſe putarunt, qui mos antiquus, ac peculiaris habetur in diſciplinis. Vnde res cum ſui natura, tum iuris commixtione difficilis, traditionis quoque compendio, fit obſcurior, ita vt a multis certior regula, & clarior doctrina non iniuria deſideretur.

Ego gratum, & vtile facturum omnibus cenſui, ſi quod de huiuſmodi diuiſione ſentio, promulgare non dubitarem; quod tamen ita promulgabitur, vt facile patiar, imo ſumopere cupiam ab alijs reprehendi, vbi melior ſententia prodibit, ſed antequam ad rem deueniam neceſſarium fore duxi in primis transcribere, leges libri quadrageſimiprimi digeſtorum, tituli de acquirendo rerum dominio, ad inſtituti propoſitum facientes, vt tractatus hic ſuas ſibi gerat probationes in fronte, & nonnulla nomina explicare, in quibus ars & vniuerſa lex pendet ne lector eorum obſcuritate confundatur, vel ego idem ſæpius repetere cogar, nam geometra copia verborum non ludit, propterea, quòd definita ſunt in arte vocabula, quorum termi-

nos egredi non eſt legitimum, & in ijs primo gradu certitudinis omnia conſtant. Leges ipſe ſunt hæ.

Caius primum, legis caput eſt. Adeo.

Præterea quod per alluuionem agro noſtro flumen adiecit iure gentium nobis acquiritur.

Per alluuionem autem id videtur adijci, quòd ita adijcitur, vt intelligere non poſſimus, quantum quoque temporis momento adijciatur.

Quòd ſi vis fluminis partem aliquam ex tuo prædio detraxerit, & meo prædio appulerit, palam eſt eam tuam permanere.

Plane ſi longiore tempore fundo meo hæſerit, arboresque quas ſecum traxerat, in meum fundum radices egerint, ex eo tempore videntur fundo meo acquiſitæ eſſe.

Inſula, quæ in mari naſcitur, quod raro accidit, occupantis fit, nullius enim eſſe creditur. At in flumine nata quod frequenter accidit, ſi quidem mediam fluminis partem tenet, communis fit eorum, qui ab vtraque parte fluminis prope ripam prædia poſſident, pro modo latitudinis cuiuſque prædij, quę latitudo prope ripam ſit.

Quòd ſi alteri parti proximior ſit, eorum eſt tantum, qui ab ea parte prope ripam prędia poſſident.

Quòd ſi ex vno latere proruperit flumen, & alia parte nouo alueo fluere cœperit, deinde infra nouus iſte riuus, in veterem ſe conuerterit, ager qui a duobus riuis comprehenſus in formam inſulę redactus eſt, eius eſt ſcilicet cuius & fuit. Quòd ſi toto naturali alueo relicto, flumen alias fluere cœperit, prior quidem alueus eorum eſt, qui ab vtraque parte prope ripam prędia poſſident, pro modo ſcilicet latitudinis cuiuſque prædij, quæ latitudo prope ripam ſit, nouus autem alueus eius incipit iuris eſſe, cuius & ipſum flumen, id ſt publici iuris gentium.

Quòd ſi poſt aliquod tempus, ad priorem alueum reuerſum fuerit flumen, rurſus nouus alueus eorum eſſe incipit, qui prope ripam eius prędia poſſident.

Si cuius tamen nouus alueus totum agrum occupauerit, licet ad priorem alueum reuerſum fuerit flumen non tamen is cuius ager fuerat, ſtricta ratione quicquam in eo alueo habere poteſt, quia & ager ille, qui fuerat deſijt eſſe, amiſſa propria forma.

Et qui

Et qui vicinum prædium nullum habet, non poteſt vicinitatis ratione vllam partem in eo alueo habere, ſed vix eſt vt id obtineat. Aliud ſane iuris eſt, ſi cuius ager totus inundatus fuerit, nam inundatio ſpeciem fundi non mutat, & ob id cum receſſerit aqua, palam eſt eiuſdem eſſe, cuius & fuit.

Caliſtratus.

Lacus & ſtagna licet interdum creſcant, interdum exareſcant, ſuos terminos tamen retinent, ideoque in his ius alluuionis non agnoſcitur.

Paulus.

Inter eos qui ſecundum vnam ripam prędia habent, inſula in flumine nata non pro indiuiſo communis fit, ſed regionibus quoque diuiſis, quantum enim ante cuiuſque eorum ripam eſt, tantum (veluti linea in directum per inſulam tranſducta) quiſque in ea habebit certis regionibus.

Pomponius.

Ergo ſi inſula nata accreuit fundo meo, & partem inferiorem fundi vendidero, ad cuius frontem inſula non reſpicit, nihil ex ea inſula pertinebit ad emptorem, ex eadem cauſa, quia nec ab initio quidem eius fieret, ſi iam tunc cum inſula naſceretur, eius partis dominus fuiſſet, Celſus filius.

Si in ripa fluminis, quæ ſecundum agrum meum ſit, arbor nata ſit, meam eſſe ait, quia ſolum ipſum meum priuatum eſt, vſus autem eius publicus intelligitur. Et ideo cum exſicatus eſſet alueus proximiorum fit, quia iam populus eo non vtitur, Pomponius Tribus modis inſula in flumine fit. Vno modo cum agrum, qui aluei non fuit, amnis circunfluit. Altero cum locum, qui aluei eſſet ſiccum, reliquit, & circunfluere cœpit. Tertio cum paulatim coalluendo locum eminentem ſupra alueum fecit, & eum alluendo auxit. Duobus poſterioribus modis priuata inſula fit eius cuius ager propior fuerat, cum primum extitit. Nam natura fluminis hæc eſt, vt curſu ſuo mutato, alueí cauſam mutet. Nec quicquam interſit, vtrum de aluei duntaxat ſolo mutato, an de eo, quod ſuperfuſum ſolo veteri ſit quęratur, vtrunque enim eiuſdem generis eſt. Primo autem illo modo, cauſa proprietatis non mutatur. Alluuio agrum reſtituit eum, quem impetu fluminis totum abſtulit. Itaque ſi ager qui inter viam publicam, & flumen fuit, inundatione fluminis occupatus eſt, ſiue

paulatim

paulatim occupatus eſt, ſiue non paulatim, ſed impetu eodem receſſu fluminis reſtitutus eſt, ad priſtinum dominum pertinet flumina enim cenſitorum vice funguntur, vt ex priuato in publicum adducant, & ex publico in priuatum. Itaque ſicut hic fundus, cum alueus fluminis factus eſſet, fuiſſet publicus, ita nunc priuatus eſſe debet eius, cuius antea fuit.

Alphenus.

Actius fundum habebat ſecundum viam publicam, vltra viam publicam flumen erat, & ager Lucij Titij, flumen fluit paulatim, primum omnem agrum, qui inter viam, & flumen eſſet ambedit, & viam ſuſtulit, poſtea rurſus minutatim receſſit, & alluuione in antiquum locum rediјt. Reſpondit. Cum flumen agrum, & viam publicam abſtuliſſet, eum agrum eius factum eſſe, qui trans flumen fundum habuiſſet. Poſtea cum paulatim retro rediјſſet, ademiſſe ei, cuius factus eſſet, & addidiſſe ei, cuius trans viam eſſet, quoniam eius fundus proximus flumini eſſet. Id autem quod publicum fuiſſet, nemini accreuiſſe. Nec tamen impedimento viam eſſe, ait, quoniam ager qui trans viam alluuione fluminis relictus eſſet, Actij fieret. Nam ipſa quoque via fundi eſſet.

Florentinus.

In agris limitatis ius alluuionis locum non habet. Idemque & D. Pius conſtituit. Et Trebatius ait. Agrum qui hoſtibus deuictis, ea conditione conceſſus ſit, vt in ciuitate veniret, alluuionem habere.

Agrum autem mancipatum limitatum fuiſſe, vt ſciretur quod cuique datum eſſet, quodque veniſſet, & quid in publico relictum eſſet.

Proculus.

Inſula eſt nata in flumine, contra frontem agri mei, ita vt non excederet longitudo regionem prędij mei, & poſtea aucta eſt paulatim, & proceſſit contra frontem, & ſuperioris vicini, & inferioris. Quęro quod accreuit, vtrum meum ſit? quoniam meo adiunctum eſt, an eius iuris ſit, cuius eſſet, ſi ab initio nata, eius longitudinis fuiſſet. Proculus Reſpondit. Flumen iſtud in quo inſulam contra frontem agri tui natam eſſe ſcripſimus, ita vt non excederet longitudinem agri tui, ſi alluuionis ius habeat, & inſula in initio propior fundo tuo fuit, quam eius, qui trans flumen habeat, tota tua facta eſt. Et quod poſtea ei inſulę alluuione acceſſit, id tuum eſt, etiam

ſi ita

ſi ita accreuiſſet, vt procederet inſula contra frontem vicinorum ſuperioris, vel inferioris, vel etiam vt propior eſſet fundo eius, qui trans flumen habet. Item quęro, ſi cum proprior ripę meę eſt nata inſula, & poſtea totum flumen intercream, & inſulam fluere cœpit, relicto ſuo alueo, quo maior amnis fluxerat, nunquid dubites, quin inſula mea maneat? & nihilominus eius ſoli, quod flumen reliquit pars fiat mea? rogo te quid ſentias reſcribas mihi. Proculus reſpondet.

Si cum fundo meo propior initio fuiſſet inſula, flumen relicto alueo maiore, qui inter eam inſulam fuerat, & cum fundum vicini, qui trans flumen erat, fluere cœperit inter eam inſulam & fundum tuum: nihilominus inſula tua manet, ſed alueus, qui fuit inter eam inſulam & vicini fundum, medius diuidi debet, ita vt pars propior inſulę tuę, tua ſit, pars autem propior agro vicini, eius eſſe intelligitur, intelligo enim, vt cum ex altera parte inſulę, alueus fluminis exaruerit, deſijſſe inſulam eſſe, ſed quo facilius res intelligeretur, cum agrum qui inſula fuerat, inſulam appellaſti.

Labeo primum legis caput eſt. Si Epiſtolam.

Si inſula in flumine nata propria tua ſit, nihil in ea publicum eſt. Paulus imo in eo genere inſula eſt, quo ripa in flumine eſt. Et litora mari proxima publica ſunt, non ſecus atque in continenti agro, idem iuris eſt, ſi qua inſula in flumine publico proxima fundo tuo nata eſt, Paulus. Videamus ne hoc falſum ſit, de ea inſula, quæ non ipſi fluminis alueo adheret, ſed virgultis, aut qualibet alia leui materia, ita ſuſtinetur in flumine, vt ſolum eius non tangat, atque ipſa mouetur, hæc enim propemodum publica, ac ipſius fluminis eſt inſula. Paulus reſpondet. Si inſula in flumine nata tua fuerit, deinde inter eam inſulam, & contrariam ripam, alia inſula nata fuerit, menſura eo nomine erit inſtituenda a tua inſula, non ab agro tuo, propter quem ea inſula tua facta fuerit. Nam quid intereſt, qualis ager ſit? propter cuius propinquitatem poſterior inſula cuius ſit quęritur? Si id quod in publico natum eſt, aut ædificatum eſt, publicum eſt. Inſula quoque quæ in publico nata eſt, publica eſſe debet.

Nomina vero perpenſe explicanda ſunt hæc, ſcilicet, Flumen, Ripa, Alueus, Alluuio, Inſula, & frons.

Flumen eſt aqua continue (hoc eſt ſine interuallo) fluens per alueum

alueum, intra duas tantum ripas contentum, vnam cis, & alteram trans, ita intendit Paulus in d. l. inter eos, in verbis ſecundum vnam ripam, & in d. l. ſi epiſtolam, in verbis, inter eam inſulam, & contrariam ripam. Et Caius in d. l. adeo, in verbis, qui ab vtraque parte prope ripam. Fluminum aliud publicum, aliud priuatum, publicum eſt, quod non eſt priuatorum alicuius, ſed populo commune, vtpote quando populus eo vtitur, d. l. ergo, in verbo, alueus exſiccatus proximiorum fit, quia populus eo non vtitur. Et dicitur publicum, quaſi populicum, quia cuilibet de populo competit.

Inſt. de ſuſp. tut § conſequens, & ibi glo. in verbo, quaſi publicum.

Et licet, Caſſius in l. 1. §. item fluminum. ff. ne quid in flu. pub. dicat quòd flumen publicum eſt, quod perenne eſt, ego non intelligo perenne quo ad curſum aquæ tantum, ſed etiam quoad alueum, vt etiam ibidem glo. videtur affirmare, ita quòd aqua per eundem alueum fluere poſſit, quoties pluit, pro vſu & vtilitate circuncolentium populorum. Animaduertendo, quòd decem homines populum faciant x. q. 3. c. vnio. in glo.

Horum fluminum publicorum quædam ſunt naturalia, quædam induſtria & arte fabricata, vt foſſæ pernauigabiles excauatæ. Naturalia omnia ius habent alluuionis, hoc eſt dandi & auferendi, vt d. l. ergo, & d. l. inſula, Arte vero fabricata, minime.

Priuatum vero eſt, quod pro vſu fluit priuatorum, vt aquæductus & ſimilia. Riuus a flumine diſcernitur a magnitudine aut exiſtimatione circuncolentium. l. 1. §. 1. ff. de flu. exiſtimatio a memoria hominum, vel inſtrumentorum antiquorum dignoſcitur.

Flumen delineabitur in figurationibus noſtris pluribus lineis, & a ſiniſtra verſus dextram fluere ſupponitur.

Ripa eſt extremæ terræ ora, quę flumine alluitur, hoc eſt vt ait Vlpianus in l. 1. §. ripa. ff. de flu. id quod flumen continet, naturalem rigorem curſus ſui tenens. Et ea putatur eſſe, vt ait Paulus in l. pen. ff. eod. quæ pleniſſimum flumen continet, & ab adiacentibus agris in latioribus locis alicubi albido colore eſt differens, propter lapidum, & arenæ miſturam, & a flumine nuda retinetur. Et eſt alibi latior, alibi contractior, alicubi etiam latitudine nulla, vtpote cum prærupta crepidine flumen cohibetur, ne extra alueum ſe explicet, & initium ſumit a plano, vbi per atractionem aquæ incipit vergere, & terminatur ad aquam. l. 3. ff. eod. Hæc ripa ibi non lineatur,

 pro-

propter continuum motum, nam vel aquam accedentem præcedit, vel recedentem ſequitur alluuionem ad poſteriora relinquendo, vnde in omni alluuionis parte fuit, ita vt frontes plures ad vnicam reduxiſſe in dubio ſupponendum ſit, quando alluuio concauitatem plurium prædiorum impleuit. Ripa vero a flumine relicta, vbi ſumit initium alluuio, delineabitur in figurationibus noſtris triplici linea.

Alueus eſt venter fluminis, vt tenet Bart. & vulgo appellatur lectus, vel canalis fluminis. Alueus vero vicinis acquiſitus, eſt locus, ſolito curſu aquę carens; & intelligitur derelictus in bieme, hoc eſt quando flumen potius creſcit, quàm decreſcit, & etiam quòd aliquantulum aqua fluat per antiquum alueum, ſi tamen ſit ita modica, quod fluminis nomen perdiderit, quod ex opinione circuncolentium dignoſcitur, l. 1. §. 1. ff. de flu. requiritur igitur quòd flumen veterem alueum reliquerit, & per alium locum perfecte fluat. d. l. adeo. §. quòd ſi toto, vbi verbum cœperit ſignificat rem perfectam, cum ſit præteriti ſubiunctiui. l. 1. §. 1. ff. quod quiſque iu. Et l. ſi quis ſtipulatus ſit ſticum. in princi. de ver. obli. nam vnus non dimittitur alueus, niſi aſſumatur alius.

Alluuio eſt aquarũ pluuialiũ fluuialiumq; ſordida & immoderata violentia. Huiuſmodi alluuio flumini alueũ trifariã mutare conſueuit. Nã alib: partẽ aluei in medio curſus aquæ coalluendo eminentem ſupra alueum facit, & auget, atque circumfluit, & ſicam relinquit, quę aluei ſica pars inſula appellatur: Alicubi eadem alluuione, ab vno latere prorumpit flumen, & alius nouo alueo fluere incipit, priuatis dimiſſo priori, qui alueus derelictus dicitur, ſæpiusque aliunde alluuione eadem partem alicuius agri ſecundum vnam ripam flumen ipſum in alueum ſuum adducit, hoc eſt ex priuato in publicum. Et ſecundum alteram ripam, aluei ſui partem in alium aggerit agrum, hoc eſt ex publico in priuatum, agri dominum hac aluei parte donans dictis ll. ergo, & adeo. Quod etiam periphaſi deſcribit Lucanus his verbis ſcilicet. Illos terra fugit dominos, his rura colonis accedunt donante Pado. Huiuſmodi aluei relicta & adiecta pars alueus paulatim priuatis adiectus & acquiſitus nominatur, vulgo alluuio. Et in figurationibus noſtris ſumitur pro toto ſpatio intra plures lineas aquam notãtes, & lineam triplicem pro ripa vetere relicta lineatam.

Has tantummodo tres aluei mutationes inter priuatos partitur iureconſultus, vt in ſequentibus demonſtrabitur.

Inſula eſt terra, quę vndique aquis clauditur, Inſularum alia in mari, naſcitur quod raro accidit, & occupantis fit, quia in nullius bonis eſſe creditur.

Alia in fluminibus, quod frequenter accidit. Et eſt locus quem cum aluei eſſet, aqua fluminis ſicum reliquit, vel paulatim coalluendo locum ipſum eminentem ſupra alueum fecit, & auxit, & circunfluere cœpit, & ei cuius ager propior fuerat, cum primum extitit acquiſiuit, ita intendit Pomponius in d. l. ergo. & Paulus in d. l. inſula. Hæc inſula priuatis perfecte non acquiritur, antequam ſe veſtiat, virgulta enim in ipſa nata, eam perfecte natam, & ſicam relictam indicant. Quo circa menſores omnes omnia nuda publico iuri aluei relinquunt, veſtita inter priuatos metiuntur, tamquam eis perfecte acquiſita, optimaque ratione ponderando illa verba ſicum relictum, donec enim locus ſabuloſus detectus in flumine, madefit ab aqua, ſępeque inundatur, palam eſt ab ipſo flumine occupari, idque publicum remanere, imo ſi perfecte locus ille inſula prius erat, & iterum a flumine inundetur, deſinit priuatus eſſe. l. 3. §. nerua, & filius. ff. de acq. poſſ. quòd ſi a priuato aufert per inundationem, multo magis conſeruat, quod ſuum eſt, nec alias de iure inſulę tractandum eſt, donec perfecta ſit, & vernata dicatur, neque enim ſufficit quòd cœperit naſci, ſeu detegi, poſtquam iuris illi conſulti celeberrimi de nata locuti ſunt. Natam etiam dici poteſt eſſe inſulam ſecundum Bart. vbi in eodem ſtatu priore ęſtate fuit, quo nunc reperitur, & ſic per totum annum continuum remanſit. Vel etiam cum illam exiſtimant, & appellant inſulam circuncolentes.

quia nemini accrescunt, d. l. Actius.

Eamq in eo genere esse dicunt, quo ripa est in flumine, d. l. si epistola, neutrâq agrum hoc est priuatum appellant, nisi ibi aliquid agatur, [illegible] qualis ager sit. d. d. l. ergo, Alluuio agrum restituit. est enim ager species fundi, qui ad usum hominis comparat' l. quæstio. iis. de uer. sig.

Et in figurationibus noſtris inſula intelligitur totum illud ſpatium, quod eſt intra plures lineas aquam notantes.

Frons eſt agri latus, vel principium prope ripam, vnde a flumine patet acceſſus ad fundum, ſic enim appellatur a Pomponio, in d. l. ergo in verbis, ad frontem fundi inſula non reſpicit, & a Proculo in d. l. inſula in verbis contra frontem agri tui, & contra frontem vicinorum ſuperioris & inferioris, & a Vir. hoc verſu.

Fronte ſub aduerſa ſcopulis pendentibus antrum.

Qui ſicut frontem prædio tamquam oculos aſſignant, ſic actum reſpiciendi, tamquam ſenſum in inſulam transferunt, vt fiat oratio ſignificantior, ſimul & illuſtrior. Hęc frons, vel latitudo pro linea ſemper ſumitur recta, licet agri principium ſit concauum.

H H 2 Nam

Nam Pomponius eam longitudinem nominat, in verbis, ſi inſula non excederet longitudinem agri tui, & Caius eam ſub latitudinis nomine comprehendit, in verbis, pro modo latitudinis cuiusque prędij, quę prope ripam ſit, longitudo autem, latitudo, & altitudo ſolidum & ſuperficiem metiuntur, ſecundum Euclidem in diffinitionibus quartam primi, & prima vndecimi, igitur ſunt lineæ rationales, omnis autem linea rationalis eſt recta per quartam decimi & ſexti, igitur latitudo, vel longitudo eſt linea recta. Et ita etiam neceſſario arguunt illa verba Cai, pro modo latitudinis, hoc eſt ſecundum datam latitudinis cuiuſque prædij proportionem, cum lineæ non rectę proportionem non admittant. Vnde ſecundum vnam ripam totidem ſunt frontes, vel latitudines, quot lineæ rectę, prędia igitur plura, quorum latera prope ripam ipſam conſtant ex vnica linea recta frontem habent vnam, quæ vero ex pluribus, vt in ripa vnius anguſtijs, plures habent frontes.

Ita intendit Proculus in d. l. inſula, in verbis contra frontem vicinorum, ſuperioris & inferioris, vbi tres vicinos ſub vnica comprehendit fronte. Et Caius in d. l. adeo, in verbis, pro modo latitudinis cuiuſque prædij, vbi de pluribus intendit frontibus. Et Bal. in l. 1. ff. de di. re. in prima lectura prope fi. in verbis, ſi frons mea ſit vnius pedis, & tua duorum, & terrenum alluuionis ſit trium corbium, ego habebo vnum corbem, & tu duos, vnde de pluribus intendit frontibus.

Frontes etiam plures in anguſtijs, neceſſario in plures frontium ſubdiſtinguuntur ordines, quia partitio proportionalis non excedit baſim extrema ſingularum duarum frontium ſecantem, vbi frontes ſecundi ordinis oriuntur, ac deinceps, vt in figuratione ſexta occultate videtur, animaduertendo, quòd omnis frons, etiam anguſtias claudens vt linea a. d. figurationis ſextæ, & omnes plurium frontium ordines, prope ripam fuiſſe in dubio ſupponuntur, quia neceſſario ripa ſequitur aquam recedentem, & Alluuio ripam.

His itaque perpenſis, ſequitur vt rem propoſitam aggrediamur, ſed quia rei ipſius partitio ſecundum acquiſitionem regulatur, & acquiſitio diuerſo iure, & diuerſimode procedit, diſpiciendum eſt in primis quo iure, & quo modo, huiuſmodi procedat acquiſitio. Duplici igitur & diuerſo iure nobis acquiritur, ſcilicet propinquitatis, & frontium. Ius propinquitatis eſt riparum diſcrete contrariarum vicinitas

cinitas dato termino medio inter eas, ſecundum mediũ curſum aquę fluentis, vel quæ fluere deſijt, veluti linea e. f. figurationis primę illud enim quod inter eundem datum terminum e. f. & ripam citteriorem prędiorum C. & D. natum eſt, vel relictum, dicitur ripę prędiorum C. & D. vicinius, & vicinitatis iure prædijs ipſis acquiſitum. Quod vero inter eundem terminum e. f. & ripam vlteriorem prędiorum A. & B. contrariam, dicitur ripę ipſi contrarię vicinius, & eodem iure vicinitatis prędijs A. & B. acquiſitum. Vicinitas huiuſmodi partes ſemper propinquiores vtriuſque ripæ attendit, etiam in angulis, & punctis indiuiſibilibus terminatas, vnde terminus ipſe varias recipit formas, ſecundum varios ſitus & formas riparum contrariarum, nam inter puncta vtrinque, & inter ripas rectas, linea termini ipſius eſt ſemper recta, inter vero riparũ alias vtcunque formas, linea termini ſemper eſt curua, vel laciniosa, vel anfractuoſa.

Ius autem iſtud propinquitatis adhuc ſubdiſtinguitur, in vniuerſale, ſcilicet, & particulare.

Vniuerſale appello quo pluribus coniunctim acquiritur, ſecundum vtramque, vel alteram ex ripis contrarijs, ſecundum vtranque, vt in figuratione prima prædijs C. & D. prope ripam citeriorem, & prædijs A. & B. prope ripam vlteriorem, ſecundum vero vnam, vt in figuratione tertia prædijs A. B. & C. prope ripam citeriorem, nulla habita ratione frontium, licet vnico contextu particulariter ſuccedant. Particulare vero quo vni tantum prædij domino fit acquiſitio, vtpote quando acquiſitio ipſa ad alterius frontem ſecundum eandem ripam non reſpicit, quia vnius aſpectus propinquitatem alterius ſine aſpectu excludit, per verba Pauli quiſque habeat tantum quantum aſpicit, & Cai communis pro modo latitudinis, vt in figuratione tertia, vbi particularis fit acquiſitio prædio D. in vlteriori ripa, & in ripa citeriori aſpectus prędij B. excludit propinquitatem prædij C.

Ius frontium eſt earum aſpectus contra rem acquiſitam, ſeu quę acquiritur, procedens a linea recta ſecundum vnam ripam in partem ſemper anteriorem, hoc eſt per acquiſitionem, inter lineas confinium rectas, ab vnica fronte parallelas, a pluribus hypotenuſas, vt in figuratione ſexta & ſequentibus, vbi in concauitatibus aſpectus procedunt inter hypotenuſas, & in lineis rectis anguſtias claudentibus, inter parallelas.

Res

Res igitur quæ alluuione nobis acquiruntur donante Pado, ſunt tres, ſcilicet, Inſula, Alueus derelictus, & alueus paulatim priuatis adiectus, & vulgo alluuio.

Nec intereſt de qua quęratur, cum ſint eiuſdem generis, vt ait Pomponius in d. l. ergo.

Cum igitur exempli gratia, flumen habens ius alluuionis, quod ſemper eſt publicum, alueum vicinis vtrinque pluribus reliquit, vtpote quando alias fluere cœpit, vel inſula in ipſo flumine eſt nata, quę cum parte aliqua mediam fluminis partem tenet, fit nobis vnico contextu duplex, & diuerſa acquiſitio, duplici & diuerſo iure, ſcilicet vniuerſalis iure propinquitatis, & particularis iure frontium. Acquiſitio vniuerſalis iure propinquitatis, fit vniuerſis coniunctim, qui ab vtraque fluminis parte, prope ripam prædia poſſident, vt in figuratione prima & in tertia ſecundum ripam citeriorem. Particularis vero iure frontium fit ſingulis, vt in eadem figuratione tertia prædijs A. B. & C. diſtincte inter lineas duplices. Ita intendit Caius in d. l. adeo, in verbis, prior quidem alueus eorum eſt qui ab vtraque parte prope ripam prędia poſſident, pro modo latitudinis cuiuſque prædij. Et inſula quę mediam fluminis partem tenet, communis eſt eorum qui ab vtraque parte prope ripam prędia poſſident, pro modo latitudinis cuiuſque prædij, quę prope ripam ſit.

Cum vero vnus cis, & alter trans flumen poſſidet, fit cuique particularis acquiſitio iure propinquitatis pleno, ita intendit Proculus in d. l. inſula, vbi de alueo ſic loquitur, pars propior inſulę tuę, tua ſit, pars autem propior agro vicini, ſua eſſe intelligitur. Et inſula quę propior agro tuo initio fuit, quam eius qui trans flumen habet, tota tua eſt, & Pomponius in d. l. ergo. in verbis, priuata inſula fit eius cuius ager propior fuerat cum primum extitit.

Cum autem impetu, vel diminutione, ſeu receſſu eiuſdem fluminis additur pluribus prędijs ab vna tantum fluminis parte, vel inſula illis propior quam eis qui trans flumen habent naſcitur in flumine, fit cuique prędij domino particularis acquiſitio iure frontium pleno. Ita intendit Paulus in d. l. inter eos. in verbis, quantum ante cuiuſque eorum ripam eſt, tantum quiſque habeat. Et Caius communis pro modo latitudinis cuiuſque prędij, quę prope ripam ſit. Et Proculus quod inſulę tuę alluuione acceſſit, id tuum eſt, etiam ſi procedere

procederet contra frontem vicinorum.

Hactenus de rebus, ac modo acquirendi, iam quid alij ſentiant, circa modum diuidendi diſſeramus, vt res apertior ſit, & aliorum detectis erroribus noſtra dilucidior appareat doctrina.

Bar. *primas tenens ſcribit in tractatu tiberiadis, in figurationibus octaua & nona, quòd flumen ab vna parte duas habet ripas, & q eadem eſt ipſarum ratio, ſicut quando ripa eſt ab vtraque.*

Et ab octaua ad vigeſimam legitur, quòd partitio fit ſemper iure propinquitatis, cum perpendicularibus ab angulis, & arcubus ductis, ita vt in duodecima & decemarertia partitiones concurrant, ita quòd prædia media intermoriantur, & a vigeſimanona ad trigeſimamſextam, partitio inſularum inueſtigatur cum circulis, quadratis, & triangulis, ſed vt ingenue fatear attenta tanti viri ſcientia, quàm plerique admirantur, vt etiam recte me prę monuit celeberimus iuriſconſultus D. Petrus *Antonius Petra Placentinus, cum quo ſæpe de hac* Bar. *materia verbum habui exiſtimo eius lecturam, & figurationes, impreſſorum potius, quam* Bart. *certa determinatione, male poſitas & deprauatas, etenim eius doctrina alias ſtare non poteſt, cum non ſolum iuriſconſulti repugnet intenttoni, qui de ripis non curat, niſi ad dignoſcendum frontes, partitionem regulantes, (nam ripa frontes, & frontes partitionem regulant) ſed quod plus eſt ſibi ipſi aperte, & inepte contrariari videatur, quod ab omni veriſimilitudine prorſus alienum cenſeo. Nam in figurationibus ſecunda, tertia, & quarta, legitime docet perpendicularem cadere ſuper lineam rectam, ad angulos vtrinque æquales, & rectos, vt in figuratione noſtra quinta in punctis e. f. g. & in ſua vigeſima, & tamen contrarium legitur, & lineatur, in omnibus ſuis figurationibus ab octaua ad vigeſimam, vbi ab angulis trahitur, & arcubus.* Item *in figurationibus ſexta & ſeptima legitime docet partiri ab vnica fronte, cum linea ducta per directum, hoc eſt cum perpendiculari. Et ita ſecundum hanc doctrinam partitur vigeſimam. Et tamen in duodecima, & decimatertia, ab vnica fronte anguſtias claudente partitio in contrarium lineatur, ſcilicet cum lineis, ita in indirectum ductis, vt ſe inuicem ſecent, & prędia media contra frontem vnicam intermoriantur, quod ſecundum* Pauli *ſenſum eſt impoſſibile. Item in quinta figuratione legitime docet ducere lineam angulum in æqua diuidentem quæ a mathematicis hypotenuſa appellatur,*

latur, & quę inter ſingulas duas frontes pro modo earum latitudinis partitur, baſim tamen earum extrema ſecantem non excedendo, quod Bar. *non ignoraſſe credendum eſt, cum in vigeſimanona figuratione ſcripſerit, quòd inter eos qui ſunt ab vna fluminis parte, fit diuiſio pro modo latitudinis, & tamen contrarium legitur, & lineatur in figurationibus omnibus ab octaua ad vigeſimam, vt prius, & partitio dicitur fieri iure propinquitatis.*

Item in vigeſima legitime docet frontium concauitates non attendi, ſed earum lineas rectas. Et *tamen contrarium lineatur & legitur, in figurationibus decimaſexta, decimaſeptima, decimaoctaua, & decimanona, in quibus partitio non ſuper lineis frontium rectis, ſed ſuper curuis fundatur, partitionis ad centrum ducendo, ita quòd prædia omnia media ſemper intermoriantur.*

Item in vigeſimanona in verbis quando vna ripa terminatur in puncto indiuiſibili, legitime aſſignat vnam tantum ripam flumini ab vna parte, & tamen in octaua & nona, legitur quod eadem eſt ratio duarum riparum ab vna parte, ſicut quando ripa eſt ab vtraque.

Item in eadem vigeſimanona legitime ſcribit, quòd inter eos, qui ſunt citra flumen, & eos qui ſunt vltra, fit diuiſio iure propinquitatis, etiam quando vna ripa terminatur in puncto indiuiſibili, non habenti aliquam latitudinem, & huiuſmodi propinquitatis inueſtigationem legitime docet cum linea ęquediſtantie in figurationibus vigeſimatertia, vigeſimaquarta, & vigeſimaquinta.

Et *tamen a vigeſimanona ad trigeſimamſextam, legitur & lineatur, quod propinquitas inueſtigatur cum circulis, quadratis, & triangulis.*

Vnde huiuſmodi contraditiones non Bar. *ſed impreſſoris imperitię aſcribendę ſunt.*

Buteo vero partitionem omnem abſque aliqua propinquitatis, & frontium diſtinctione regulat, nam ſecundum vnam ripam, tam rectam, quam curuam (curuamina curuæ in primis emendando cum linea recta ſecundum latus fluuij ducta) cum angulis rectis partitur, ſupponens ibi legem non diſtinguere. Et ideo cum lex non diſtinguat, nec nos diſtinguere debere, ſubdens quòd hæc ſua partitio, a Cai proportionali partitione non excluditur, quoties inſulę forma, & ſitus permittit, veluti quando eſt finita inter margines ripæ parallelos, & cathetos, & tandem acquiſitionis omne ius confundens, conclu-

concludit, quòd ius propinquitatis non procedit, niſi fronte, proſpectuque comitetur.

Sed huiuſmodi Buteonis partitio cum fere tòt ſcateat erroribus, quot ſententijs abundat, omnino reijcienda venit, enim non video quomodo modi diuidendi non diſtinguantur, ſi diſtinguuntur modi acquirendi cum illi ab iſtis regulentur, alio enim iure acquiritur his, qui poſſident ſecundum ripas contrarias, alio ac diuerſo his qui ſecundum vnam tantum ripam, vt facile ex his legum verbis colligitur, ſcilicet pars aluei propior inſulæ tuæ tua ſit, pars autem propior agro vicini, eius eſſe intelligitur. Et ex his ſcilicet quantum ante cuiuſque eorum ripam eſt, tantum veluti linea per directum tranſducta quiſque habeat certis, & diuiſis regionibus, & ex his ſcilicet. Communis pro modo latitudinis cuiuſque prædij, quæ prope ripam ſit.

Et cum ait quòd emendatis ripæ curuaminibus cum linea recta, omnia cum angulis rectis ſunt diuidenda, tradit regulam omnino imperfectam, & inſufficientem, neque enim oſtendit quomodo ſint diuidenda ripæ curuamina, quæ per ſuam lineam rectam abſcindantur, niſi velit more ſutoris abſciſis partibus ſuperfluis, ea inſerere partibus deficientibus.

Vel cum per angulos rectos partitionem inſtituat, neceſſe eſt, vt frontes retro reſpiciant, quod omnino vitioſum eſt, vt ipſe fatetur, vbi dicit quòd frontes in partem ſemper anteriorem aſpiciunt, ad poſteriora nullum habent reſpectum. Et cum dicit quòd lex non diſtinguit, nec nos diſtinguere debemus, dico quòd ipſe eſt qui neſcit varias legum ſententias diſtinguere, & ideo ſuppoſito vno falſo, multa ſequuntur abſurda.

Cum enim oſtendunt alueum derelictum inter inſulam tuam eis, & vicini fundum trans flumen medium diuidi debere, ita vt pars propior inſulæ tuæ tua ſit, pars propior agro vicini ſua, nònne vnum genus diuiſionis oſtendunt? At cum aiunt quantum ante cuiuſque eorum ripam eſt, tantum veluti linea per directum tranſducta quiſque habeat certis, & diuiſis regionibus, nonne aliud genus diuiſionis a primo omnino diuerſum explicant?

Cum vero partitionem pro modo latitudinis cuiuſque prædij, quæ prope ripam ſit inſtituunt, nonne tertium genus partitionis a prioribus diuerſum intendunt?

 Nihil

Nihil tandem magis eſt a vero diſsimile quam quod affirmat parpitionem ſuam eſſe conformem proportionali Cai partitioni, cum Caius plurium tantum frontium ſecundum vnam ripam latitudines attendat, nulla propinquitatis habita ratione, Buteo vero partitionem fieri non poſſe contendat, niſi aſpectus frontis cum propinquitate concurrant.

Cum igitur Buteo legum ſenſus non recte ſcrutatus fuerit, non eſt mirum ſi earum diſtinctionem non inueniens, conatus eſt rurſus more ſutoris ſuperflua etiam inſulæ ſuæ abſcindere, & abſciſa in locis deficientibus inſuere, & inſulam ad tetragonum reducere, vt partitionem conformem Cai regulæ inſtitueret illos imitatus, qui dum nauis fluctuat, ac pendet, in partem pendentem periculum augentes, non leuantes, ſe conferunt, hoc eſt qui vnum vitantes, vitia in contraria currunt, vt ait Oratius. Nam dum Cai regulam exercere intendit, extra ipſius terminos vt piſcis e ſartagine in prunas labitur, quia Caius ſecundum vnam ripam plures tantum in anguſtijs, vel ripa conuexa frontes regulat, inſula vero Buteonis ad vnicam reſpicit frontem, igitur a Cai regula excluſa, & conſequenter Pauli regulæ ſubiecta, cum Caius & Paulus totum hoc munus frontium inter ſe partiti ſint.

Carolus autē Caratius nouiſſime tractatum fecit de alluuionis partitione, vbi alluuionem omnem ſine diſtinctione metitur, deinde latitudines prædiorum prope ripam, tandem partitur ſuperficialem alluuionis menſuram, per menſuram linearem frontium. Et hanc talem partitionem Carolus ipſe fatetur diuerſam a iuriſconſulti, & menſorum partitione, & ita verum eſſe dignoſcitur. Nam Caius in anguſtijs, partem tantum quæ contra frontes proceſſit pro diuiſo communicat, reliquum particularibus relinquit, Carolus vero tam quod contra frontes proceſſit quàm quod intra, veluti pro indiuiſo acquiſitum partitur.

Item lex rem ſine menſoris interuentu diuiſam tradit, cuius quantitatem quoque temporis momento intelligere non poſſumus, & quę finem non recipit, propter infinitum aquæ motum.

Carolus vero rem diuiſam oſtendit, ſecundum quantitatem, opera manuum eius in papyro delineatam & finitam.

Item lex cuique vel pro modo latitudinis cuiuſque prædij, vel quantum habet ante eius ripam aſſignat, Carolus vero de frontibus

non curat imo plerumque quod eſt ante frontem vnius, alteri tribuit. Item Paulus a ripa recta partitionem ſine proportione trahit cuique aſſignando quantum habet ante ripam, de quantitate non curando, Carolus vero ibi proportionalem facit partitionem, etiam quando minus vni, quàm reliquis eſt adiectum, veluti ſi pauper cum diuite, ſubſtantias vtriuſque conferre, deinde ſecundum frontis vtriuſq; latitudinem partiri contendat.

Cum igitur ad legum obſeruationem teneamur, & Caroli partitio non tantum legibus, ſed arti repugnet, merito tamquam inutilis reijcienda venit.

His igitur reiectis partitionibus, veluti a iuriſconſulti intentione prorſus alienis, partitionem legibus & arte conſiſtentem ſic inueſtigandam cenſeo. Cum enim acquiſitio iure propinquitatis vniuerſali vt prius proceſſit, tunc ſtatuendus eſt terminus ſecundum medium curſum aquæ fluentis, vel quæ fluere deſiit, vt linea e. f. figurationis primæ, quæ iure propinquitatis partitur inter prædia C. & D. *ſecundum citeriorem ripam, & prędia A. &* B. *ſecundum ripam vlteriorem.*

Deinde ſecundum frontium contrariarum aſpectus inueſtiganda eſt partitio inter ſingulos particulares, prope vtramque ripam poſſidentes, vt in eadem figuratione inter prædia C. & D. *prope ripam citeriorem, deinde inter prædia A. & B. prope ripam vlteriorem, & in figuratione tertia inter prædia A: B. & C. prope ripam citeriorem, inter lineas duplices, vt oculate ibi videtur.*

At ſi acquiſitio iure tantum propinquitatis ſit facta, hoc caſu ſufficit inueſtigatio termini, medium curſum aquæ fluentis, vel quę fluere deſiit in aqua diſtinguentis.

Si autem ſit facta iure frontium tantum cum frontes ipſæ ſint admodum diuerſæ, ideo diuerſa etiam, ac varia erit partitionis inueſtigandę ratio.

Cum igitur acquiſitio omnis donante Pado, *facta ſecundum vnam ripam, aut vnicam, aut plures frontes reſpiciat, neceſſe eſt inde partitionem, duplicem, ac diuerſam ſortiri regulam. Vnde Paulus & Caius munus hoc inter ſe partiti ſunt, ſcilicet, vt vnus vnicam, alter vero plures regulet frontes.*

Paulus cui frons vnica obtigit, quæ ſecundum ripam rectam (quæ quandoque fuit anguſtiarum finis) procedit, facilem trahit parti-

tionem inter ſingula duo prędia, cum linea ducta per directum, ita ut quiſque certis, & diuiſis regionibus, hoc eſt ſpatijs a lineis confinium diſtinctis, & terminatis, habeat tantum quantum eſt ante eius ripam, quod aſſequi tantummodo datur inter duos cum perpendiculari, & inter plures duobus cum parallelis perpendicularibus, ſecundum Euclidis doctrinam in vndecima primi ductis a confinibus prope ripam rectam, vt in figuratione quinta in punctis e. f. & g. & in ſeptima inter prædia B. C. & D. Vel in linea anguſtias claudente ſignatis, vt in figuratione ſexta a punctis l. & m. inter ſingula duo prædia, vſque ad flumen per alluuionem, vel vſque ad finem inſulæ ripæ vni propioris, quàm eius qui trans flumen habet, vel vſque ad terminum iure propinquitatis diuidentem, vtpote alueum derelictum, vel inſulam, quæ cum parte ſui aliqua, medium fluminis partem tenet, vnde Pauli regula nullam patitur exceptionem.

Caius vero in ripa vnius anguſtijs plures ſortitus frontes, & ex hoc difficiliorem nactus prouinciam, cum quiſque non poſſit habere tantum quantum eſt ante eius ripam, propter anguſtiarum impedimenta, coactus fuit ſecundum datam frontium proportionem ibi procedere, ſed quia rurſus ripæ curuamina, & conſequenter termini inter prędia & ripam proportionem impediunt, cum proportio lineas non rectas non admittat, iterum coactus fuit reſecare ſingulorum prędiorum flexus & arcus, & acquiſitionem omnem in anguſtijs in formam lateratam redigere, arcus & flexus ſingulorum prædiorum ipſis relinquendo, tamquam eis addita, & conſequenter a flumine donata.

Et ex hoc verba protulit, communis pro modo latitudinis, quæ prope ripam ſit, hoc eſt ſecundum rationem, vel formam, ſiue menſuram latitudinis, vt etiam Buteoni placuit, licet ſecundum hunc ſenſum operari neſciuerit; ita ut frons latior maiorem, & anguſtior minorem, ex acquiſitione in anguſtijs, partem obtineat, & ſi quæ duplo maior fuiſſet alia, ita & duplo magis acquiſitionem participaret. Vnde neceſſario Caius non potuit intelligere pro latitudine illam lineam flexam, vel curuam concauitatem ſingulorum prædiorum ambientem, cum inter lineas non rectas proportio non detur.

Nec ſuper ripa potuit fundare partitionem, cum ripa ſit ſuperficies, vt prius (alibi latior, alicubi contractior, niſi vbi flumen prę-

ruptis

ruptis crepidinibus cohibetur, vbi quandoque nullam habet latitudinem,) quia ſuperficiei latus eſt linea, non autem alia ſuperficies. Merito igitur acquiſitionem intra frontes non communicat, & prædio eam ambienti relinquit, tamquam ei primo addita etiam, quòd in ictu oculi recederet aqua, quare concludendum eſt latitudinem Cai eſſe lineam rectam, ab extremis punctis concauitatis ductam, & acquiſitionem, quæ contra latitudinem ipſam cuiuſque prædij proceſſit, ſecundum datam frontium proportionem diuidendam, vſque ad vnicam frontem anguſtias claudentem, vt in figuratione ſexta, vel ad flumen, ſi fluit adhuc intra anguſtias, vt in figuratione nona.

Supereſt nunc docere quomodo geometrice partitionem ſuam pro modo latitudinis, vt prius regulet, & concludat Caius, pro cuius intelligentia ſciendum eſt, quòd omnis forma triangularis ſecundum datam duorum laterum proportionem eſt diuiſibilis, per tertiam cum prima ſexti Euclidis. *Et quòd omnis forma laterata, aut eſt triangulis, aut in triangulos reducibilis, vt in diuiſione ſuperficierum pro indiuiſo communium fuit operatum. Cum igitur* Caius *omnem acquiſitionem in anguſtijs, hoc caſu ad formam lateratam reducat, ſequitur, quòd huiuſmodi forma ſit in triangulos diuiſibilis, reduco igitur anguſtias omnes in triangulos, quorum duo latera ſint ſingulorum duorum prędiorum frontes, tertium ſit baſis extrema frontium ſecans, ſcilicet primę cum ſecunda, & ſecundæ cum tertia, ac deinceps, & tam ſecundi ordinis ac deinceps, quàm primi, vt in figuratione ſexta cuius trianguli primi ordinis ſunt a. b. c. & c. b. d. ſecundi vero a. e. f. & e. f. d. tertij a. g. h. & g. h. d. vnde ad vnicam frontem a. d. proceditur, vt autem intelligas, quòd & quomodo omnes iſti trianguli ſunt diuiſibiles ſecundum datam duorum laterum hoc eſt frontium proportionem, ſumo pro exemplo triangulum a. b. c. figurationis ſextæ, cuius duo latera ſcilicet a. b. & b. c. ſunt frontes duorum prędiorum, ſcilicet* A. & B. *frons b. c. eſt dupla fronti a. b. volo igitur diuidere triangulum ſecundum laterum horum proportionem, quæ proportio eſt dupla, duco hypotenuſam, cum duplici linea lineatam, ab angulo b. ad baſim a. c. per medium angulum b. ſecantem baſim in puncto e. & triangulum in duas partes diuidentem, dico partitionem*

huiuſmo-

huiuſmodi factam eſſe in eadem dupla proportione, per tertiam cum prima ſexti Euclidis, nam pars b. c. e. eſt dupla parti a. b. e. quod eſt propoſitum eadem arte, eodemque operandi modo diuido ſingulos alios triangulos, figurationis huius ſextę, & cum eadem hypotenuſa.

Hæc regula eſt generalis, nullam patiens exceptionem, & in omni anguſtiarum ſpecie, ſub forma vtcunque locum recipiens.

Nec alio ſenſu verba Cai poſſunt accipi, cum non ſolum legis intentionem, ſed artis etiam dimenſionem, ipſiusque modum mirabiliter aperiant.

A frontibus vero pluribus, ſecundum ripas conuexas, tam circulariter, quàm poligonie partitionem facilem trahit cum ſingulis hypotenuſis, inter ſingula duo prędia, abſque proportione, quia ibi partitio nullum recipit impedimentum.

Concludo igitur, quòd hę iuriſconſultorum partitiones, ſunt ita certis, ſtatutisque terminis, ſuiſque definitionibus concluſę, vt non ultra, nec citra, ſit egredi legitimum.

Nam terminus propinquitatis ęquediſtat ſemper ripis diſcrete contrarijs. Pauli vero perpendicularis per gradum ſemper progreditur nonageſimum.

Cai denique hypotenuſa per medium angulum ſingularum duarum frontium. Et imo acquiſitionem præoccupant partitiones. Nam ripæ diſcrete contrariæ quotidie expectant acquiſitionem mediam, ſeſe cum ęquediſtantia diuiſuram.

Pauli vero parallelę perpendiculares veluti raſtri dentes longiores pręſtolantur acquiſitionem contra frontem vnicam proceſſuram intra dentes ipſos ſeſe implicando legitime diuiſuram.

Cai denique hypotenuſa medium ſemper diuidens angulum, more dentis medij tridentis acquiſitionem contra ſingulas duas frontes proceſſuram, & intra dentes ſe vtrinque implicando legitime diuiſuram pręſtolatur, & totidem tridentes gerit Caius, quot ſingulę duę frontes acquiſitionem ambiunt, hoc ordine ſcilicet, prima cum ſecunda, & ſecunda cum tertia, ac deinceps, & toties in partem anteriorem tri dentes ipſos transfert (vnde totidem alij frontium ordines ſuccedunt) quoties alluuio dentes impleuit.

Ad poſtremum ex formula quam inſtitui, partitiones neceſſarijs figurationibus explicabuntur, ita ut a theorica ad practicam fallatia

alicui non ſubiectam facilime deueniatur, in quibus lineæ diuidentes tam prædia, quàm acquiſitionem duplici delineabuntur linea, veluti foſſæ prædia diuidentes, lineę vero ſimplices pro frontibus, & earum baſibus lineabuntur.

Litterę vero maiores prędiorum dominos notant, minores linearum extrema.

Animaduertendum tamen, quòd via publica, quæ quandoque inter rem acquiſitam intercedit, non impedit ius alluuionis, quia eſt fundi d. l. actius. Nam vt ait Iabolenus in l. ſi locus. §. fi. ff. quem. ſer. amit. cum via publica, vel fluminis impetu, vel ruina amiſſa eſt, vicinus proximus viam pręſtare debet.

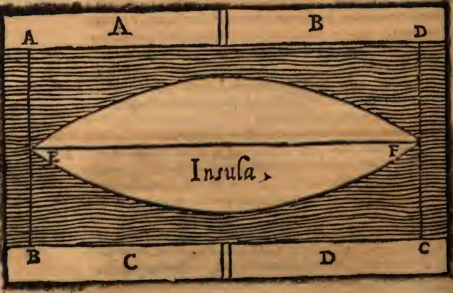
Nec releuant confinia, quia de eis lex non loquitur.

Animaduertendo etiam, quòd licet inſula, quæ mediam fluminis partem tenet, ſit communis iure dominij, inter eos qui ab vtraque parte prope ripam prædia poſſident, non tamen eſt communis iure poſſeſſionis, quia cum ſit ſeparata a primo fundo, per poſſeſſionem primi fundi illa non videtur poſſideri, niſi apprehendatur, & occupetur d. l. adeo. §. inſula. ibi, quòd ſi alteri parti propinquior ſit, & l. tertia in princi. cum gloſſ. in verbo qualibet. ff. de acquiren. poſſeſ. & eſt opinio Barto. in tractatu de inſula, in ſeptima colum. verſic. communis fit.

Figurationes duæ ſequentes prima, & ſecunda explicant partitionem iure propinquitatis tantum, tertia vtroque iure primo propinquitatis, ſecundo frontium, reliquæ omnes iure frontium tantum.

Figu-

Figuratio prima.

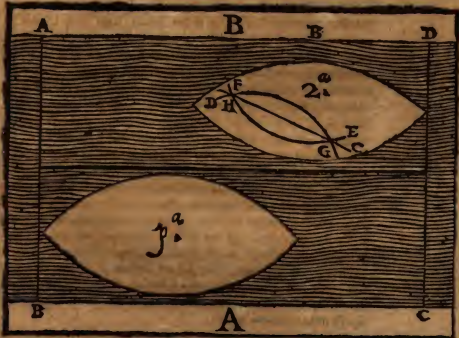


Hæc figuratio prima continet inſulam, cuius medium, mediam partem fluminis tenet, & quatuor habet prædia, ſcilicet A. & B. trans flumen, & duo cis, ſcilicet C. *&* D. *& vtraque ripa eſt recta.* In *hac figuratione primo eſt inueſtiganda propinquitas, ſecundum vniuerſalem acquiſitionem, omnibus qui ab vtraque parte poſſident factam, habita tantum ratione termini inter aquam & ripas, diſcrete contrarias; ſecundo inueſtigatur perpendicularis, prædio cuique quantum eſt ante eius ripam tribuens.*

Ad *inueſtigandum igitur propinquitatem, duco lineam a. b. in principio inſulę, habentem ſignum e in medio, deinde lineam c. d. in fine, habentem ſignum f in medio, tandem lineam e. f. quæ vniuerſaliter iure propinquitatis diuidit inſulam inter omnes qui ab vtraque parte poſſident, hoc eſt inter ripas diſcrete contrarias.* Nam *illa pars inſulę, quę eſt inter lineam e. f. & ripam citeriorem, pertinet tota prædijs* C. *&* D. *illa vero pars quæ eſt inter eandem lineam*

lineam e. f. & ripam vlteriorem, pertinet tota prȧdijs A. B. ſiue ſit dimidia pars, vt in hac figuratione, ſiue ſit plus, vel minus dimidia, nam his omnibus caſibus dicitur tenere mediam fluminis partem, quia vtraque fluminis dimidia participat de ipſa inſula, deinde inueſtigatur partitio iure frontium ab vtraque parte, cum perpendiculari ducta a confinibus prope ripam intra ſingula duo pradia.

Figuratio ſecunda.



Hac figuratio ſecunda habet duas inſulas, vnam primo natam citra fluminis medium, hoc eſt propiorem ripę prędij A. alteram ſecundo natam partim intra priorem, & contrariam ripam

 prędij

prædij B. & partim infra, prior inſula eſt tota prædij A. quia tota eſt nata citra fluminis medium ſecunda eſt acquiſita partim priori inſulæ, & partim ripæ contrariæ, quia cum parte aliqua mediam fluminis partem tenet inter inſulam priorem, & contrariam ripam, linea qua iure propinquitatis diuidit inſulam ſecundam inter priorem, & contrariam ripam neceſſario eſt curua, quia ripa inſulę eſt curua.

Et tamen ibi lineatur recte ad oſtendendum errorem Bart. ſeu potius impreſſoris, qui inter lineas figurationis ſuæ vigeſimęquintę talem facit diuiſionem, cum non ſeruat vniuerſaliter, (ſed tantum fortuito) inter lineas aliquas, ſed tantummodo inter puncta contraria. Aſſumo igitur cum hac Barto. regula, duos punctos inſulæ ſecundæ propiores, vnum in priori inſula, ſcilicet a. alterum in contraria ripa, ſcilicet b. deinde pono pedem circini in puncto a. & alterum voluo per inſulam ſecundam, ſignando arcum c.d. deinde cum eadem apertura, pono pedem vnum in puncto b. & alterum voluo per eandem inſulam ſecundam, ſignando alterum arcum e. f. ſecantem primum in punctis g. & h. deinde duco lineam k. i. tranſeuntem per interſecationes arcuum, in punctis e. & g. quæ iure propinquitatis diuidit inter puncta contraria, non autem inter lineas, niſi fortuito inter rectas, Buteo vero Barto. aliter arguit, his ſcilicet verbis.

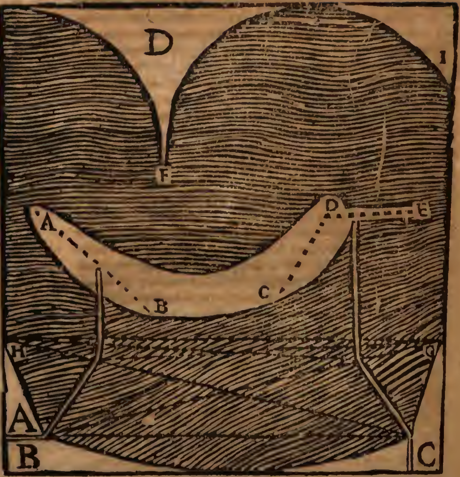
Super Pauli reſponſo ad ipſius declarationem, figuram Bar. adhibuit, quæ eſt in ordine vigeſimaquinta, vbi & re, & verbis, nihil magis declarat, quam ſe Pauli legem non intelligere, ſcribit enim iureconſultum dicere, inſulam primo relictam in flumine, iure propinquitatis, habere ius in alijs inſulis, poſtea in flumine natis, quod minime verum eſt ſimpliciter, ſed ita demum ſi talis inſula poſterior, inter inſulam priorem, vt ait Paulus, & contrariam ripam, nata fuerit, hoc eſt quod dixit Proculus, contra frontem agri naſci, & eſſe intra regionem prædij.

Et Pomponius ad frontem agri reſpicere, nec alias vicinitatis ratio procedit, ſi non, & fronte proſpectuque comitetur. Et ſi quicquam iuris in ſecunda ſuperiori, vel inferiori, haberet inſula prima, vt voluit Bar. poſterior Pauli terminatio cum priore pugnaret.

Ego vero Bar. ſententiam veram, Buteonis vero obiectionem inanem dico. Nam Buteonis propinquitatis cum iure frontium confundit,

dit, quæ ita diuerſa prius probata ſunt, vt ſimul [redacted] non poſſint conuenire. Paulus hoc caſu intelligit tantum de acquiſitione inter ripas diſcrete contrarias, Pomponius vero in verbis ad frontem agri reſpicere, & eſſe intra regionem prædij, loquitur de acquiſitione iure frontium vni prædio ſecundum vnam ripam. Et ita intendit Proculus in verbis contra frontem, vt aperte declarat illa ſequens diſiunctiua vel, ſubdendo, vel etiam vt propior eſſet fundo eius qui trans flumen habet. Nec poſterior Pauli terminatio (ſcilicet, quid intereſt qualis ager ſit, propter cuius propinquitatem poſterior inſula cuius ſit quæritur,) repugnat priori (ſcilicet, ſi inſula in flumine nata tua fuerit, deinde inter eam inſulam, & contrariam ripam alia inſula nata fuerit) quia in vtraque docet Paulus, a quibus ripis contrarijs, inueſtiganda ſit propinquitas ad ſecundam inſulam, imo poſterior priorem declarat rationem dicti prioris reddendo, magis enim rationi, quam dicto priori creditur, quia ratio dictum ampliat, & reſtringit. Alexand. conſilijs 20. 24. & 84. volu. 2. colum. penul. 10. & fin. Et eſt text. in l. cum pater. §. dulciſſimis. ff. de leg. 3. Bald. in l. pater filium. §. fundum. ff. eod. qui eſt communiter approbatus. Hoc idem vult Pomponius in dict. l. ergo, in verbis ſcilicet, duobus poſterioribus modis, priuata inſula fit eius, cuius ager propior fuerat cum primum extitit. Et Caius in verbis, quòd ſi alteri parti propinquior ſit, eorum eſt qui ab ea parte poſſident, nam de frontibus nullam faciunt mentionem, igitur vicinitatis ratio non procedit, vbi de fronte tractatur, nec econuerſo, quia vicinitas per tranſuerſum, frons autem per directum partitur.

Figuratio tertia.



Hæc figuratio tertia explicat diuiſionem vtroque iure, ſcilicet propinquitatis, & frontium, linea b. c. curua, terminus inſulę, partitur iure propinquitatis inter punctum f. prędij D. & lineam

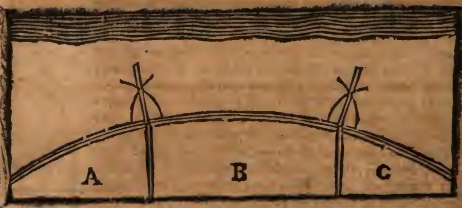
neam curuam ripę diſcretę contrarię, prędij B. Linea recta a. b. punctis ſignata, partitur iure propinquitatis inter eundem punctum f. & punctum b. contrarię ripę, prędij A. linea c. d. recta punctis ſignata, partitur iure propinquitatis inter eundem punctum f. & punctum g. ripę contrarię prędij C. linea d. e. punctis ſignata, extra inſulam partitur aquam fluminis eodem iure propinquitatis, inter punctum i. ripę prędij D. & punctum g. ripę prędij C. Hæc partitio reſpectu ripę prædij D. eſt particularis, quia vni tantum aſſignat, quod ſibi pleno iure eſt acquiſitum, reſpectu vero prędiorum A. B. & C. eſt vniuerſalis, quę cuiuſque particulariter nullam habet rationem, ſed eorum ripę tantum, particularem diuiſionem iuri frontium relinquendo, vt oſtendunt lineę duplices ducta a confinibus prędiorum A. B. & C. vſque ad terminos, iure propinquitatis diuidentes, rationibus in figuratione ſexta demonſtrandis. Hęc particularis ſecundum frontes diuiſio, aſſignat prędio B. totam illam partem inſulę, quę eſt propior prędio C. & partem acquiſitionis prędio A. propinquioris, quia ad frontem prędij B. partes ipſe reſpiciunt, vnde concludo, quòd in partitione ab vna fluminis parte non habetur ratio propinquitatis, per illa verba, communis inter eos qui ab vtraque, pro modo latitudinis cuiuſque pradij, & quiſque habeat quantum aſpicit.

Hæ tres figurationes pro partitionibus ſecundum propinquitatem ſufficiunt, reliquum eſt vt ſecundum frontes figurationes nouem omnibus caſibus ſeruientes explicentur, quarum duę priores facilem partitionem rei, quę contra ripas conuexas, & frontem vnicam proceſſit oſtendunt, cęterę fere omnes curuaturas inter prędia & ripas continent quę forma propter fluminis alluuiem ſolet eſſe frequentior.

Et quarum partitio cum frontibus, vel latitudinibus rectis eadem forma iuris, & arte procedit.

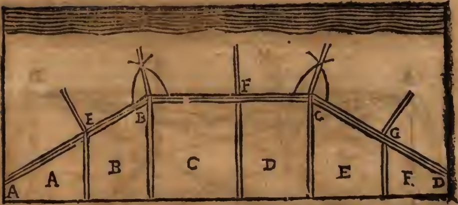
Figuratio

Figuratio quarta.



Hæc figuratio quarta, habet ripam conuexam, & conſequenter plures frontes, cuius diuiſio eſt facilis, ſufficit enim ex ſingulis confinibus ducere hypotenuſam, vt patet ad oculum, ſignando ab vtraque parte confinij, duos punctos confinij puncto æquediſtantes, & ad eos extendendo pedes circini, & cum eadem apertura ſignando duas circuli partes ſe ſecantes, deinde a puncto confinij ducendo lineam duplicem diuidentem per ſectionem ſemicirculorum ad flumen.

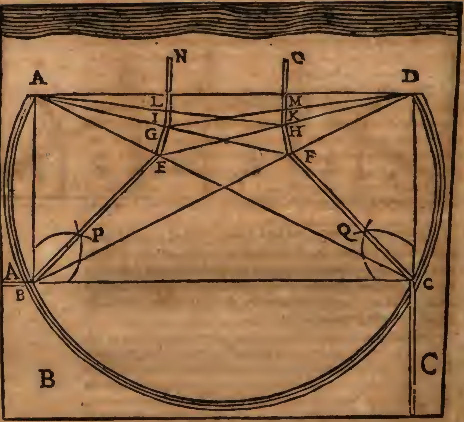
Figuratio quinta.



Hæc quinta figuratio habet tres frontes, ſcilicet, a. b. b. c. & c. d. & ſex prædia, ſcilicet A. B. C. D. E. F. & quęlibet frons duo prædia continet, inter quę fit diuiſio cum perpendiculari, ſcilicet in punctis e. f. g. cum inſtrumento gnomonis in angulis vero b. c. cum hypotenuſa, vt in figuratione præcedenti a contrario nonę primi Euclidis.

Figuratio

Figuratio ſexta.



Hæc ſexta figuratio eſt circulariter concaua, & tribus continetur prædijs, ſcilicet A. B. & C. & in anguſtijs tres habet frontes, ſcilicet a. b. b. c. & c. d. prope ripam in punctis a. b. c. & d. quę in fine anguſtiarum vnica fronte clauduntur, ſcilicet a. d. quę fuit ripa, vt neceſſario ſupponendum eſt in dubio, frons prędij B. medij, tanta eſt quanta reliqua duę. Alluuionis intra anguſtias pars eſt propria ſingulorum vicinorum, & pars communis inter

eos pro

eos pro diuiſo pars propria ſingulorum, eſt illa quæ continetur intra cuiusque eorum lineam frontis rectam, & ripam circularem, & tam frontium ſecundi, & tertij, ac deinceps ordinis, quàm primi nam pars illa prædijs cuiuſque eſt adiecta, igitur acquiſita, d.l.adeo. §.præterea, & quod iuris eſt in eo, quod frontibus prioris ordinis adijcitur, idem iuris eſt in eo quod frontibus ſecundi ordinis ac deinceps adijcitur dict. l. inſula. in verbo quod inſula alluuione acceſſit. Pars communis pro diuiſo eſt illa quæ contra & ante frontes proceſſit, & frontes ipſas reſpicit, vt intendit Proculus in verbo contra frontem, & Pomponius ad frontem reſpicere. Et Caius communis pro modo latitudinis, quæ verba excludunt, quòd poſt frontes proceſſit, nam frontes in partem ſemper anteriorem aſpiciunt, ad poſteriora nullum habent reſpectum. Pro inueſtigatione igitur diuiſionis alluuionis, quæ in hac figuratione eſt communis pro diuiſo, duco lineas ſimplices ad quas alluuio ipſa communis pro diuiſo, & frontes ſingulorum prædiorum copulantur, ſcilicet a. b. quę eſt frons prædij A. deinde b. c. quę eſt frons prędij B. ~~tandem c. d. quę eſt frons prędij A. deinde b. c. quæ eſt frons prędij B.~~ tandem c. d. quæ eſt frons prędij C. Deinde duco lineas a. c. & b. d. ſecantes extrema ſingularum duarum frontium, primi ordinis, extremam frontium ipſarum latitudinem terminantes, & ſingulas duas frontes ad triangulum reducentes, ſcilicet primam cum ſecunda, & ſecundam cum tertia, ac deinceps, tandem duco hypotenuſas duplices b. c. per medium angulum frontium a. b. & b. c. deinde c. f. per medium angulum frontium b. c. & c. d. quæ pro modo latitudinis cuiuſque frontis, diuidunt alluuionem in ipſis duobus triangulis contentam, quam enim rationem habet frons prędij A. ad frontem prædij B. eandem habet pars baſis a. e. ad baſis alteram partem, e. c. Et quam rationem habet frons prędij C. ad frontem prędij B. eandem habet pars baſis d. f. ad partem alteram eiuſdem baſis f. b. vtraque enim proportio eſt ſubdupla, quia frontes prędiorum A. & C. ſunt ſubduplæ fronti prędij B. Regula trahitur ex tertia ſexti Euclidis, cuius hęc ſunt verba.

Si ab aliquo angulorum trianguli, linea recta ad baſim ducta, angulum ipſum per æqualia ſecet, duas partes baſis reliquis eiuſdem trianguli lateribus proportionales eſſe. Si vero duæ partes baſis, quas linea ab angulo ducta diſtinguit, reliquis eiuſdem trianguli la-

teribus proportionales fuerint, lineam illam angulum per æquali diuidere, neceſſario comprobatur.

Et conſequenter ſuperficies a. e. b. erit ſubdupla ſuperficiei e. b. c. & ſuperficies d. f. c. erit ſubdupla ſuperficiei f. c. b. per primam ſexti eiuſdem Euclidis, cuius hæc ſunt verba.

Si duorum rectilinearum ſuperficierum, æquediſtantium laterum, ſiue triangulorum, fuerit altitudo vna, tanta erit alterutra earum ad alteram, quanta ſua baſis, ad baſim alterius.

Ratio diuiſionis huius eſt duplex prima eſt latitudinis, ſingularum frontium duarum, quæ lineam extrema ſecantem non excedit, ſecunda eſt proportionis, quæ eſt habitudo duarum tantum quantitatum eiuſdem generis.

Eodem modo, & eadem ratione, operandum eſt inter frontes ſecundi ordinis, ſcilicet a. e. e. f. ſine atramento ſignata, & f. d. ducendo baſes a. f. & e. d. extrema frontium ſecantes, deinde hypotenuſas duplices e. g. & f. b. per dimidium ſemper ſingulorum angulorum, nec curandum eſt de concauitate frontis e. f. quæ non communicatur, vt prius, imo remanet propria prędij B. vt prius.

Eodem etiam modo & eadem ratione operandum eſt inter frontes tertij ordinis, ſcilicet a. g. g. b. & h. d. ducendo baſes a. h. & g. d. vt prius, tandem hypotenuſas duplices diuidentes g. i. & h. k. vt prius, ac deinceps vſque ad vnicam frontem a. d. anguſtias claudentem, vnde ſubinde Paulus parallelas perpendiculares l. n. & m. o. ducit ad flumen, cum ſuo raſtro, quia in dubio in ſingulo ordine ripam fuiſſe neceſſario ſupponendum eſt, & tandem in vnica fronte a. d. vnde ſecundum ripæ progreſſum frontes, & partitio neceſſario diuerſificantur in concauitatibus.

Hæ irreconſultorum diuiſiones fallaces arguunt Bart. regulas ſeu impreſſoris, in figurationibus ſuis circularibus, & in vigeſima circulari vtrinque, & in medio recta, in circularibus prædiũ mediũ ſemper intermoritur in centro, quod eſt quaſi in medio figurationis huius noſtræ, quia in ijs Bar. fundat ſuam diuiſionem ſuper circunferentia in circularibus vtrinque prędium medium intermoritur in linea anguſtias claudente, in puncto r. fundando diuiſionem ſuper angulis chordarum arcuum, vt fundat Bar. in vigeſima, & eam abſque diſtinctione ordinum frontium protrahendo, vt protrahit Bart. vſque ad vnicam frontem, vnde errorem ſuum ipſe detegit modo ſuper arcu, modo

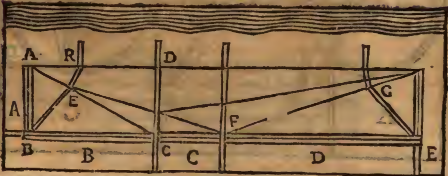
cu, modo ſuper chorda fundando partitionem. Cum igitur erramus, in rebus tam apertis, res ipſa obſtat, detegit, coarguit amentiam noſtram, nec aliquis nobis reclamandi angulus eſt relictus, vt iureconſultis, medicis, & ſimilibus. In ijs enim fallaciam accidere poſſe negat Ariſtoteles.

Animaduertendum eſt, quòd licet poſt acquiſitam alluuionem, alueum, vel inſulam, vnum ex prędijs quibus eſt facta acquiſitio, ſit in plura prędia diuiſum, vel e conuerſo, non attenditur, multiplicatio nec diminutio prædiorum, ſed eorum tantum numerus quibus eſt facta acquiſitio.

Item ſi dominus directus alicui prędium flumini vicinum in emphiteuſim conceſſit, deinde per emphiteutas in plures partes ſit diuiſum, vtique in inueſtigatione lineę diuidentis rem acquiſitam, non plurium prędiorum ratio eſt habenda, ſed vnius tantum, quia reſpectu domini directi, eſt vnus fundus, & de eius prędiudicio tractatur.

Idem dicendum ſi fundus ab initio pluribus ſub vnica ſit prętatione conceſſus. Si vero pluribus, ſub pluribus pręſtationibus, in plura prędia prędium vnum diſtinguitur, quia quot diuerſi domini, tot diuerſa prędia. Nam emphiteuſis eſt ſpecies alienationis.

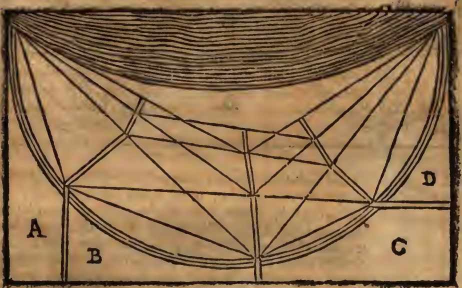
Figuratio ſeptima.



Hæc ſeptima figuratio, habet quinque prædia, ſcilicet, A B. C. D. E. & tres tantum in anguſtijs frontes, ſcilicet frontem

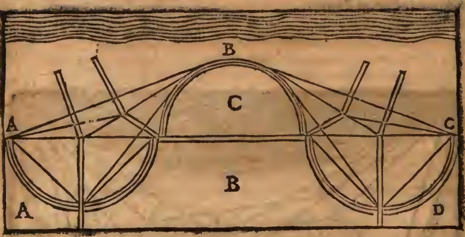
ad vnicum frontium ordinem, ſcilicet, a. c. c. d. & d. b. deinde operatur ſecundum diuerſos frontium ordines vt in ſexta figuratione, vſque ad vnicam frontem, vnde Paulus tres parallelas perpendiculares ducit ad flumen.

Figuratio nona.



Hæc nona figuratio quatuor continetur prædijs, ſcilicet, A. B. C. & D. & quatuor habet in anguſtijs frontes, quæ a fronte vnica non clauduntur, cum flumen inter eas adhuc fluat, igitur cum Paulo nihil habet rei. Caius igitur ſolus diuiſionem huius figurationis cum ſuis hypotenuſis tridentes duos ſupplentibus, vſque ad flumen regulat, ſecundum diuerſos frontium ordines, vt prius.

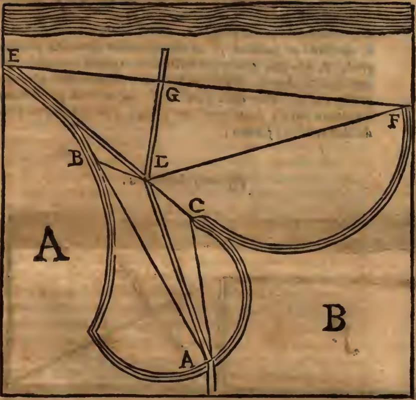
Figuratio decima.



Hæc figuratio decima duas habet concauitates diuerſas, quatuor prædia, ſcilicet A. B. C. D. & frontes ſex, nam qualibet concauitas tres habet frontes, in anguſtijs, vnica fronte clauſas, ſcilicet, concauitas circa frontes prædiorum A. B. C. clauſa vnica fronte a. b. & concauitas ambiens frontes prædiorum C. B. D. clauſa vnica fronte b. c. Diuiſio in ſingulis concauitatibus regulatur diſtincte cum Cai hypotenuſa, & in ſingulis frontibus, ſingulam concauitatem claudentibus, diuiſio regulatur diſtincte, cum Pauli parallelis perpendicularibus.

Figuratio

Figuratio vndecima.



Hæc figuratio vndecima duobus tantum continetur prædijs, ſcilicet A. *&* *B. & vtrunque duas habet frontes in anguſtijs.* Nam *frontes prædij A. ſunt a. c. & d. f. frontes vero prædij* B. *ſunt a. b. & d. e. vnica fronte c. f. clauſæ.* Duco *igitur primo lineam a puncto confinij a. ad punctum anfractus c. diſtinguentem frontem primam prædij* B. *deinde aliam ab eodem puncto confinij a. ad punctum contactus b. in linea circulari, tandem baſim b. c. frontes ipſas ad triangulum reducentem, & latitudinem*

Memineris tandem ad vitandum aquæ impedimentum, quòd propinquitas inſulę facile inueſtigatur cum doctrina in menſuris linearum ſupra data, ſiue cum baculo & laminibus, vel circino, vel gnomone, vt in tertia figuratione, ſiue cum pluribus lineis ex duobus punctis ad ſingulos angulos riparum diſcrete contrariarum, ductis, vt in quarta figuratione.

Pro menſuris ſolidorum ſciendum eſt in primis, quòd eorum menſura eſt cubus, eſt autem cubus ſolidum rectangulum, & æquilaterum, & generatur ex ductu lineæ altitudinis in ſuperficiem aliquam, ita docet Campanus in trigeſimaoctaua vndecimi, & diffinitione vndecima quinti Euclidis, linea vero rationalis cum qua Placentiæ ratiocinamur, ſolida meticiendo eſt brachium iddem, de quo in ſuperficialibus menſuris facta eſt mentio in vncias 12. diuiſum, & vncia in puncta 12. Ex his linearibus menſuris, in ſuperficiales ductis, generatur ſolidæ menſuræ, inter ſe eandem rationem habentes, maior antecedens, ad ſuam minorem conſequentem, quam habent lineares inuicem. Nam brachium ſolidum, diuiditur in vncias ſolidas 12. Vncia in puncta 12. punctus in atomos 12. atomus in minuta 12. minutum in momenta 12. momentum in nulla 12. inferius deſcendere non conſueuerunt Placentini, generantur autem hoc modo.

Brachij altitudo in ſuperficiem brachij, producit brachia.
Brachij altitudo in ſuperficiem vnciæ, producit vncias.
Brachij altitudo in ſuperficiem puncti, producit puncta.
Brachij altitudo in ſuperficiem atomi, producit atomos.
Vnciæ altitudo in vnciæ ſuperficiem, producit puncta.
Vnciæ altitudo in puncti ſuperficiem, producit atomos.
Vnciæ altitudo in atomi ſuperficiem, producit minuta.
Vnciæ altitudo in minuti ſuperficiem, producit momenta.
Puncti altitudo in puncti ſuperficiem, producit minuta.
Puncti altitudo in atomi ſuperficiem, producit momenta.
Puncti altitudo in minuti ſuperficiem, producit nulla. Brachij superficies est uncia, unciæ punctus, ac deinceps.

Hæ ſolidorum menſuræ ad alias maiores menſuras reducuntur, diuerſa nomina ſortientes, ſecundum ſolidorum diuerſas ſpecies: Nam ſtraminis & fœni menſura eſt currus, & diſtinguitur in brachia cuba 100. & communiter ponderat currus fœni pondera 100. ſtraminis vero, & paleæ pondera 50. lignorum vero menſura eſt currus, & diſtinguitur in brachia cuba 72.

Alia lignorum menſura eſt ſunga diſtincta in brachia cuba 54. Et eius dimidium ſaxium, quod brachia cuba 27. continet, & etiam alio nomine paſſus dicitur.

Sterquilinij menſura eſt currus, & diuiditur in brachia cuba 13.

Calcis menſura eſt currus, & conſtat ex brachijs cubis 10. dimidium vulgo appellatur vigiola.

Menſura muri vulgo zitata appellatur, & brachia cuba 36. continet, brachium cubum tam humidorum, quàm ſicorum continet ſextarios tres, calcis vero lotæ brentam vnam.

Sextarius tritici ponderat communiter pondera $3\frac{1}{3}$, & diuiditur in menſuras minores 15. vulgo cupellos, ſextarius vini ponderat pondera $4\frac{1}{2}$. & diuiditur in cupellos 16. Cupellus in œnophora 3. œnophorum ponderat vncias $28\frac{1}{3}$. Menſuræ antiquæ ſunt hę: Cochlearium duodecies ſumptum explet cyatum, Cyatus duodecima pars ſextarij continet vncias $1\frac{2}{3}$. Acetabulum quarta pars heminæ vncias $2\frac{1}{2}$. Hemina ſiue Cotula vncias 10. Sextarius, ſexta pars congij vncias 20. Quartarius quarta pars Congij vncias 30. Congius vncias 120. Modius continet ſextarios 16. & ſunt vnciæ 320. Vrna capit congios 4. & ſunt vnciæ 480. Amphora vel quadrantal. vncias 960. Metreta vel Cadus congios 10. hoc eſt vncias 1200.

Medimnus ſenos capit modios, hoc eſt vncias 1920. Corus capit modios 45. & ſunt vncię 14400. Culeus amphorarum 20. capax vncias 19200. continet, ſolida quinque lineas habent particulares, quarum cognitio eſt habenda, quę nomine diuerſificantur, & natura, prima dicitur latus, ſecunda diagonalis, tertia diameter, quarta cathetus, quinta dicitur altitudo.

Latus eſt ab angulo ad angulum linea producta, duarum ſuperficierum communis terminus, & ſunt duodecim latera in cubo, laterculo & Rhomboide nouem autem in ſolido ſeratili, ſiue priſmate, in piramide autem angulari, aut columna, ſecundum multitudinem ſuperficierum.

Diagonalis eſt ab angulo ſuperficiei quadrilatere ad angulum oppoſitum eiuſdem exterius, ipſam ſuperficiem per æqualia diuidens, & ſunt ſex diagonales in cubo, laterculo, & Rhomboide, & tres in ſeratili, & omnes ſubiacent oculis, cum ſint exterius poſitæ. Piramis autem trilatera, octocedron, duodecedron, & icocedron, carent diagonali, & proprie diagonalis non inuenitur niſi in ſolidis

habentibus

habentibus quadrilateras figuras.

Diameter eſt ab angulo oppoſito, ad angulum oppoſitum ſolidi, tranſiens per medium ſolidum, vnde nec videri poteſt, nec menſurari, ſunt autem quatuor diametri in cubo, & ſimilibus, & non inuenitur in ſeratili, inuenitur autem in octocedro, duodecedro, & icocedro, & ſunt tot diametri in omni ſolido, quot ſunt numeri medietatis angulorum, & ideo non inuenitur proprie in ſolidis habentibus impares angulos, nec poſſunt eſſe due, ſed una, vel tres, aut plures, ideo non inuenitur in tetracedro.

Cathetus eſt linea veniens a centro ſolidi, ad baſim, ſiue ſuperficiem aliquam perpendiculariter, vnde nec videri poteſt, nec menſurari.

Altitudo eſt linea veniens a ſumitate ſolidi, ſuper planum perpendiculariter, quandoque enim eſt intra ſolidum, cum perpendiculariter ſtat, quandoque extra, eum inclinatum ſtat ſuper baſim.

Inter ſolidas figuras primatum obtinet ſphęra, omnium regulariſſima, Cice. 1. de nat. deo. Duę formæ pręſtantes ſunt, ex ſolidis globus, ex planis circulus, & eſt ſolidum regulare vnica ſuperficie terminatum, aliorum quinque regularium receptaculum vtpote intra quam inſcribuntur, in cuius medio punctus aſsignatur, a quo ad ipſam orbicularem ſuperficiem omnes lineæ ductę ſunt inuicem ęquales. Imaginamur autem deſcribi ſphęram ex completo ſemicirculi circunductu cum ſemicirculi diametro manente fixa, eiuſdem ſemicirculi plana ſuperficies circunducitur. Diameter ipſius circuli axis appellatur, cuius extrema puncta poli ſphæræ vocantur, orbis quoque figura eſt ſolida duabus tamen rotundis, ſphæricisque ſuperficiebus terminata, ſcilicet interiori, quæ concaua nominatur, & extrinſeca quæ conuexa dicitur. Harum ſuperficierum, ſi iddem fuerit ęentrum, orbis ille erit vniformis, id eſt æqualis vndique craſſitutinis, ſin diuerſa centra ſuperficies ipſe habuerint, efficient diformem, & irregularis craſsitudinis orbem, vt habent omnium planetarum cœli, vt in eorumdem theoricis videre licet, quorum diuerſo motu, planetæ corpus aliquando accedere videtur terræ, & aliquando recedere ab ea. Deſcribuntur & aliæ ſolidæ figurę, irregulares tamen ab inæqualibus circuli ſectionibus circunductis ſuper immota chorda, a maiori ſectione corpus lēticulare, ad lētis ſimilitudinē craſſum a minori vero ſectione, corpus oblongū inſtar oui, ſolidū, & ob id ouale dictū.

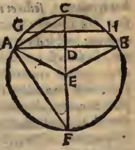
De menſuratione huiuſmodi corporum tales dantur regulæ. Aut enim inueſtiganda proponitur ſpheræ ſuperficies, aut ſoliditas. Si ſuperficies, aut cum menſuris circunferentiæ & diametri ſimul, aut cum vnica menſura diametri, aut vnica circunferentię. Si cum vtraque, duco curcunferentiam maximi circuli iu diametrum, producitur ſuperficies tota, ſit a. c. diameter 14. circunferentia 44. duco 14. in 44. fit 616. tota ſuperficies. Si cum menſura diametri, duco quadratum diametri in $3\frac{1}{7}$. hoc eſt $\frac{22}{7}$. producitur ſuperficies, vt quadro 14. fit 196. duco in 22. fit 4312. diuido per 7. exit 616. ſuperficies. Si cum menſura circunferentiæ, diuido eius quadratum per $3\frac{1}{7}$. hoc eſt $\frac{22}{7}$. exit ſuperficies, vt quadro 44. fit 1936. duco in 7. fit 13552. diuido per 22. exit 616. ſuperficies, vt prius.

Si vero ſoliditas ſit perquirenda aliqui ducunt ſuperficiem in $\frac{1}{3}$ ſemidiametri.



Ego autem breuiori regula cum vnica diametri, vel circunferentiæ menſura, prout alterutra commodius ſumitur rem abſoluo. Duco cubum diametri in 11. & productum diuido per 21. exit craſſitudo, vt cubus 14. eſt 2744. duco in 11. fit 30184. diuido per 21. exit $1437\frac{1}{3}$. craſſitudo ſphęrę.

Vel duco quadratum circunferentię in 49. & productum diuido per 66. exit craſſitudo, vt quadratum 44. eſt 1936. duco in 49. fit 94864. diuido per 66. exit $1437\frac{1}{3}$. craſſitudo.



Vel duco cubum ſemicircunferentiæ in 49. & productũ diuido per 363. quod exit eſt craſſitudo. ſemicircunferentia eſt 22. cubo, fit 10648. duco in 49. fit 521752. diuido per 363. exit $1437\frac{1}{3}$.

Conuexa ſuperficies minoris portionis ſpharæ a. b. c. cuius diameter baſis ſecat ad angulos rectos axim ſphærę c. f. in puncto d. inueſtigatur cum hac regula. Superficies hæc eſt ęqualis areę circuli, cuius diameter eſt æqualis lineis a labris talis portionis concurrentibus

currentibus in polo axis c. vel cuius medietas diametri eſt ęqualis linea a. c. cuius menſura ſic eſt inueſtiganda. Productum ex c. d. in d. f. eſt æquale quadrato a. d. per trigeſimamquintam tertij Euclidis, & quia c. d. eſt 4. & c. f. 14. igitur d. f. eſt 10. duco 4. in 10. fit 40. igitur quadratum a. d. eſt 40.

Vel alio modo, linea a. e. ſemidiameter eſt 7. eius quadratum 49. linea d. e. eſt 3. eius quadratum eſt 9. aufero 9. ex 49. reſtat 40. vt prius, quadratum lineę a. d. 40. aggrego 40. cum 16. quadrato c. d. fit 56. igitur per penultimam primi linea a. c. eſt ℞. 56. Deinde pro inueſtiganda ſuperficie quæſita, duco 56. in $3\frac{1}{7}$. hoc eſt $\frac{22}{7}$. hoc modo, duco 56. in 22. fit 1232. diuido per 7. exit 176. area circuli quęſiti, & ſuperficies minoris portionis ſphęrę, conuexa a. c. b.

Eadem regula inueſtigatur ſuperficies conuexa maioris portionis a. f. b. nam eius ſuperficies eſt ęqualis areę circuli, cuius ſemidiameter eſt qualis lineę a. f. cuius menſura ſic eſt inueſtiganda, linea a. d. quadratum fuit 40. quadratum vero lineę d. f. eſt 100. aggrego fit 140. igitur quadratum lineę a. f. eſt 140. Pro inueſtiganda ſuperficie quæſita duco 140. in $3\frac{1}{7}$. hoc eſt $\frac{22}{7}$. hoc modo, duco 140. in 22. fit 3080. diuido per 7. exit 440. area circuli quęſiti, & ſuperficies maioris ſphęrę ſectionis, conuexa a. f. b. Aggrego vtranque maiorem, & minorem, hoc eſt 440. & 176. fit tota ſuperficies 616. vt prius.

Si vero portio tam maior, quàm minor ſit intus concaua, vt vas, vel fornix, ſumo filium, & pono ad os vaſis, vel fornicis, in punctis a. & b. deinde cum baculo deprimo filum ad dimidium concauitatis in puncto f. vel eleuo ad dimidium concauitatis, ad punctum c. deinde filum extendo, & eius menſuram ſumo, pro tota circuli quęſiti diametro, cuius area tanta eſt, quanta ſuperficies vaſis, vel fornicis concaua.

Soliditas vero minoris portionis ſic inueſtigatur. Imaginandus eſt in primis conus a. b. e. cuius vertex ſit centrum ſphærę e. baſis vero a. b. ita quòd conus minori ſectioni additus componat ſectorem ſolidum a. c. b. e. cuius ſuperficies fuit 176. & eſt a. b. c. axis vero ſectoris ſolidi c. e. ſit 7. ſphęrę ſemidiameter. Et quia omnis pars ſphęrę terminata in centrum producitur ex ductu ſuperficiei in $\frac{1}{3}$ ſemidiametri, duco 176. in 7. pro vitandis fractis, fit 1232. diuido per 3. exit $410\frac{2}{3}$. craſſitudo minoris portionis ſphęrę, & comi

& coni prędictij, ſed quia quęro tantum craſſitudinem minoris portionis a. b. c. non terminatæ in centrum e. aufero craſſitudinem coni a. b. e. ex $410\frac{2}{3}$. quam ſic inueſtigo, diameter baſis coni eſt linea a. b. cuius dimidium fuit ℞. 40. duco in $3\frac{1}{7}$. hoc eſt $\frac{22}{7}$. producitur $125\frac{5}{7}$. duco in 3. altitudinem coni. d. e. fit $377\frac{1}{7}$. ſumo $\frac{1}{3}$. reſtat $125\frac{5}{7}$. craſſitudo coni, aufero ex $410\frac{2}{3}$. reſtat $284\frac{20}{21}$. craſſitudo minoris ſectionis a. b. c. abſque cono.

A conuerſo inueſtigatur ſoliditas maioris ſectionis. Imaginandum eſt ſectionem maiorem in formam coni maioris a. e. f. b. aſque cono prædicto a. e. b. deinde ſumo pro eius baſi ſuperficiem, quę fuit 440. & pro catheto eius axim 7. duco igitur 7. in 440. pro vitandis fractis, fit 3080. diuido per 3. exit $1026\frac{2}{3}$. craſſitudo, maioris coni, ſed quia ad complendam totam craſſitudinem maioris ſectionis a. f. b. deeſt conus, a. b. e. ab hac ſectione ablatus, cuius craſſitudo fuit $125\frac{5}{7}$. addo $125\frac{5}{7}$. ad $1026\frac{2}{7}$. fit $1152\frac{8}{21}$. craſſitudo maioris ſectionis a. f. b.

Si producta maioris eſt minoris ſectionis aggregaueris, hoc eſt $1152\frac{8}{21}$. cum $284\frac{20}{21}$. reſultabit ſumma totius craſſitudinis $1437\frac{1}{3}$. vt prius.

Si vero ſuperficiem a. b. g. h. quęris inueſtiganda eſt in primis ſuperficies g. c. h. deinde a. b. c. deinde aufero ſuperficiem g. c. h. ex ſuperficie a. b. c. quod reſtat eſt ſuperfiies a. g. h. b. Eodem modo inueſtigo craſſitudinem.



Oualem figuram oruncius cum Archimedis doctrina metitur vt columnam vt ſit axis d. f. 10. area $78\frac{4}{7}$. duco in axim e. g. 24. fit $1885\frac{5}{7}$. aufero $\frac{1}{3}$. quod deeſt ad complendam columnam, & eſt $628\frac{4}{7}$. reſtat craſſitudo $1257\frac{13}{7}$. Nam oriuntius ſupponit eam columnę ſubſexquialteram, tamen eius menſuram non ſatis pręciſam inuenio, cum talis regula ſeruiat tantummodo figurę ſphęricę, & eius medietati, non autem ouali, nec lenticulari, quia in vna auget, in altera minuit veram craſſitudinem.

Ego figurarum huiuſmodi quantitates pręciſa ſic inueſtigo, ſumo menſuras longioris & breuioris diametri, & circunferentię, & eas

cum

cum regula duplicandi, & ſubduplicandi cubum minuo, vſquequo ſolidum diminutum, in forma tamen priori in vaſe, vel fouea terrena claudi poſſit vaſe, vel fouea aqua impleta, quo facto ſolidum extraho, & locum ad quem aqua decreuit ſigno. deinde vacui menſuram tantum multiplico, quantum ſolidum fuit diminutum. Regula duplicandi, & ſubduplicandi talis eſt.

Deſcribo circulum, & eum cum linea diametri in æqua diuido, & a dimidio vnius arcus ad alterum arcum duco lineam abſcindentem tertiam partem diametri, vnde fiunt quatuor lineæ continue proportionales, per trigeſimamquintam tertij Euclidis, quam enim proportionem habet tertia pars diametri abſciſa ad minorem partem abſcindentis, eandem habet eadem minor pars ad ſuam maiorem, & eandem ipſa maior ad reſiduum diametri. Et per corollarium trigeſimæ tertię vndecimi, ſicut ſe habet prima ad quartam, hoc eſt vna tertia, ad reliquas duas diametri tertias, ſic cubus deſcriptus ſuper primam, quæ eſt tertia diametri, ad cubum deſcriptum ſuper ſecundam, quæ eſt minor pars abſcindentis, ſicut enim prima linea eſt dimidium quartæ, ſic cubus cuius latus eſt æquale primæ, eſt dimidium cubi, cuius latus eſt æquale ſecundę.

Vel ſolidum minus, vtpote cereum, priori ſimile formo, cuius vtriuſque diametri, & circunferentię menſurę, ſint totidem puncta, quot ſunt brachia prioris, quod vt prius e vaſe pleno aqua aufero, deinde puncta trinę dimenſionis vacui, veluti brachia inuicem duco, producuntur brachia cuba ſolidi maioris, quia ſi æqualia æqualibus addantur, tota quoque fient æqualia, nam vacuum aquæ eſt æquale formæ cereæ.

Non aliter a planis & rectilineis ſuperficiebus vnico laterum manente fixo complete circunductis, variæ ſolidorum imaginantur cauſari figuræ.

A quadrato efficiuntur rotæ oblongæ, & latæ. Item corpora regularia ſex quadratis ſuperficiebus terminata, quæ proprie cubi appellantur ab altera parte addita, deinde a latere longiori ſic compoſito, & circunducto quadrangulo abſtrahitur figura columnaris, quæ & cylindrus appellatur. Item a triangulo rectangulo circa alterum laterum rectum comprehendentium angulum completa reuolutione circunducto, piramis efficitur, cuius inferior & plana ſuperficies a circunuoluto latere deſcripta baſis eiuſdē piramidis appellatur, com-

munis

munis vero concurſus, rotundæ, & in aciem tendentis ſuperficiei, vertex, ſiue conus dicitur.

Haud aliter de reliquis planis, & rectilineis quibuſcunque ſiguris iudicandum eſt.

De horſum ſolidorum menſuratione tales dantur regulæ.

Quando vis metiri rectangulum cubum, duc vnum latus cubi in ſe cubicę, producitur craſſitudo. Eſt enim latus ipſius cubi Radix eiuſdem cubica, quæ primum in ſe ducta, quadratum efficit, & rurſum per idem quadratum multiplicata cubum conſtituit, cuius eſt radix, ſit quadratum cuius vnum quodque latus ſit 6. duco 6 in 6. fit 36. deinde 6 in 36. fit 216. quę menſurant cubum illum. Quòd ſi rectangulum illud ſolidum altera parte longius fuerit, & oppoſita latera æqualia, quod columnam quadratam appellamus, inquiro primum aream latitudinis, & eam duco in altitudinem, producitur craſſitudo ſit latitudo vndique 5. area erit 25. ſit altitudo 12. duco 12 in 25. fit 300.

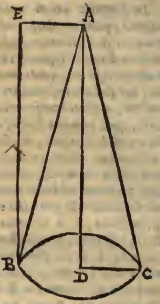
Si corpus duas habuerit diuerſas latitudines, vnam 5. alteram 6. & altitudinem 12. quod laterculum appellamus, duco 5 in 6. fit 30. deinde 30. in 12. fit 360.

Hoc pacto inueſtigatur capacitas putei, rotondę figurę, atque vniformis craſſitudinis, cuius diameter ſit 4. quæro primo aream hoc modo, quadro ſemidiametrum 2. fit 4. duco in $3\frac{1}{7}$. hoc eſt $\frac{22}{7}$. hoc modo, duco 4. in 22. fit 88. diuido per 7. exit $12\frac{4}{7}$. area, duco in altitudinem 20. fit $251\frac{3}{7}$. capacitas putei.

Si vero ſolidum formam habeat columnę laterate, vel ſeratilis, ſeu priſmatis, quod idem eſt, & triangularem habet ſcapum, & conſequenter baſes, primo inueſtigatur baſis area, cum regulis ſuperius in fine menſurarum ſuperficialium traditis, deinde ſuperficies in altitudinem ducitur.

Eadem arte, eodemque operandi modo procedo ad inueſtigationem areę pyramidis, tam rotundæ, quàm laterate, cuius altitudo, vel craſſitudo, eſt tantum tertia pars columnæ, vt docet Euclides in octaua & nona vndecimi, vbi dicit quòd omnis columna, tam rotunda, quàm laterata, tripla eſt ad ſuam piramidem, vnde area eius baſis in tertiam partem altitudinis pyramidis ducta, producit veram eius craſſitudinem.

Hæc



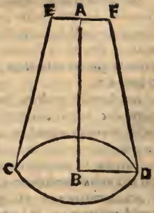
Hæc altitudo duplici modo inueſtigatur, aut per lineam æquediſtantem axi a.d. veluti in figura linea c.e. ponendo in ſumitate perticam longinrem ad libellam, veluti linea a.e.

Aut detracto quadrato ſemidiametri d.c. circuli circunſcribentis baſim piramidis, a quadrato a.c. lateris inclinati, reſidui latus eſt altitudo erecta. Sit piramidis erectę latus inclinatum quodlibet a.c. & a.b. 40. diameter c.b. 20. quadro ſemidiametrum 10. fit 100. quadro latus 40. fit 1600. auſero 100. ex 1600. reſtat 1500. latus eſt $38\frac{3}{4}$. altitudo erecta a.d.

Pro inueſtiganda craſſitudine, quadro ſemidiametrũ 10. fit 100. duco in $\frac{22}{7}$. fit $314\frac{2}{7}$. area, duco in $\frac{1}{3}$. altitudinis $12\frac{11}{12}$. fit $4059\frac{11}{12}$. craſſitudo.

Si vero vis ſuperficiem exteriorem duco 40. latus inclinatum, in dimidium periferiæ, vel 20. in totam periferiam $62\frac{6}{7}$. fit $1257\frac{1}{7}$. ſuperficies tota.

Eſt tentorium altitudinis brachiorum 8. diameter baſis 12. factum ex panno altitudinis brachij $1\frac{1}{2}$. quæritur quantum panni ineſt. quadro 8. fit 64. quadro dimidium diametri 12. fit 36. aggrego quadrata, fit 100. latus eſt 10. altitudo inclinata, duco in dimidium circunferentiæ baſis $18\frac{6}{7}$. fit $188\frac{4}{7}$. tota ſuperficies, diuido per $1\frac{1}{2}$. altitudinem panni, exit $125\frac{5}{7}$. tot brachia panni requiruntur.



In piramide autem mutilatam laterata, quam circulari, cum integrum vis ſcire cathetum, auſero dimidium diametri ſuperioris a ſemidiametro inferiori, quod remanet ſeruo, vel ſemicircunferentiam ſuperiorem, a ſemicircunferentia inferiori, quod remanet ſeruo, deinde duco ſemidiametrum, vel ſemicircunferentiam inferiorem in altitudinem piramidis mutilę, quod fit diuido per ſuum reſiduum ſeruatum, exiens eſt altitudo piramidis completę, inclinata, ſi in inclinatam duxeris, vel erecta, ſi in erectam, ſit piramis cuius latus inclinatum c. e. vel f. d. ſit 12. ſemidiameter inferior b. d. 5. ſuperior a. f. 2. auſero 2. a. 5. reſtat 3. ſeruo. Deinde duco ſemidiametrum 5. in altitudinem inclinatam 12. fit 60. diuido per 3. ſeruatum exit 20. altitudo inclinata. Deinde pro inueſtiganda altitudine perpendiculari, quadro latus inclinatum 20. fit 400. Deinde ſemidiametrum 5. fit 25. auſero 25. ex 400. reſtat altitudo erecta ℞. 375. Deinde eodem operandi modo inueſtigo altitudinem erectam piramidis paruę, pro ſupplemento additę, quę eſt ℞. 60. auſero ℞. 60. ex ℞. 375. reſtat altitudo perpendicularis piramidis curtę ℞. 135. hoc eſt 11 $\frac{7}{11}$.

Deinde pro inueſtiganda craſsitudine quadro ſemidiametrum 5. fit 25. duco in $\frac{22}{7}$. fit 78 $\frac{4}{7}$. duco in $\frac{1}{3}$. altitudinis, quę fuit ℞. 375. & eſt 6 $\frac{341}{750}$. fit 507 $\frac{16}{105}$. tota craſſitudo. Auſero craſſitudinem piramidis additæ, quę eodem modo operando eſt ℞. 32 $\frac{76}{175}$. reſtat craſſitudo piramidis curtæ ℞. 469 $\frac{11}{13}$.

Si vero vis ſuperficiem piramidis decacuminatę, aggrego circunferentiam baſis inferioris cum ſuperiori, & aggregati ſumo dimidium, & id duco in altitudinem inclinatam, quòd producitur eſt ſuperficies, ſit igitur periferia partis inferioris 31 $\frac{3}{7}$. ſuperioris 12 $\frac{4}{7}$. aggrego, fit 44. dimidium eſt 22. duco in altitudinem inclinatam 12. fit 264. ſuperficies tota.

Alia breuior regula pro inueſtigatione craſſitudinis piramidis decacuminatę, ſumo menſuras ſemidiametrorum ſuperioris, & inferioris,

ferioris, deinde ſingulos, quadro & quadrata, aggrego cum producto ex ductu ſuperioris in inferiorem, & aggregatum diuido per 3. & inde exeuntem, duco in $3\frac{1}{7}$. quod producitur eſt ſuperficies baſis piramidis mutilę computata, quam duco in altitudinem, producitur craſſitudo.

Sit igitur ſemidiameter inferior 14. ſuperior 7. altitudo 6. quadro 14. & 7. fit 196. & 49. duco 14. in 7 fit 98. aggrego, fit 343. diuido per 3. exit $114\frac{1}{3}$. duco in $3\frac{1}{7}$. fit $359\frac{1}{3}$. baſis computata area, duco in altitudinem 6. fit 2156. craſſitudo piramidis, vertice mutilo.

Vel econuerſo aggrego quadrata ſemicircunferentiarum ſuperioris, & inferioris, cum producto ex ductu ſuperioris in inferiorem, & aggregatum, diuido per 3. & inde exeuntem per $3\frac{1}{7}$. exiens eſt ſuperficies baſis.

Sit igitur ſemicircunferentia inferior 44. ſuperior 22. altitudo 6. quadro 44. & 22. fit 1936. & 484. deinde duco 44. in 22. fit 968. aggrego, fit 3388. diuido per 3. exit $1129\frac{1}{3}$. diuido per $3\frac{1}{7}$. exit $359\frac{1}{3}$. area baſis computatæ, duco in altitudinem 6. fit 2156. vt prius.

Eſt cumulus frumenti cuius circuitus eſt brachia 44. altitudo in medio $2\frac{1}{2}$. quero quantitatem, quadro 44. fit 1936. duco in 7. fit 13552. diuido per 88. exit 154. area baſis.

Vel quadro ſemicircunferentiam 22. fit 484. diuido per $3\frac{1}{7}$. exit 154. area baſis, vt prius, duco in $\frac{1}{3}$. altitudinis erectæ, & eſt $\frac{5}{6}$. fit $128\frac{1}{3}$. & quia brachium cubum continet ſextarios tres, duco $128\frac{1}{3}$. in 3. fit 385. tot ſextarios frumenti continet cumulus.

Scias tamen, quòd frumentum non poteſt taliter cumulari, quod piramis perfectę ſit acuta, imo conus remanet obtuſus, & altitudo inclinata arcuata, explanetur igitur conus, & vt piramis decacuminata menſuretur.

Scias etiam quòd magna quantitas auget numerum ſextariorum, condenſando, minima vero ſtat in ſuſpenſo, vt patet implendo ſextarium, ſi enim ſextarium impleas ſubtiliter deyciendo triticum, deinde ſextarium pede percutias, deficiet triticum a labris ſextarij craſſitudine medij digiti, & amplius.

Menſura pedis turris, tam circularis, quàm laterate, cuius craſſitudo, a fundamento vſque ad coronam minuitur, fit eadem regula,

vt piramis mutila, deinde ſit menſura vacui, quę à tota craſſitudine auſertur, reſiduum eſt murus datę turris.

Pro ſolidis regularibus duco $\frac{1}{3}$. catheti in ambitum, producitur ſolidum.

Vocantur autem regularia, quia areis & lateribus ſola claudantur æqualibus intra eandem ſferam, & ſunt ſex, ſphæra, tetracedron cubus, octocedron, duodecedron, & icocedron.

Tetracedron enim ex quatuor æquiangulis triangulis eſt compoſitus, duodecim lineis, vel lateribus, duodecim angulis planis, & quatuor angulis ſolidis.

Eſt enim angulus planus duarum linearum alternus contactus.

Solidus vero quem continent anguli plani plures quàm duo, & pauciores, quàm quatuor rectis, vt diffinit Euclides in primo & vndecimo.

Cubus ex ſex quadratis, duodecim lineis, vel lateribus, vigintiquatuor angulis planis, & octo angulis ſolidis.

Octocedron octo triangulis ęquilateris, & inuicem æqualibus, duodecim lineis, vel lateribus, vigintiquatuor angulis planis, & ſex angulis ſolidis.

Duodecedron duodecim pentagonis æqualibus, triginta lineis, vel lateribus, ſexaginta angulis planis, & viginti angulis ſolidis.

Icocedron viginti triangulis æqualibus, triginta lineis vel lateribus, ſexaginta angulis planis, & duodecim angulis ſolidis.

Cum vis data diametro ſcire latus ſolidi regularis inſcripti, duco diametrum ſphæræ in numerum ſequentem, ſolidi regularis, & productum diuido per 10000. exit latus.

Diameter ſphæræ	10000	*latus octocedri*	7071
Latus tetracedri	8164	*latus duodecedri*	5568
Latus cubi	1773	*latus icocedri*	5257

Sit ſphęra cuius diameter ſit 7. quæro latus icocedri inſcriptibilis, duco 7. in numerum figuræ 5257. ſit 36799. diuido per 10000. exit 3 $\frac{6799}{10000}$. latus icocedri.

A contrario habito latere habebis diametrum ſphæræ circunſcriptibilis, vt duco 3 $\frac{6799}{10000}$. in 10000. ſit 36799. diuido per 5257. exit 7.

Cum vero vis ambitum, quadro diametrum ſphęrę, & quadratum duco in ambitum, hic deſcriptum, quod ſit diuido per 700.

Quadra-

Quadratum diametri	700	*Cubi ambitus*	1400
Circuli area	550	*Icocedri ambitus*	1675
Tetracedri ambitus	808	*Duodecedri ambitus*	1848
Octocedri ambitus	1212	*Sphæræ ambitus*	2200

Sit ſphęræ diameter 6. quadro, fit 36. volo ambitum icocedri duco 36. in numerum figurę 1675. fit 60300. diuido per 700. exit $86\frac{1}{7}$. ambitus.

Licet aquæ ſtagnantis quantitatem trina dimenſione examinet menſor, non tamen aquæ velociter fluentis, ſed bina tantum, ſcilicet, latitudine, & altitudine, nam de longitudine non curat. Detur igitur fiſtula deflexa, quę profluuium maius facit, quam librata, non multum in longitudinem ſe protendẽs, quia breuior longiorem fuſione ſuperat, cuius latitudo ſit brachij, hoc eſt vnciarum 12. altitudo vnciarum 9. hęc aqua ſecundum mẽſuram Placentinam dicitur canalis vnus, & conſtat ex vncijs quadratis 108. ſecundum vero menſuram Mediolanenſem, & Laudenſem dicitur vnciæ nouem.

Proponatur igitur riuus, cuius latitudo ſit cubitorum 8. altitudo aquę velociter fluentis cubitorum 2. redigo vtramque menſuram ad vncias 96. & 24. duco inuicem, fiunt vnciæ quadratæ 2304. diuido per 108. exeunt canales aquæ $21\frac{1}{3}$. ſecundum Placentinam menſuram.

Sed quia poſt aquæ menſuram ſequitur plerunque, vt pro eius ductu menſoris etiam exigatur interuentus, conſentaneum exiſtimaui de aquis ducendis, & inſtrumentis neceſſarijs aliquid commemorare, tria igitur connumerantur inſtrumenta, libella, Dioptra, & Chorobates, libra ſolis conſtat perpendiculis, Dioptra ſola aquæ concauitate, at Chorobates maior eſt his, & ex vtroque conſtat. His inſtrumentis linea plano terræ æquediſtans inueſtigatur, qua cognita, clareſcit an aqua poſſit deduci, quanta indigeat terra excauatione quibus impenſis ac labore, quaue induſtria, & vtilitate opus abſolui poſſit. Linea huiuſmodi non vnica, ſed pluribus inſtrumenti plantationibus inueſtigatur, ſecundum ſpatij longitudinem, hoc eſt exitus aquæ diſtantiam, nam in ſingulis 50. vel 100. paſſibus inſtrumentum plantatur, ſecundum aſpectus commoditatem, & in ſingulis plantationibus, vtrinque altitudo lineæ æquediſtantis ad libellam a terra ſumitur, ſcilicet a parte ſuperiori & inferiori, ſuperiores omnes menſuræ ab vna, vtpote dextra ponuntur, vna ſub

aliam in directo, vt facilius aggregari poſſint, inferiores ab altera, vtpote a ſiniſtra, eodem tamen ordine, tandem finita libellatione, fit alterutrarum aggregatio, ſuperiorem ſumma a dextra, propinquitatem terræ vnde aqua eſt educenda indicat, inferiorum vero a ſiniſtra ſuperficiem terræ ſuper quam aqua debet habere exitum, minor ſuma ſuperiorum, & maior inferiorum, aquæ exitum concedit.

At e conuerſo negat. Nunc autem ad *actum libellandi deueniendo,*

Impleo inſtrumentum aqua, ita vt æqualiter vaſorum labra tangat, deinde ſumo duos baculos, cum papiro alba, vnum in imo aquæ deducendæ, alterum a parte verſus, quam duci debet, diſtantem a primo paſſus 200. *deinde per pinnulas inſtrumenti vtrinque aſpicio vtramque papirum, & vtriuſque altitudinem a terra ſcribo, vt in figura, papirus ſuperior diſtet a fundo aquæ brachia* 15. *& vncias* 3. *pono a dextra, vt in figura, inferior vero diſtet, brachia* 3. *& vncias* 2. *pono a ſiniſtra.*

3 vn 2	15 vn. 3
14 vn. 4	2 vn. 1
3 vn. 11	1 vn. 7
4 vn. 1	3 vn 1
3 vn. 4	2 vn 10
28 vn. 10	24 vn. 10

Deinde transfero baculum ſuperiorem verſus partem inferiorem, alios paſſus 200. *relinquendo ſecundum baculum ſuo loco, & rurſus inſtrumentum in medio, fit hoc caſu altitudo papyri ſuperioris, qui primo fuit inferior, brachia* 2. *& vncia* 1. *pono a dextra, altitudo inferioris brachia* 14. *vnciæ* 4. *pono a ſiniſtra, eodem ordine procedendo vſque ad locum vbi aqua debet habere exitum, ponendo omnes ſuperiores a dextra, quæ ſunt ſecundum ſingulos* 200. *paſſus br.* 1. *vnc.* 7. *br.* 3. *vnc.* 1. *tandem br.* 2. *vnc.* 10. *ſuas vero relatiuas inferiores a ſiniſtra, ſcilicet br.* 3. *vnc.* 11. *br.* 4. *vn.* 1. *tandem br.* 3. *vnc.* 4. *Deinde aggrego omnes ſuperiores a dextra, fit ſumma br.* 24. *vnc.* 10 *deinde inferiores a ſiniſtra, fit ſumma br.* 28. *vnc.* 10. *vnde aqua habet exitum, quia ſuperficies terræ ſecundum inferiorem ſummam eſt depreſſior quam ſuperiorum br.* 4 *quæ ſunt pendentia.*

Si vero a parte inferiori verſus ſuperiorem ſit procedendum pono ſimiliter inferiores a ſiniſtra a ſuperiores a dextra, vt prius.

Animaduertendo tamen, quòd pro ſingulis mille paſſibus ſuperficies terræ ſuper quam exitus aquæ quæritur, debet eſſe decliuior octaua parte paſſus, vt docet Leo Baptiſta Albertus, & ſunt vnciæ $4\frac{1}{2}$.

Et quòd cum aquæ multitudo magna vno riuo ducitur, ipſa ſe ſui copia, & quaſi pondere, ad celeritatem magis protrudit, quàm cùm eadem poſitione, per exiguam fiſtulam deriuatur, & ſicut veloci-

tas

tas modum ampliat, ſic & tarditas minuit.

Et quòd aqua non debet deduci per ſolum præciſe rectum nec fundum torrentis debet eſſe æquale, ſed aliqualiter, modo ſe leniter attollens, modo humilius, nam ſic aqua velocius fluit, minore cum caducitate, vnde ſtante ſolo plano, ex contrarijs locis in contraria poterit deduci aqua, nam in fine poterit cauari foſſa, plus quam in principio. Et quòd propter terræ rotonditatem cum ſpatium elongatur requiritur maior depreſſio.

De menſura motus non tractauimus ob diſpendioſum inſtrumenti laborem, nam omnia horologia ſucceſſu temporis fiunt tardiora, nullum fit velocius. Et plus temporis apud artificem conſumunt, quam apud dominum. Et eo magis quo plures motus diuerſos adiunctos habet, cui annuum cenſum conſtituere neceſſe eſt, nec hoc ſatis, nam vt horologiorum ita noſtri domini eſſe volunt artifices, & interim horario caremus. Ita dum eximitur, dum rota aptatur, dum dens reponitur, dumque lamina tenditur, ſemeſtre ſpatium labitur.

Ad poſtremum quia ſolidorum quantitas, non tantum menſura, ſed etiam pondere inueſtigatur, non alienum ab inſtitutione noſtra arbitrati ſumus, etiam de ponderibus aliquid tractare, vt vtroque examine ſolidorum cognitio aperta ſit.

Pondera duplici organo examinantur, libra ſcilicet, & ſtatera, quæ etiam trutina appellatur, libræ ſemilitudinem proxime referens, ſed operis commoditate potior, nam libra duas habet lances, ad extrema regulæ, ſeu vectis ſuſpenſas, æquediſtates axi, in quem voluitur auſa, ſeu agina, habens ſuperne fibulam, ſeu vncinum verſatilem, vnde ſuſpenditur tota libra, quibus lancibus ſolida ponderantur, & ex quarum depreſſione, vel eleuatione iuſtum ſolidi pondus deprehenditur, & nullius eſt vſus, niſi paria ſemper pondera appenſionibus habeantur, quorum apparatus, atque tractatio operoſior eſt, atque moleſtior, niſi arte minuantur, vt ad commodiorem tractationem, facilioremque cuſtodiam inſtituantur, vtpote ſi volo ponderare ſingulatim omnes vncias ab 1. ad 13. ſumo tria tantum pondera 1. 3. & 9. in proportione tripla. Nam ſi volo 1. habeo, ſi 2. pono 3. ab vna, & 1. ab alia, ſi 3. habeo, ſi 4. pono 3. & 1. ab vna, ſi 5. pono 9. ab vna, & 1. & 3. ab alia, ſi 6. pono 9. ab vna, & 3. ab alia, ſi 7. pono 9. & 1. ab vna & 3. ab alia, ſi 8. pono 9. ab vna, & 1. ab alia, ſi 9. habeo, ſi 10. pono 9. & 1. ab

1. ab vna, ſi 11. pono 9. & 3. ab vna, & 1. ab alia, ſi 12. pono 9. & 3. ab vna, ſi 13. pono omnes ab vna. Eodem modo procedo in libris.

Si volo ponderare vſque ad 40. ſumo quatuor pondera, 1. 3. 9. & 27.

Si vſque ad 121. ſumo quinque pondera, 1. 3. 9. 27. & 81.

Si vſque ad 364. ſumo ſex pondera, 1. 3. 9. 27. 81. & 243. ac deinceps.

Eodem modo procedo in pendendo mercedem operario, cum quó conueni ſoluere ſingula die argenteum, vſque ad dies 63. non habens niſi monetas ſex, prima valoris argentei 1. ſecunda 2. tertia 4. quarta 8. quinta 16. ſexta 32. in ratione dupla formatas.

Prima enim die do 1. ſecunda 2. & recipio 1. tertia do 1. quarta do. 4. & recipio 1. & 2. quinta do 1. ſexta do 2. & recipio 1. ſeptima do 1. octaua do 8. & recipio 1. 2. & 4. nona do 1. decima do 2. & recipio 1. vndecima do 1. duodecima, do 4. & recipio 1. & 2. decimatertia do 1. decimaquarta do 2. & recipio 1. decimaquinta do 1. decimaſexta do 16. & recipio 1. 2. 4. & 8. eodem ordine procedo vſque ad dies 63. & tam ratione ponderis, quàm valoris.

Statera ſubtilioris intelligentiæ dignoſcitur, nam vnico pondere omnes appenſiones, tam minores, quàm maiores, ſola punctorum diſcretione oſtendit, quæ ſuper altera vectis parte longiore, ſpacijs æqualibus inter ſe collocata ſunt, quæ quo longiore ſerie procedunt, eo magis in pondera valent.

Stateræ forma talis eſt, fabricetur ex ferro regula tetragona, quę vectis vicem præſtat, craſſitudine tertia parte minus digito, longa cubitos duos, a calce ad verticem leniter decreſcens, more piramidis, prope calcem infigatur axis, & ibi lingula orthogonaliter erigatur, poſt hęc anſa, ſiue agina inditur axi, & in aginam ſuperne fibula, vel vncinus verſatilis, vnde ſuſpendatur ſtatera, item alter axis propius calcem vectis, ſeu regulæ firmetur, priori parallelos, & a priori diſtans, quanta fuerit vigeſimaprimæ partis in vecte longitudo, & plus, & minus arbitrio fabricantis, in quem axem voluatur anſa pendula, cum catenis, & vncinis, excipiendis oneribus accommodatis. Paretur deinde ferea maſſa, quod appendiculum, & per quoſdam æquipondium vocatur, vulgo mazzono, ſuſpendatur deinde ſtatera, deinde ad calcem ſtateræ, catenis, ſeu vncinis appendantur

pendantur tot pondero nota, quæ vectem ſtateræ ad ęquilibrium reducant, quod indicabit lingula, dum recte ſtabit in anſa, ſint igitur pondera ipſa libræ 50. rurſum appendo catenis aliud pondus librarum 10. & appendiculum vecti, ita quod lingula recte ſtet in anſa, æquilibrium oſtendens, & ibi ad contactum vncini appendiculi ſigno punctum, deinde appendo catenis aliud pondus librarum 10. egredietur propter hoc lingula perpendiculum aginæ, & inclinatum fiet in calcem, reducatur appendiculum ſenſim, verſus verticem, donec iterum fiat examinatio librata, & vbi erit vncini appendiculi contactus in angulo vectis, ibi alius punctus notetur. Hæc igitur diſtinctio vectis libras decem ponderis demonſtrat, cui addendo primum pondus catenis appenſum, quod fuit libræ 50. & ſecundum quod fuit libræ 10. fiet ſumma omnium ponderum appenſorum librarum 70. deinde ſpatium illud quod eſt inter eadem duo puncta, transferatur æqualiter in continuum, per totum vectis dorſum, & vocabitur vnuſquiſque punctus, ſeu diſtinctio libræ 10. æquali enim ſpatio æquale acquirit augmentum, quam enim rationem habet pondus ad catenas appenſum (detracto primo pondere, vectem ad examinationem libratam reducente) ad pondus appendiculi, eandem habet pars vectis longior (hoc eſt a loco contactus appendiculi ad axem, totam ſtateram cum ponderibus omnibus in ſuſpenſo ad aginam tenentem) ad partem breuiorem, hoc eſt ab axe ad axem.

Et quia pars vectis maior, eſt vigintupla minori, & appendiculum ponderat libras 10. duco 10. in 20. fit 200. addo libras 50. quæ primo vectem ad æquilibrium reduxerunt, fit 250. igitur ſtatera eleuabit libras 250. quę ſunt pondera 10.

Cum hac regula fabricatur ſtatera ad maxima pondera, vt ſunt ęramenta ſonantia in vſu ſacrorum, & colloſſea, ac tormenta maiora bellica. Expediatur tignum grandius, inſtar mali naualis, ad cuius calcem axes duo ferei, inter ſe ſpatio duorum cubitorum diſponantur, tignum traijcientes, per duos circulos fereos vtrinque perforatos, eritque talis forma tigni, veluti ſtatera vectis grandioris, ſed aginę loco duobus hincinde fulcimentis, trabali pedamento concluſis, ferratisque lamina tranſuerſa capitibus ſuſtinebitur axis, a quo ad verticem vectis, ponatur eſſe longitudo cubitorum 24. vbi per circulum ferreum vtrinque perforatum traijciatur clauus, ad excipiendum penſilem arcam, quæ lapidum congeſtione appendiculi vi-

cem pręſtabit. His pręparatis arca ipſa ad mali calcem, hoc eſt ad axem calci proximum appendatur, notiſque ponderibus aggrauetur, donec perlibrato ſitu vectis ipſe conſiſtat, ſintque talia pondera cum arca, vtpote pondera 460.

Sic igitur ſtatera parata onus ponderandum ad axem calci propinquiorem, vbi primo appenſa fuit arca firmiter alligetur, & appendiculum arca ad verticem vectis transferatur, & ad clauum in vertice infixum ſuſpendatur, & penſatis lapidibus alijs ſuper alijs arca infartiatur, eouſque dum moles a terra ſubleuetur, ſitu vectis perlibrato. Et quoniam pars vectis longior, quam fecimus eſſe cubitorum 24. ad breuiorem inter axes, quam cubitorum 2. fecimus, eſt duodecupla longitudine, ita & moles ad calcem ſuſpenſa ad appendiculum erit duodecupla grauitate, & tanto plus, quantum ponderauit arca cum lapidibus, quando vectem ad æquilibrium reduxit, quod fuit pondera 460.

Pono igitur quòd appendiculum cum lapidibus ad clauum in vertice vectis appenſum, fuerit ponderum 1030. multiplico in 12. fit 12360. addo 460. libramentum vectis, fit 12820. pondus æramenti quæſitum.

Vel e conuerſo onera grauiora vltra robur trutinæ ponderantur cum eadem trutina ponderante pondera 10. vel alia ponderante pondera 20. hoc modo.

Sublico doletur æqualiter, vtcunque, ſiue in rotundum, ſiue in quadrum, ea craſſitudine quę ſufficiat oneri ferundo, terebratis, atque concluſis fereo circulo capitibus, vnde ſuſpendium fiat vtrinque ſublicij, quod cum longius erit, eo facilius vſui noſtro ſubſeruiet, rationem enim vectis obſeruat, ſed nunc pono inter duo foramina longitudinem eſſe cubitorum 6. quod totum ſpatium, diuido in portiones æquas vt pote 6. ſic vecte parato, & ad libellam ſuſpenſo, caput alterum penſili fulctura teneatur, alterum catenis trutinę, deinde alligetur onus in diuiſione prima ſublicij, prope fulcturam, vnde duo brachia ſublicæ fient, alterum altero quinquies longius. Nam a foramine catenis appenſo ad onus appenſum ſunt cubiti quinque ab eodem onere ad aliud foramen fulcturæ alligatum cubitus vnus.

Sciendum eſt etiam, quòd ſicut onus alligatum duabus vtrinque partibus ſublicij ſuſtinetur, fulcturę, ſcilicet, & ſtatera catenis, ita & ipſius grauitatem in duas veluti diuidi partes, quę quidem duo-

bus ipſius ſublicæ brachijs ſunt proportionales ita vt partem oneris maiorem brachium ſublicę minus, cubiti vnius, & minorem maius, cubitorum quinque, ſuſtineat, quam enim rationem habet brachium longius ad breuius, eandem habet onus ponderandum ad pondus cum appendiculo in ſtatera indicandum, vt pono quòd appendiculum indicet in ſtatera pondera 17. cum brachium ſublicæ maius cubitorum quinque, ad minus cubiti vnius ſit quincuplum longitudine, ita onus appenſum eſt quincuplum grauitate ad pondera 17. per appendiculum in ſtatera indicata, duco igitur 17. in 5. fit 85. pondus quod ſuſtinet brachium minus, addo 17. pondus quod ſuſtinet brachium longius, fit 102. totum pondus, ponderatum, aufero pondus ſublicę, quod ſupponitur fuiſſe pondera 2. reſtat 100. tantum ponderat pondus ſublicæ appenſum.

Penſionis huius rationem experimento facili capies hoc modo, ſuſpende baculum duabus hincinde ſtateris, ſitu librato, in cuius medio ſi pondus aliquod notum conſtiterit, vt pote ponderum 12. videbis in vtraque ſtatera pondera 6. indicari, cum dimidiato pondere ligni, & ſi in quadrante baculi ſteterit pondus. Statera propior dodrantem, altera quadrantem ſuſtinebit. Ex hoc patet quòd vnicum onus poteſt pluribus ſimul ſtateris examinari, eo enim ad plures ſuſpenſo, omnes ſimul ſtateræ penſionem totam indicabunt retinaculorum tamen grauitate adempta.

Si vero cum eadem ſtatera ponderante pondera 10. grauius aliquod onus abſque ſublica examinandum proponas, ſumo appendiculum aliud vtcunque, puta librarum 20. & ipſum ad verticem vectis appendo, vbi vicies viginti libras ponderat, hoc eſt 400. & ſi pondus catenis appenſum ſit grauius reduco ſenſim primum appendiculum verſus verticem vectis, vbi poſitum fuit ſecundum appendiculum, vſquequo lingula recte ſtabit in anſa, vt pote ad decimam diſtinctionem, vbi decies decem libras oſtendit, hoc eſt 100. aggrego 100. 400. & 50. quod fuit vectis libramentum, fuit libræ 550. quę ſunt pondera 22. tantum ponderat grauius onus catenis appenſum examinandum. Si vero pondus appenſum ſit leuius, reduco appendiculum maius verſus calcem vectis, puta ad decimam octauam diſtinctionem, vbi libras vicies decemocto notat, hoc eſt 360. addo 50. libramentum vectis, fit 410.

Si vero formata ſtatera, & axibus ad calcem infixis, pondus ve-

ſtem ad examinationem libratam reduces inueſtigare volueris, abſq; appenſione, pondero tantum vectem, & ſit eius pondus vt pote libræ 4. & vnciæ tres, hoc eſt vnciæ 51. & ſit longitudo vectis cubitorum duorum, paulo plus, hoc eſt vnciarum 51. & ſit diſtantia axium vncia vna, conſidero quòd pars vectis longior eſt longitudinis vnciarum 50. & ponderis vnciarum 50. deinde conſidero, quòd ſi totum pondus maioris partis vectis poſſet appendi in eius vertice, ita quòd vectis ſine pondere remaneret, pondus catenis appendendum, requireretur 50uplum ad pondus maioris partis vectis, ſed quia hoc eſt impoſſibile, imo quælibet pars etiam minima longitudinis vectis, proprium pondus retinet ſemper, & vſque ad verticem proportionaliter continuat, vnde in vertice dimidia pars ponderis continuati remanet.

Sumo dimidium ponderis maioris partis vectis, hoc eſt libras duas & vnciam vnam; hoc eſt vncias 25. igitur vncia longitudinis inter axes debet ſuſtinere pondus 25uplum ad vncias 50. longitudinis maioris partis vectis, duco igitur 25. in 50. ſiunt vnciæ 1250. quæ ſunt libræ 104. & vnciæ 2. tot igitur libræ catenis, appenſæ vectem ad æquilibrium reducunt, niſi quando vectis more piramidis decreſcit verſus verticem, quo caſu minus pondus requiritur, ſecundum vectis maiorem diminutionem.

Et quia multæ libræ & ſtateræ vbique reperiuntur ideo ibi nulla earum explicatur figuratio, quia clarius atque apertius trutina, vel libra ipſa, quam pictura, & ſculptura intelligitur.

De trochlea, cochlea tympano, & ſimilibus, quæ magna mouent onera, nihil tractandum curauimus, niſi quod ſinguli funes ductarij circa orbiculos trochleæ ſuperioris, & inferioris, ratam partem ponderis appenſi ſuſtinent, & quo plures funes trochlea continet, ponderis quoque appenſi in plures, & ideo minores portiones, ſit diſtributio.

Cochlea vero nihil aliud eſt, præter aſſumptus cuneus, percuſſionis expers, vecte motionem faciens. Et quo plures matricis helices, & ſtrias habet, eo minus in pondere mouendo patitur, ſi enim matrix vnicã duntaxat helicen poſſederit, tunc pōdus, vt centrū a ſola cochleæ ſuſtinebitur helice, ſi vero plures, in plures quoque, ac totidem cochleæ helices ponderis grauitas diſtribuetur, vt ſi quatuor contineat helices, tunc quatuor vicißim cochleæ helices vniuerſo ponderi ſuſtinendo incumbent, ſiquidem vnaquæque quartam totius ponderis portionem

tionem ſuſtentabit. Et ſicut qualibet helica ratam partem ponderis ſuſtinet, ita vectis brachia longiora maius pondus mouent, nam pondus ad potentiam mouentem eam habet proportionem, quam longitudo brachiorum vectis ad ſemidiametrum ſcapi cochleæ in cuius foramen vectis infigitur.

Eſt etiam alia cochlea, ex duabus tranſuerſis ſe inuicem voluentibus, proprium locum tenendo compoſita, nam cunei helicarũ vnius, cuneos helicarum alterius impellendo motum infinitum cauſantur, vnde cochlea infinita vocatur, quia finis reuolutionis non agnoſcitur. Axis vero in peritrochio eſt, circa quem eſt tympanum, & in tympano ſcytalę, axem voluentes, in foraminibus tympani infixæ, ita vt potentia, quę in ſcytalis eſt, dum circumuertit tympanum, & axem, ſurſum moueat pondus axi appenſum, fune circa axem reuoluto. Potentia pondus ſuſtinens axe in peritrochio, ad pondus eandem habet proportionem, quam ſemidiameter axis, ad ſemidiametrum tympani, vna cum ſcytala. Nam pondus ad potentiam, ſuſtinentem, ita eſt, vt ſpatium potentię mouentis, ad ſpatium ponderis moti. Et maiorem ſemper habet proportionem ſpatium potentię mouentis, ad ſpatium ponderis moti, quam pondus ad eandem potentiam.

Et quo facilius, pondus mouetur, tempus quoque eo maius eſt, & quo difficilius, eo tempus minus eſt, ſub hoc facultatis genere ſunt ergatæ, ſuccule, terebræ, tympana cum ſuis axibus, ſiue dentata, ſiue non, & ſimilia. Terebra habet neſcio quid cochleæ; dum enim mouet pondus, ſcilicet dum perforat, ex ſua natura ſemper vlterius progreditur, habet enim fere helyces, tamquam circa conum deſcriptas, quoniam autem verticem habet acutum, ad cunei quoque rationem commode referri poteſt.

Poterit tamen quis ſtruere machinas, atque eas ex pluribus componere, vt ex trochleis, ſucculis, & ergatis, pluribuſue dentatis timpanis, vel vtcunque; & ex ijs quæ diximus facile inter pondus, & potentiam proportionem inuenire.

Cuneus vero ſcindendo ponderi duorum vicem gerit prorſus vectium, ſibi inuicem contrariorum. Et dum cuneus ingreditur, id quod ſcinditur, nihil aliud eſt, niſi pondus ſupra planum, horizonti inclinatum motum. Et vt aliquod facile ſcindatur, quod etiam ad eſſentiam cunei magis pertinet, eſt angulus, ad verticem cunei, quo

enim

SERIES CHARTARVM.

a A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z,
A A B B C C D D E E F F G G H H I I K K
L L M M N N O O.

Omnes Duerniones, præter C C, dimidio.

B R I X I A E.
Apud Iacob. & Policretum de Turlinis.
M D L X X X I.

SVPERIORVM PERMISSV.

21